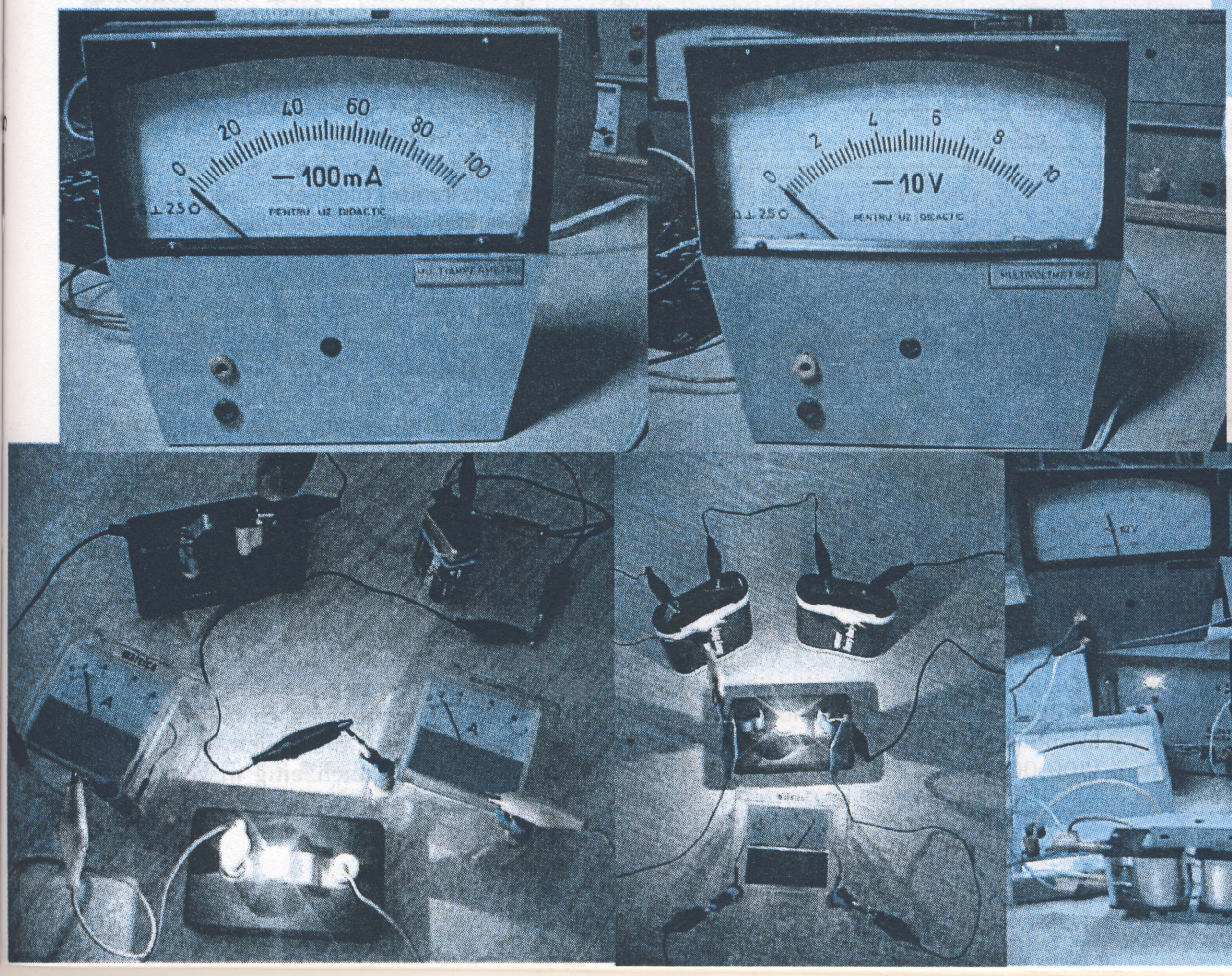
Kapitel 2

Die Erzeugung und die Anwendung des Gleichstroms

In diesem Kapitel werden folgende Themen behandelt:

2.1. Der elektrische Strom
2.2. Das Gesetz von Ohm
2.3. Die Gesetze von Kirchhoff
2.4. Das Zusammenschalten der elektrischen Widerstände und Generatoren
2.5. Die elektrische Energie und Leistung
2.6. Die Effekte des elektrischen Stromes. Anwendungen



2.1. Der elektrische Strom

Ihr wisst aus den vorigen Klassen, dass es in den Metallen freie Elektronen gibt. Die positiven Ionen sind räumlich regelmäßig in einem ***Kristallgitter*** angeordnet. Die freien Elektronen sind nicht im Ruhezustand. Sie bewegen sich ungeordnet zwischen den Ionen des Kristallgitters, mit Geschwindigkeiten von der Größenordnung 10 km/s. Das mittlere Zeitintervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen eines freien Elektrons auf die Ionen des Kristallgitters hat die Größenordnung 10^{-15}s. Somit stoßen die Elektronen sehr oft auf die positiven Ionen des Kristallgitters und nach jedem Stoß bewegen sie sich in der Regel auf einer neuen Richtung weiter.

Wenn sich ein Leiter in einem elektrischen Feld befindet, verschieben sich seine Elektronen, so dass sie sich an einem Ende des Leiters anhäufen und am anderen Ende unkompensierte positive Ladungen zurücklassen. Der ungeordneten Bewegung der freien Elektronen überlagert sich somit eine geordnete Bewegung, also eine Bewegung, bei der sich die Ladungsträger gemeinsam auf derselben Richtung und im gleichen Sinn bewegen.

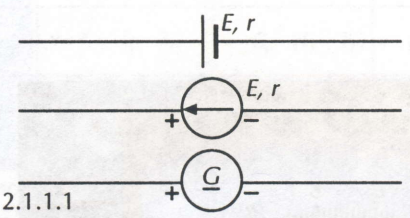
2

Definition: Jede geordnete Bewegung von elektrischen Ladungen wird ***elektrischer Strom*** genannt.

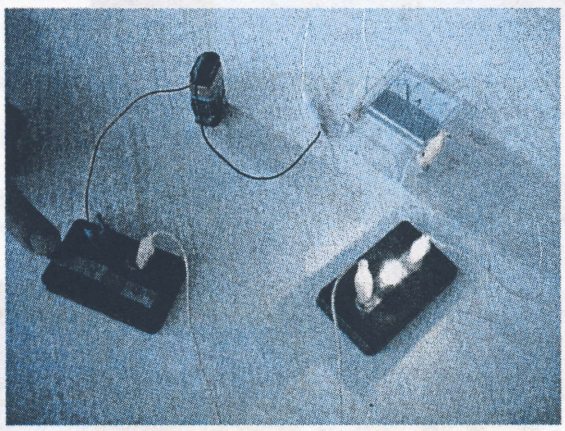
Anmerkung:
In den vorher genannten Beispielen sind die freien Elektronen die elektrischen Ladungsträger; sie bewegen sich geordnet in Bezug auf den Leiter und der betreffende Strom heißt ***Ladungsstrom***.

Definition: Man nennt ***stationären elektrischen Strom*** jenen Strom, bei dem die Geschwindigkeit der geordneten Bewegung der Ladungsträger zeitlich konstant ist.

2.1.1. Der elektrische Stromkreis



● Abb. 2.1.1.1



● Abb. 2.1.1.2-a

Ihr habt in der VIII-ten Klasse gelernt, dass in der Umgebung eines geladenen Körpers, wo sich Wechselwirkungen entsprechend dem Gesetz von Coulomb bemerkbar machen, ein elektrisches Feld existiert. Dieses kann mit den Größen elektrische Feldstärke und elektrisches Potential eines Punktes beschrieben werden.

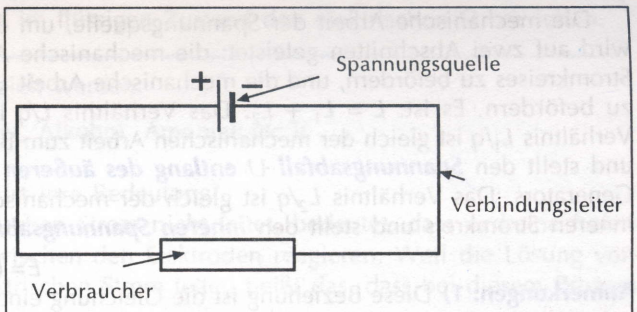
Um in einem Leiter einen stationären Strom aufrecht zu erhalten, muss in seinem Innern ein konstantes elektrisches Feld erzeugt werden, d.h. zwischen seinen Enden muss eine konstante Potentialdifferenz erzeugt werden. Dafür verwendet man ein Gerät, das ***elektrischer Generator*** oder ***elektrische Spannungsquelle*** genannt wird. Der Generator wird schematisch durch eines der drei Symbole aus der Abb. 2.1.1.1 dargestellt.

Definition: Man nennt ***elektrischen Stromkreis*** das Sytem gebildet aus elektrischem Generator, Verbindungsleitern und einem oder mehreren Verbrauchern (Empfängern).

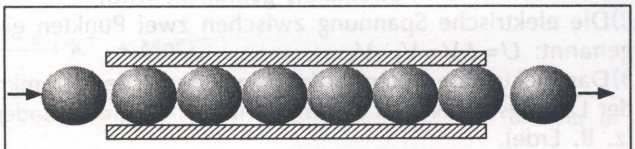
In der Abb. 2.1.1.1-b ist schematisch ein Stromkreis dargestellt, der in der Abb. 2.1.1.1-a gesehen werden kann.

Wenn an die Enden eines 1 m langen leitenden Drahtes eine konstante Potentialdifferenz von 2-3 V angelegt wird, beträgt die Geschwindigkeit der geordneten Bewegung der Elektronen ungefähr 1 cm/s, die viel kleiner ist als die Geschwindigkeit ihrer ungeordneten Bewegung. Trotzdem wird der elektrische Strom praktisch momentan auf große Entfernungen übertragen. Das erklärt man damit, dass die Geschwindigkeit der Ausbreitung des elektrischen Feldes in Leitern, die gleich ist mit der Lichtgeschwindigkeit (300 000 km/s), die Elektronen praktisch im gesamten Leiter gleichzeitig in geordnete Bewegung versetzt.

Um diesen Sachverhalt zu verstehen, verwenden wir eine mechanische Analogie. Angenommen,wir haben ein Rohr voll mit Tischtennisbällen (Abb. 2.1.1.3). Wenn an einem Ende ein zusätzlicher Ball eingeschoben wird, dann wird am anderen Ende sofort ein Ball aus dem Rohr hinaus gestoßen. Obwohl sich der eingeschobene Ball wenig und langsam bewegt hat, wurde die entsprechende Energie praktisch momentan durch das Rohr übertragen. Ähnlich geht es im Falle des elektrischen Stromes zu. Obwohl die geordnete Bewegung der Elektronen langsam ist, wird die Energie der Bewegung extrem schnell übertragen: so viele Elektronen, wie in einem Moment vom negativen Pol des Generators in den Leiter eindringen, so viele Elektronen verlassen das andere Ende des Leiters und gehen zum positiven Pol des Generators. Im Innern des Leiters können sich die Elektronen in keinem Punkt stauen, solange es einen stationären Strom gibt; das anwesende elektrische Feld wirkt auf alle Elektronen zugleich.



● Abb. 2.1.1.2-b



● Abb. 2.1.1.3

2.1.2. Die elektromotorische Spannung

Der elektrische Generator ist die Energiequelle, welche die für die konstante Bewegung der Ladungsträger nötige mechanische Arbeit leistet. Es stellt sich natürlich die Frage: Warum ist überhaupt mechanische Arbeit für die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit der Ladungsträger nötig? Erstens stoßen die freien Elektronen während ihrer Bewegung durch den *äußeren Stromkreis* (außerhalb der Spannungsquelle) auf die Ionen des Kristallgitters des metallischen Leiters, verlieren somit kinetische Energie und ihre Geschwindigkeit wird kleiner. Das elektrische Feld,entsprechend der konstanten Potentialdifferenz,beschleunigt die Elektronen und ihre Geschwindigkeit wird größer. Insgesamt erhalten sie somit eine konstante mittlere Geschwindigkeit. Dazu kommt: im Innern der Spannungsquelle (*innerer Stromkreis*) bewegen sich die Elektronen gegen das elektrostatische Feld. Dafür wird ebenfalls mechanische Arbeit verbraucht.

Anmerkung: Der elektrische Generator erzeugt keine Energie! Er wandelt eine Form von Energie in elektrische Energie um. Nach der Energie, die sie verbrauchen, gibt es mehrere Arten von Generatoren: ***galvanische Elemente und Akkumulatoren*** – welche chemische Energie in elektrische Energie umwandeln, ***Dynamos und Wechselstromgeneratoren*** – welche mechanische Energie in elektrische Energie umwandeln, ***fotovoltaische Elemente*** (Solarzellen), u.a.

Um die Fähigkeit einer Spannungsquelle, mechanische Arbeit zu leisten, zu beschreiben, wird der Begriff elektromotorische Spannung eingeführt.

Definition: Man nennt ***elektromotorische Spannung*** eine skalare physikalische Größe, definiert mit der Formel:

$$E = \frac{L}{q}$$

wo:

- E ist die elektromotorische Spannung, $[E]_{IS} = V$;
- L ist die mechanische Arbeit der Spannungsquelle für die Verschiebung der Ladung q durch den gesamten Stromkreis, $[L]_{IS} = J$;
- q ist die durch den gesamten Stromkreis beförderte Ladung, $[q]_{IS} = C$.

Anmerkungen:

1) Wenn in der obigen Definitionsformel $q = 1$ C genommen wird, dann ist $E = L$. Das bedeutet: *die elektromotorische Spannung ist zahlenmäßig gleich mit der mechanischen Arbeit der Spannungsquelle, um die Einheit der positiven Ladung durch den gesamten Stromkreis zu befördern.*

2) Die elektromotorische Spannung kann abgekürzt mit EMS bezeichnet werden.

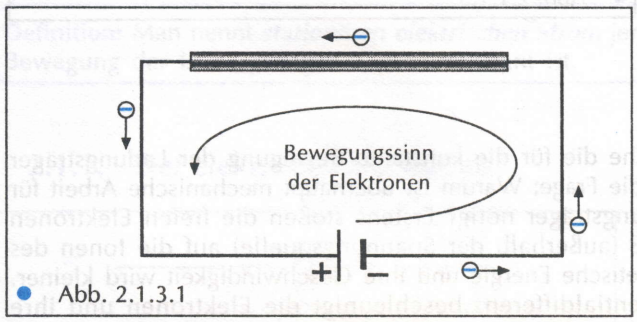
Die mechanische Arbeit der Spannungsquelle, um die Ladung q durch den ganzen Stromkreis zu befördern, wird auf zwei Abschnitten geleistet: die mechanische Arbeit L_1, geleistet um die Ladung q entlang des äußeren Stromkreises zu befördern, und die mechanische Arbeit L_2, geleistet um die Ladung q durch den inneren Stromkreis zu befördern. Es ist: $L = L_1 + L_2$. Das Verhältnis L/q ist die elektromotorische Spannung des Generators. Das Verhältnis L_1/q ist gleich der mechanischen Arbeit zum Befördern der Ladungseinheit durch den äußeren Stromkreis und stellt den ***Spannungsabfall U entlang des äußeren Stromkreises*** dar, gleich mit der Klemmenspannung des Generators. Das Verhältnis L_2/q ist gleich der mechanischen Arbeit zum Befördern der Ladungseinheit durch den inneren Stromkreis und stellt den ***inneren Spannungsabfall*** u dar. Wir können also schreiben:

$$E = U + u.$$

Anmerkungen: 1) Diese Beziehung ist die Gleichung einer Energiebilanz: Die Energie, die von der Spannungsquelle gebraucht wird, um die Ladungseinheit durch den ganzen Stromkreis zu befördern ist gleich mit der Summe aus der Energie, die gebraucht wird,um die Ladungseinheit durch den äußeren Stromkreis zu befördern, und derjenigen, die für den inneren Stromkreis gebraucht wird.

2) Die elektrische Spannung zwischen zwei Punkten eines Stromkreises wird noch elektrische Potentialdifferenz genannt: $U = \Delta V = V_2 - V_1$.

3) Das elektrische Potential in einem Punkt des Stromkreises entspricht der mechanischen Arbeit zum Befördern der Ladungseinheit aus diesem Punkt bis zu einem anderen Punkt, dem konventionell der Wert 0 zugeordnet wird (z. B. Erde).



● Abb. 2.1.3.1

2.1.3. Der Richtungssinn des elektrischen Stromes

Wie wir gesehen haben, sind die beweglichen Ladungsträger in einem metallischen Leiter die freien Elektronen. Deshalb nennt man den elektrischen Strom in Metallen ***Elektronenstrom.***

Im äußeren Stromkreis fließen die Elektronen vom negativen Pol des Generators zum positiven Pol (Abb. 2.1.3.1).

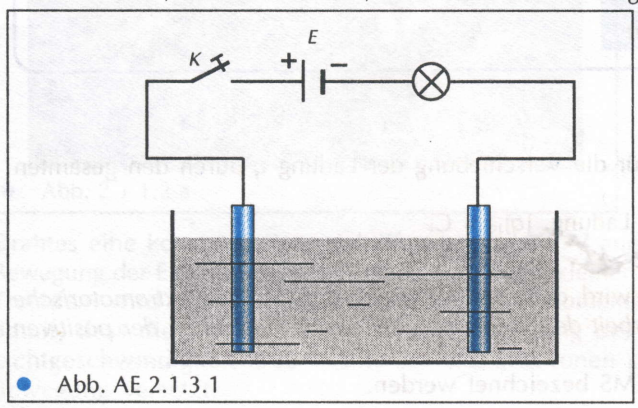
Der elektrische Strom kann aber nicht nur durch metallische Leiter fließen, sondern auch durch einige Flüssigkeiten, wie wir in den folgenden Experimenten sehen werden.

EXPERIMENT

1. In ein Gefäß mit destilliertem Wasser werden zwei Platten (oder zwei Stäbe) eingeführt, die mittels zweier Drähte mit den Polen einer Spannungsquelle verbunden sind (Abb. AE 2.1.3.1). Wenn der Schalter K geschlossen wird, bemerkt man, dass die Lampe aus dem Stromkreis ***nicht leuchtet.***

2. Mit offenem Schalter K werden im destillierten Wasser einige Kristalle von Kaliumpermanganat ($KMnO_4$) aufgelöst. Man stellt fest, dass das Wasser aus dem Gefäß eine violette Färbung annimmt, die sich im ganzen Gefäß ausbreitet.

3. Man schließt den Schalter K. Man stellt fest, dass die Lampe aus dem Stromkreis ***aufleuchtet*** und dass ***die violette Färbung*** sich zur Platte, die mit dem positiven Pol verbunden ist, ***verschiebt.*** Wenn man die Polarität der Platten ändert, beobachtet man, dass sich der Richtungssinn der Bewegung der violetten Färbung umkehrt.



● Abb. AE 2.1.3.1

Anmerkung: Die Metallplatten aus dem Gefäß mit der Flüssigkeit werden ***Elektroden*** genannt. Die mit dem positiven Pol der Spannungsquelle verbundene Elektrode heißt ***Anode***, die mit dem negativen Pol der Spannungsquelle verbundene Elektrode heißt ***Katode***.

Aus diesem Experiment erkennen wir:

a) Das destillierte Wasser leitet den elektrischen Strom nicht; es ist ein Nichtleiter.

b) Die Lösung, die man durch Auflösen einer kleinen Menge eines Salzes ($KMnO_4$) in destilliertem Wasser erhält, leitet den elektrischen Strom. Dasselbe Ergebnis erreicht man auch mit anderen Salzen (NaCl, BaCl), mit Basen (NaOH, LiOH) oder Säuren (HNO_3, HCl).

Definition: Man nennt ***Elektrolyte*** diejenigen Stoffe, die im flüssigen Zustand den elektrischen Strom leiten.

Anmerkung: Der flüssige Zustand dieser Stoffe kann erzielt werden:

a) durch Lösen in bestimmten Lösungsmitteln (Wasser, Alkohol, Amoniak,etc.);
b) durch Schmelzen bei hohen Temperaturen.

Wie erklärt man die erhaltenen Ergebnisse? Welches ist ihre Bedeutung?

Die Tatsache, dass das destillierte Wasser den elektrischen Strom nicht leitet, bedeutet, dass es keine freien Ladungsträger besitzt, welche auf das elektrische Feld zwischen den Elektroden reagieren. Weil die Lösung von einigen $KMnO_4$-Kristallen in destilliertem Wasser den elektrischen Strom leitet, heißt das, dass bei diesem Prozess des Lösens freie Ladungsträger entstanden sind.

So wie ihr in der Chemiestunde gelernt habt, zerfällt das Salz $KMnO_4$ (Kaliumpermanganat) in der wässrigen Lösung in positive K^+-Ionen und negative MnO_4^--Ionen:

$$KMnO_4 \xrightarrow{\text{in wässriger Lösung}} K^+ + MnO_4^-$$

Definition: Man nennt ***elektrolytische Dissoziation*** den Vorgang der Trennung der Ionenstoffe im Wasser in positive und negative Ionen.

Anmerkungen:

1) So wie aus dem Experiment 2 ersichtlich, benötigt die elektrolytische Dissoziation nicht die Anwesenheit des elektrischen Feldes; sie findet auch in Abwesenheit des Feldes statt.

2) Als Resultat der elektrolytischen Dissoziation erhält man in der Lösung ein Gemisch von positiven und negativen Ionen, welche eine ungeordnete Bewegung, die Wärmebewegung, ausführen.

3) Die Bezeichnung Dissoziation kommt aus dem Lateinischen: dissociare = trennen

4) In unserem Fall sind die Ionen, welche die violette Färbung bewirken, die negativen MnO_4^- Ionen.

5) Die Theorie der elektrolytischen Dissoziation wurde im Jahr 1877 von dem Schweden Svante Arrhenius (1859-1927) erarbeitet.

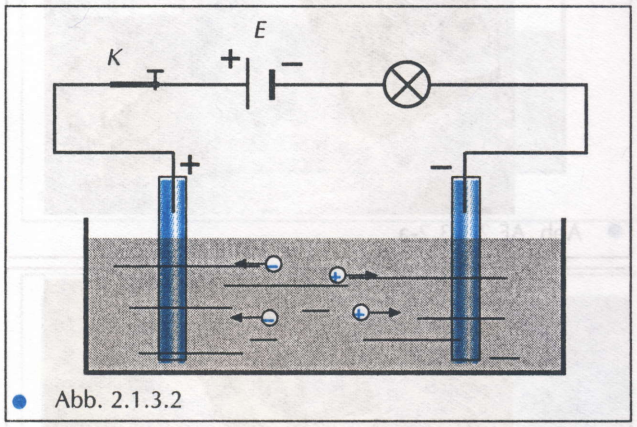


Abb. 2.1.3.2

Im Experiment 3 erscheint zwischen den Elektroden ein elektrisches Feld, dann wenn der Schalter K geschlossen wird. Der ungeordneten Bewegung der positiven und negativen Ionen überlagert sich dann eine geordnete Bewegung, die vom elektrischen Feld hervorgerufen wird. Unter dem Einfluss des elektrischen Feldes bewegen sich die positiven Ionen (***Kationen*** genannt) zur negativen Elektrode (***Katode***) hin, die negativen Ionen (***Anionen*** genannt) bewegen sich zur positiven Elektrode (***Anode***) hin, so wie in der Abb. 2.1.3.2. Wenn die positiven Ionen (K^+) die Katode erreichen, erhält jedes Ion ein Elektron und verwandelt sich in ein neutrales Atom. Die negativen Ionen (MnO_4^-) geben, an der Anode angekommen, jeweils ein Elektron ab und verwandeln sich in elektrisch neutrale Säurereste.

Definition: Man nennt ***Elektrolyse*** den Vorgang der Bewegung der Ionen zu den Elektroden und ihre Umwandlung durch Neutralisation in Atome oder Radikale.

Schlussfolgerungen:

1) In Flüssigkeiten sind die freien Ladungsträger die positiven und negativen Ionen. Deshalb heißt der Strom durch Flüssigkeiten ***Ionenstrom***.

2) In einer Ionenlösung bewegen sich die positiven Ionen (Kationen) von der Anode zur Katode und die negativen Ionen (Anionen) von der Katode zur Anode (Abb. 2.1.3.2).

Wir haben somit den Bewegungssinn der Ladungsträger beim Stromdurchgang durch metallische Leiter und durch Flüssigkeiten bestimmt.

Die Elektrolyse ist einer der wichtigsten Effekte des elektrischen Stromes, genannt ***chemischer Effekt***. Der elektrische Strom hat noch zwei wichtige Effekte:

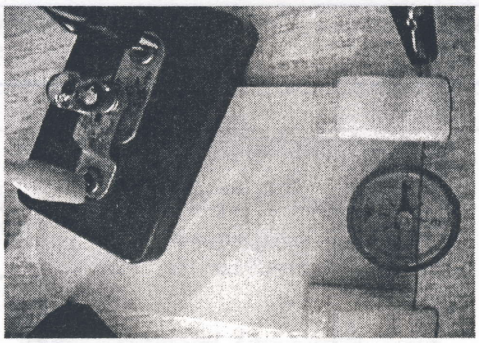
– ***der thermische Effekt:*** (die Wärmewirkung): das Erwärmen der stromdurchflossenen Leiter;

– ***der magnetische Effekt:*** das Auftreten eines Magnetfeldes in der Umgebung eines stromdurchflossenen Leiters.

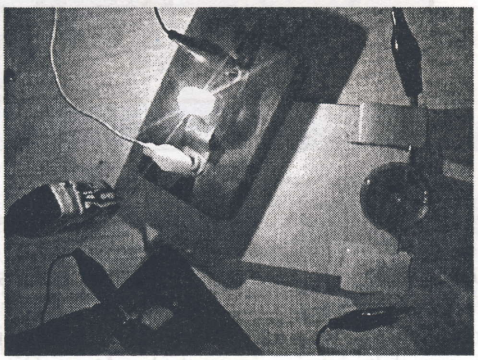
Im Falle der Elektrolyse hat man experimentell festgestellt, dass die Metalle sich immer an der Katode ablagern. Das bedeutet, dass die Ablagerung der Stoffe an den Elektroden von der Art und Weise abhängt, wie diese an die Pole der Spannungsquelle geschaltet werden (welche Elektrode die Anode und welche die Katode ist).

Der chemische Effekt hängt also vom Bewegungssinn der Ladungsträger, d.h. vom Stromsinn ab.

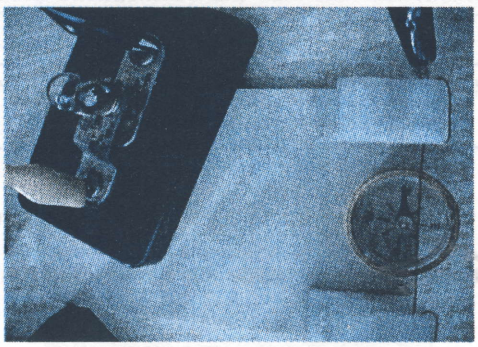
Man kann experimentell feststellen, dass auch der magnetische Effekt vom Bewegungssinn der Ladungsträger, d.h. vom Stromsinn abhängt.



● Abb. AE 2.1.3.2-a



● Abb. AE 2.1.3.2-b



● Abb. AE 2.1.3.2-c

EXPERIMENT

Es wird die Versuchsvorrichtung aus der Abb. AE 2.1.3.2-a aufgebaut, wobei der Metalldraht entlang der Magnetnadel (auf der N-S-Richtung) ausgerichtet wird. Man schließt den Schalter K. Man stellt fest, dass die Magnetnadel von der N-S-Richtung, wie in der Abb. AE 2.1.3.2.-b, abgelenkt wird. Wenn man die Polarität der Spannungsquelle umkehrt (Abb. AE 2.1.3.2.-c), stellt man fest dass die Magnetnadel im umgekehrten Sinn abgelenkt wird. (Diese Erscheinung wurde von H.C. Oersted im Jahr 1820 entdeckt.)

Weil einige Effekte des elektrischen Stromes vom Bewegungssinn der Ladungsträger abhängen, ist es notwendig, durch Konvention einen Stromsinn zu definieren.

Konvention: Im äußeren Stromkreis fließt der elektrische Strom vom positiven zum negativen Pol der Spannungsquelle.

Anmerkungen:

1) Der konventionelle Stromsinn wurde von M. Ampere im Jahr 1820 eingeführt.

2) Der konventionelle Stromsinn entspricht dem Bewegungssinn der positiven Ladungsträger.

3) Immer wenn wir die Bezeichnung „Stromsinn" verwenden, ***verstehen wir darunter den konventionellen Stromsinn, so wie oben definiert, und nicht den Bewegungssinn der Ladungsträger.***

Aus den vorigen Erläuterungen können einige Schlussfolgerungen gezogen werden.

Schlussfolgerungen:

1) In metallischen Leitern ist der Bewegungssinn der freien Elektronen entgegengesetzt dem Stromsinn (Abb. 2.1.3.3.-a).

2) In Ionenlösungen bewegen sich die positiven Ionen im Stromsinn und die negativen Ionen entgegengesetzt dem Stromsinn (Abb. 2.1.3.3.-b).

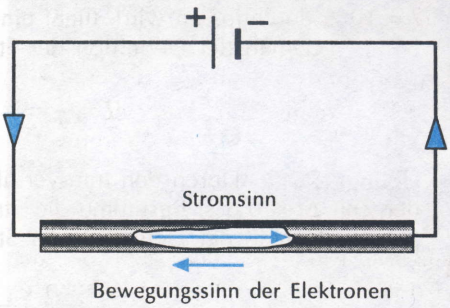


Abb. 2.1.3.3-a

2.1.4. Die Stromstärke

Wir betrachten einen Metalldraht, der von einem elektrischen Strom durchflossen wird. In einem beliebigen Zeitintervall Δt fließt durch einen Querschnitt des Drahtes die Anzahl n von Elektronen. Diese Elektronen befördern eine elektrische Ladung von der Größe

$$Q = n \cdot |q_e| = n \cdot e \,.$$

Definition: Man nennt ***Stromstärke*** eine skalare physikalische Größe, definiert mit der Formel

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

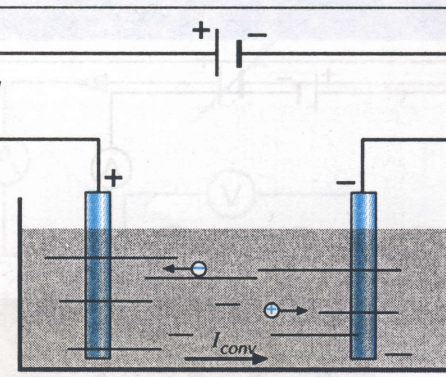


Abb. 2.1.3.3-b

wobei:

- I ist die Stromstärke;
- Q ist die Ladung, welche einen transversalen Querschnitt des Leiters in der Zeit Δt durchquert, $[Q]_{IS} = 1$ C, $[\Delta t\,]_{IS} = 1$ s.

Anmerkungen:

1) Die Stromstärke ist eine Basisgröße des IS. Die Maßeinheit der Stromstärke heißt Ampere und wird mit A bezeichnet. Sie wird später definiert.

2) Vorläufig können wir auf Grund der Definitionsformel behaupten, dass 1 Ampere *die Stromstärke eines Stromes ist, der in 1s durch einen transversalen Querschnitt des Leiters eine Ladung von 1 C befördert.*

3) Diese Definition ist nur dann gültig, wenn die Stromstärke zeitlich konstant ist. Dieser Strom heißt ***Gleichstrom***. Wenn die Stromstärke zeitlich veränderlich ist, dann ergibt diese Definition bloß einen Mittelwert der Stromstärke. Im Weiteren wird nur der Fall des Gleichstroms behandelt, bei dem obige Definition gültig ist.

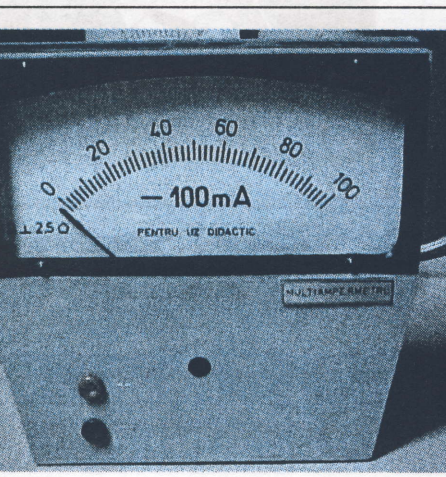


Abb. 2.1.4.1

Die Stromstärke des Ladungsstromes wird mit einem Gerät, ***Amperemeter*** genannt, gemessen (Abb. 2.1.4.1). Es beruht in seiner Funktionsweise auf einem der Effekte des elektrischen Stromes. Schematisch wird es wie in der Abb. 2.1.4.2. dargestellt.

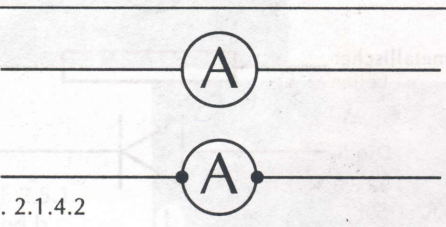


Abb. 2.1.4.2

Übung 2.1.4.1 Durch den transversalen Querschnitt eines Drahtes, der von einem Strom der Stromstärke I = 10 A durchflossen wird, fließt eine Ladung q = 1800 C in der Zeit τ. Bestimme τ.

Lösung: Gemäß der Definition der Stromstärke haben wir:

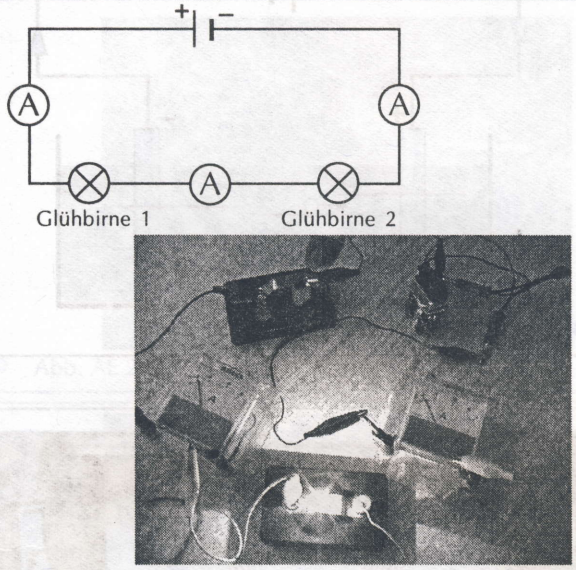
$$I = \frac{q}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{q}{I}. \text{ Also: } \tau = \frac{1800\,\text{C}}{10\,\text{A}} = 180\,\text{s} = 3\,\text{min}.$$

Übung 2.1.4.2. Durch den transversalen Querschnitt eines Drahtes fließen $n = 1{,}5 \cdot 10^{15}$ Elektronen in der Zeit Δt = 0,6 s. Bestimme die Stromstärke.

Lösung: Gemäß der Definition der Stromstärke haben wir:

$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e}{\Delta t} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{15} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}}{0{,}6\,\text{s}} = 4 \cdot 10^{-4}\,\text{A} = 0{,}4\,\text{mA}.$$

2 EXPERIMENT



● Abb. AE 2.1.4.1

Mit einer Spannungsquelle, einigen Glühbirnen, einigen Amperemetern und mit einigen Verbindungsdrähten wird der Stromkreis aus der Abb. AE 2.1.4.1. aufgebaut. Ihr werdet feststellen, dass alle Amperemeter den gleichen Wert für die Stromstärke anzeigen. Also: ***entlang eines unverzweigten Stromkreises ist die Stromstärke überall dieselbe***. Das bedeutet, dass im stationären Zustand sich die Ladungen in keinem Punkt des Stromkreises ansammeln; die Ladungsträger werden alle vom elektrischen Feld bewegt.

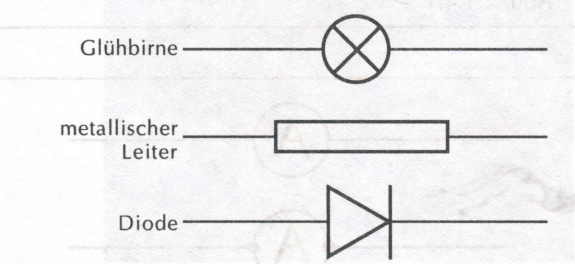
Anmerkung: So wie aus der Abb. AE 2.1.4.1 ersichtlich, muss das Amperemeter für die Messung der Stromstärke in Reihe in den Stromkreis eingefügt werden. Man sagt: das Amperemeter wird in Reihe (in Serie) geschaltet.

2.1.5. Kennlinien

Viele der Komponenten, die in elektrischen Stromkreisen verwendet werden, besitzen zwei Klemmen, mit denen sie in den Stromkreis eingebaut werden. Sie heißen deshalb ***Dipole***.

Definition: Man nennt elektrischen ***Dipol*** jedes elektrische Bauteil, das zwei Klemmen besitzt.

Beispiele: Glühbirne, Widerstand, Dioden, Spannungsquellen, etc.



● Abb. 2.1.5.1

Jede Art von Dipol kann durch ein Symbol dargestellt werden, dann wenn das Schema eines Stromkreises gezeichnet wird. Die Symbole der von uns verwendeten Dipole sind in der Abb. 2.1.5.1. zu sehen.

Wenn wir mit A und B die beiden Klemmen eines Dipols bezeichnen, verwenden wir für diesen Dipol im Weiteren den Ausdruck ***„der Dipol AB"***.

Wir betrachten den Stromkreis aus der Abb. 2.1.5.3-a. Das Amperemeter misst die Stromstärke im Stromkreis. Die Spannung U an den Klemmen des Dipols AB wird mit Hilfe eines Geräts, das man ***Voltmeter*** nennt, gemessen. Abb. 2.1.5.2.

Anmerkungen:

1) So wie aus der Abb. 2.1.5.3-a,b ersichtlich, wird das Voltmeter für die Spannungsmessung ***parallel*** mit dem Segment, auf welchem die Spannung gemessen werden soll, geschaltet.

2) Das für die Spannungsquelle aus der Abb. 2.1.5.3.-a,b verwendete Symbol, nämlich der schräge Pfeil durch das übliche Symbol eines Generators, bedeutet, dass diese Spannungsquelle eine veränderliche elektromotorische Spannnung liefern kann.

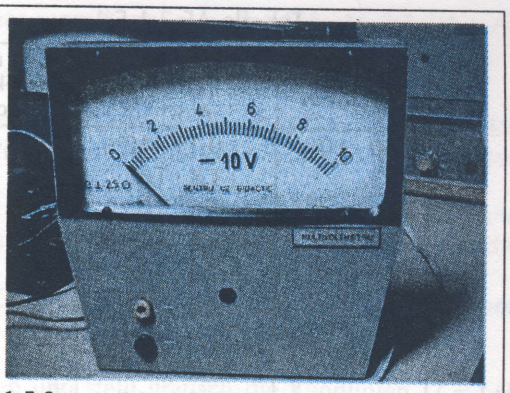
Wenn die elektromotorische Spannung der Spannungsquelle geändert wird, misst man verschiedene Werte der Stromstärke I durch den Dipol und, entsprechend, verschiedene Werte der Spannung U an den Klemmen des Dipols AB.

Man stellt experimentell fest, dass jedem Wert der Spannung U ein eindeutiger Wert der Stromstärke I entspricht, und umgekehrt, jedem Wert der Stromstärke ein eindeutiger Wert der Spannung U entspricht. Spannung und Stromstärke sind also in eindeutiger Korrespondenz miteinander. Diese Korrespondenz $U \leftrightarrow I$ kann grafisch dargestellt werden. Das Schaubild $I = f(U)$, heißt ***Strom-Spannungs-Kennlinie des Dipols***.

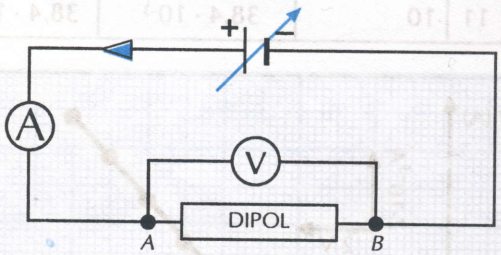
Der Dipol AB wurde im Stromkreis aus der Abb. 2.1.3.5.-a so geschaltet, dass der Strom durch den Dipol von A nach B fließt. Er kann aber auch umgekehrt geschaltet werden, als Dipol BA. Dann fließt der Strom durch diesen Dipol von B nach A. Es ergibt sich die Frage: Hängt das Verhalten des Dipols vom Stromsinn (von A nach B oder von B nach A) ab?

Um auf diese Frage zu antworten, müssen zwei Kennlinien erhoben werden:

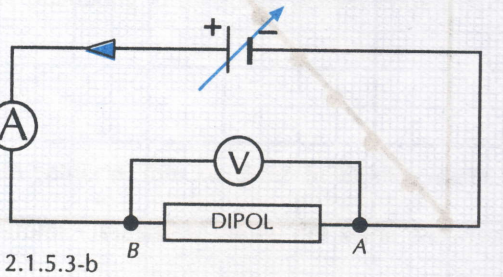
– eine Kennlinie entsprechend dem Stromkreis, in dem der Strom von A nach B durch den Dipol fließt (Abb. 2.1.5.3-a); man sagt, der Dipol ist ***direkt geschaltet***;



● Abb. 2.1.5.2



● Abb. 2.1.5.3-a



● Abb. 2.1.5.3-b

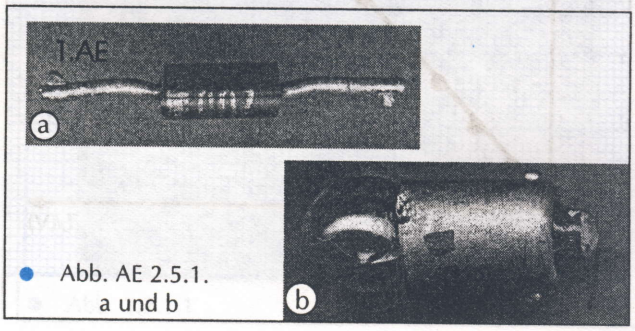
– eine andere Kennlinie entsprechend dem Stromkreis, in dem der Strom von B nach A durch den Dipol fließt (Abb.2.1.3.5.-b); man sagt, der Dipol wäre ***umgekehrt geschaltet***.

Anmerkung: Ein Dipol kann üblicher Weise nur unter bestimmten Bedingungen verwendet werden, die man ***Betriebsbedingungen*** nennt und die vom Hersteller angegeben werden; dazu gehören auch Höchstwerte für Spannung und Stromstärke, ***die nicht überschritten werden dürfen.***

EXPERIMENT

Verwendet Stromkreise von der Art jener aus der Abb. 2.1.5.3 und erhebt die Strom-Spannung-Kennlinien für die folgenden Dipole, direkt und umgekehrt geschaltet:
a) Widerstand; **b)** Glühbirne.

Es sind im Weiteren die praktischen Ergebnisse für folgende Dipole dargestellt:
a) Widerstand vom Typ RCG 1050 S (Kohleschicht auf keramischem Träger) – Tabelle AE 2.5.1 und Abb. AE 2.1.5.1.-a,b;
b) Glühbirne (Nennspannung 24V) – Tabelle AE 2.1.5.2 und Abb. AE 2.1.5.2.-a,b.



● Abb. AE 2.5.1. a und b

Tabelle AE 2.1.5.1

Nr. crt.	U (V)	I (A) direkter Anschluss	I (A) umgekehrter Anschluss
1	$50 \cdot 10^{-3}$	$0{,}19 \cdot 10^{-3}$	$0{,}2 \cdot 10^{-3}$
2	1	$3{,}8 \cdot 10^{-3}$	$3{,}8 \cdot 10^{-3}$
3	2	$7{,}6 \cdot 10^{-3}$	$7{,}6 \cdot 10^{-3}$
4	3	$11{,}4 \cdot 10^{-3}$	$11{,}4 \cdot 10^{-3}$
5	4	$15{,}2 \cdot 10^{-3}$	$15{,}2 \cdot 10^{-3}$
6	5	$19{,}0 \cdot 10^{-3}$	$19{,}0 \cdot 10^{-3}$
7	6	$22{,}9 \cdot 10^{-3}$	$22{,}9 \cdot 10^{-3}$
8	7	$26{,}7 \cdot 10^{-3}$	$26{,}7 \cdot 10^{-3}$
9	8	$30{,}6 \cdot 10^{-3}$	$30{,}6 \cdot 10^{-3}$
10	9	$34{,}5 \cdot 10^{-3}$	$34{,}4 \cdot 10^{-3}$
11	10	$38{,}4 \cdot 10^{-3}$	$38{,}4 \cdot 10^{-3}$

Tabelle AE 2.1.5.2

Nr. crt.	U (V)	I (10^{-3} A) direkter Anschluss	I (10^{-3} A) umgekehrter Anschluss
1	0	0	0
2	2	23,1	23,3
3	4	33,7	34,0
4	6	42,8	43,2
5	8	50,8	51,3
6	10	58,1	58,5
7	12	64,7	65,2
8	14	70,9	71,5
9	16	76,7	77,4
10	18	82,2	82,9
11	20	87,3	88,1
12	22	92,7	93,3
13	24	97,7	98,6

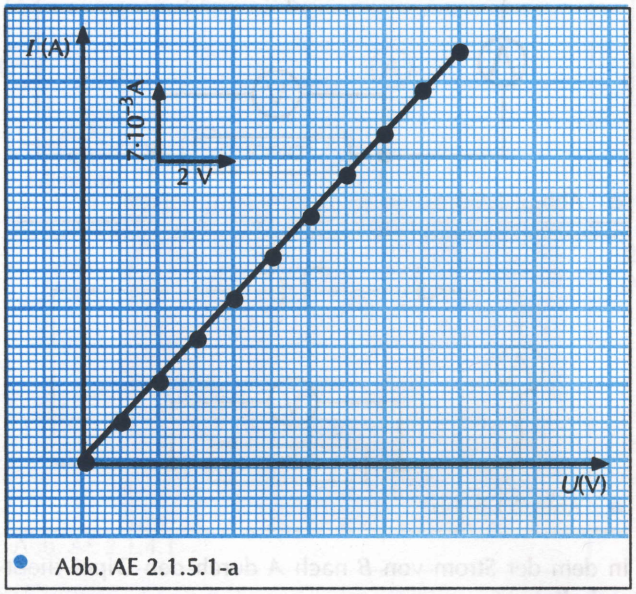


Abb. AE 2.1.5.1-a

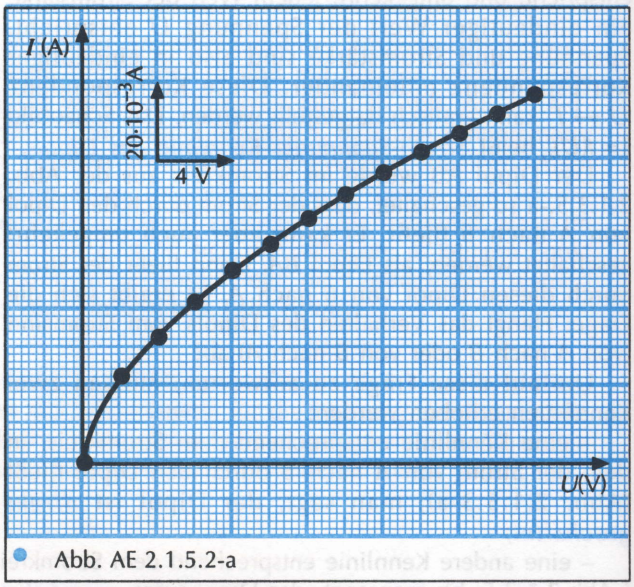


Abb. AE 2.1.5.2-a

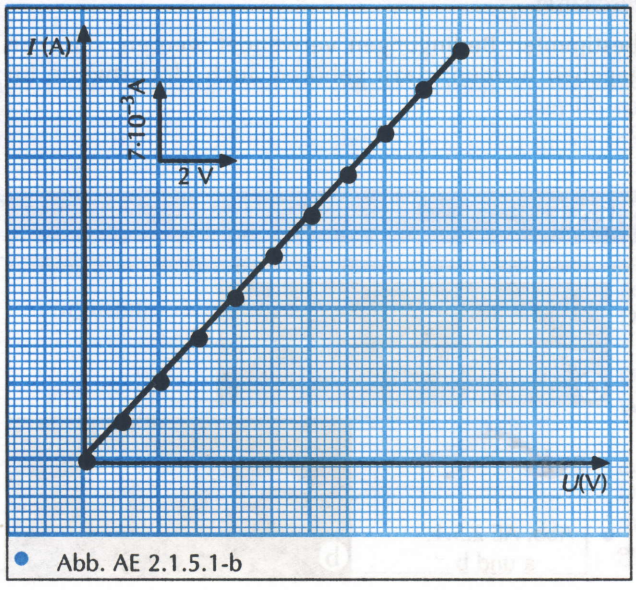


Abb. AE 2.1.5.1-b

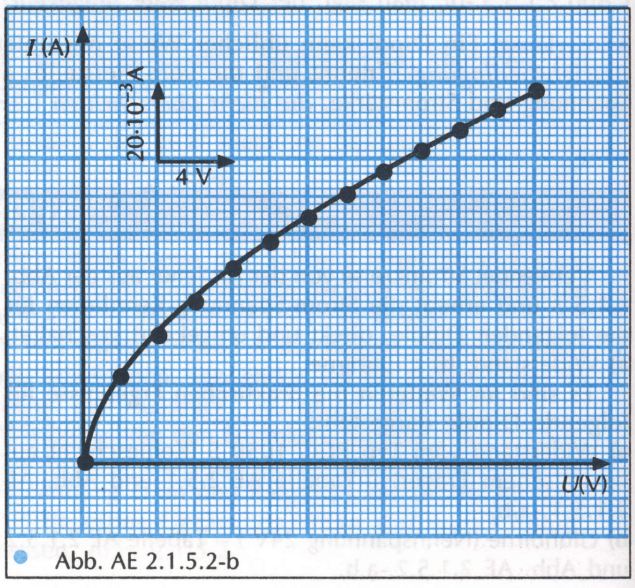


Abb. AE 2.1.5.2-b

Aus den experimentell erhaltenen Daten und aus den Strom- Spannungs-Kennlinien der Abb. AE 2.1.5.1 – AE 2.1.5.2 können wir eine Reihe von Schlussfolgerungen ziehen.

Schlussfolgerungen:

1) Alle gewonnenen Strom-Spannumgs-Kennlinien verlaufen durch den Ursprung des Koordinatensystems. Ein Dipol, dessen Kennlinie durch den Punkt (U=0, I=0) verläuft, heißt ***passiver Dipol***. Die von uns untersuchten Dipole sind passive Dipole.

2) Im Falle des Widerstands und der Glühbirne stellen wir fest, dass sie identische Kennlinien für direkte und für umgekehrte Polung haben. Die Dipole AB und BA sind äquivalent. Man sagt, dass der Widerstand und die Glühbirne ***passive symmetrische Dipole*** sind.

3) Im Falle des Widerstands hat die Kennlinie die Form einer Geraden und deshalb ist er ein ***liniarer Dipol*** während die Glühbirne ein ***nichtliniarer Dipol*** ist.

Übung 2.1.5.1. Verwendet die Daten aus obigen Tabellen und stellt grafisch die Kennlinien $U = f(I)$ der untersuchten Dipole dar.

2.2. Das Gesetz von Ohm

2.2.1. Der elektrische Widerstand

Der im vorigen Abschnitt untersuchte Widerstand hat eine liniare Strom-Spannungs-Kennlinie. Das bedeutet, dass die Stromstärke I durch den Widerstand proportional mit der Spannung U zwischen seinen Enden ist. Die Gleichung dieser liniaren Kennlinie ist:

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{oder} \quad U = R \cdot I.$$

Anmerkungen:

1) Diese Abhängigkeit wurde von dem Physiker Georg Simon Ohm entdeckt. Ihm zu Ehren heißt sie ***Gesetz von Ohm***.

2) In der hier genannten Form ist das Gesetz von Ohm für einen Stromkreisabschnitt gültig, der keine *elektrischen Generatoren enthält.*

Die Proportionalitätskonstante R heißt ***elektrischer Widerstand***. Aus dem Gesetz von Ohm erhalten wir die Definitionsformel für die Maßeinheit des elektrischen Widerstands: $[R]_{IS} = \frac{[U]_{IS}}{[I]_{IS}} = \frac{1\,V}{1\,A} = 1\,\Omega$.

Definition: 1 ***Ohm*** ist der Widerstand eines Leiters, der von einem Strom von 1 A durchflossen wird, wenn an seinen Enden die konstante Spannung von 1 V angelegt wird.

Übung 2.2.1.1. Berechne den elektrischen Widerstand des im vorigen Abschnitt untersuchten Leiters. Vergleiche den erhaltenen Wert mit dem vom Hersteller angegebenen Wert: 267,5 Ω.

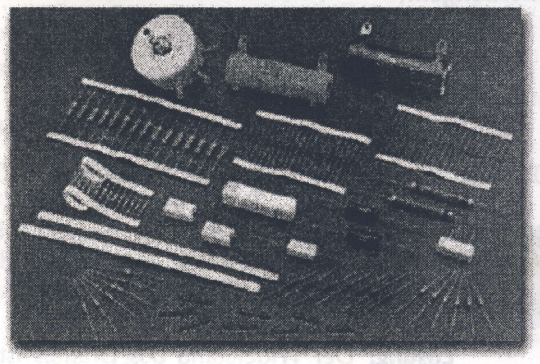
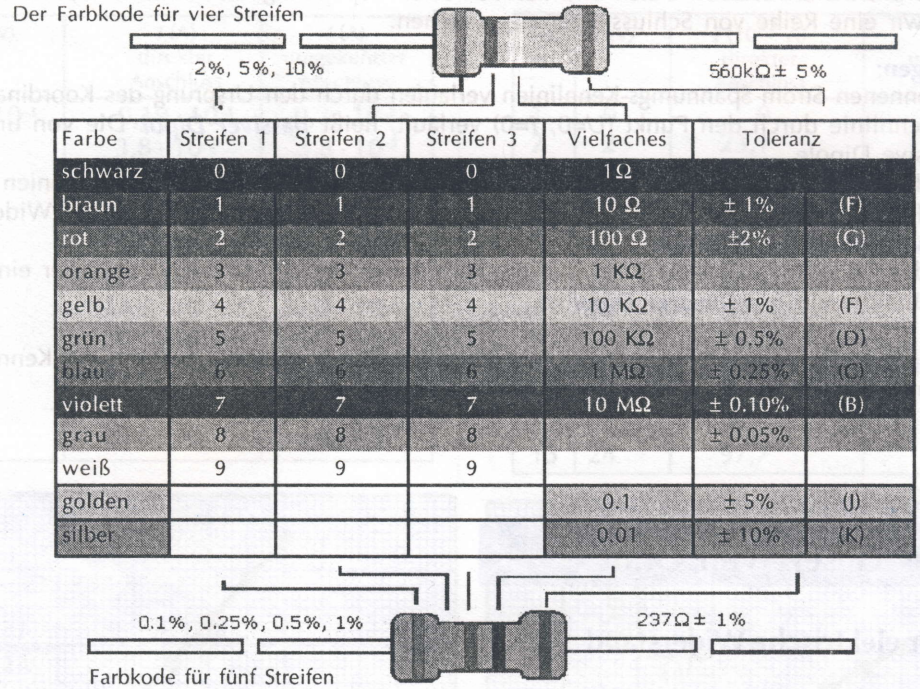


Abb. 2.2.1.1

Anmerkungen:

1) In elektrischen Stromkreisen werden oft Widerstände von einigen Kiloohm (1 kΩ = 10^3 Ω) oder Megohm (1MΩ = 10^6 Ω) verwendet.

2) Die Leiter, für die das Gesetz von Ohm gilt, heißen ***ohmsche Leiter***. Die im vorigen Abschnitt untersuchte Glühbirne ist kein Ohmscher Leiter, weil seine Kennlinie nicht vom Gesetz von Ohm beschrieben wird.



Farbe	Streifen 1	Streifen 2	Streifen 3	Vielfaches	Toleranz	
schwarz	0	0	0	1Ω		
braun	1	1	1	10 Ω	± 1%	(F)
rot	2	2	2	100 Ω	±2%	(G)
orange	3	3	3	1 KΩ		
gelb	4	4	4	10 KΩ	± 1%	(F)
grün	5	5	5	100 KΩ	± 0.5%	(D)
blau	6	6	6	1 MΩ	± 0.25%	(C)
violett	7	7	7	10 MΩ	± 0.10%	(B)
grau	8	8	8		± 0.05%	
weiß	9	9	9			
golden				0.1	± 5%	(J)
silber				0.01	± 10%	(K)

● Abb. 2.2.1.2

3) Ein Verbraucher, der hauptsächlich durch seinen Widerstand charakterisiert ist, heißt ***Widerstand***.
4) Die Widerstände haben in der Regel zylindrische Form (Abb.2.2.1.1) und auf ihrer Oberfläche ist ein Kode von farbigen Streifen aufgedruckt, welcher den Wert des Widerstands angibt (Abb. 2.2.1.2).

Der elektrische Widerstand ist ein Maß für die Eigenschaft der Leiter, sich dem Stromdurchgang zu widersetzen. Das Auftreten des elektrischen Widerstands erklärt man mit den sehr zahlreichen Stößen der freien Elektronen auf die positiven Ionen des Kristallgitters des Metalls. Auf Grund dieser Stöße widersetzt sich das Metall dem elektrischen Strom: nach dem Gesetz von Ohm ist für eine gegebene angelegte Spannung die Stromstärke in einem Leiter um so kleiner, je größer der Widerstand ist.

Man kann experimentell feststellen, dass der Widerstand eines Drahtes direkt proportional mit der Länge l des Drahtes ($R \sim l$) und umgekehrt proportional mit dem Flächeninhalt des transversalen Querschnitts S des Drahtes ($R \sim S^{-1}$) ist. Es gilt:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Die Proportionalitätskonstante, die mit ρ bezeichnet wurde, heißt ***spezifischer Widerstand***.

Anmerkungen:

1) Aus der vorigen Beziehung erhält man sofort die Maßeinheit des spezifischen Widerstands im IS: $[\rho]_{SI} = \Omega \cdot m$.
2) Der spezifische Widerstand hängt nicht von den Dimensionen des Drahtes ab, sondern nur von der Art des Materials, aus dem dieser gefertigt ist.
3) Nach dem Wert des spezifischen Widerstands teilt man die Stoffe ein in ***Leiter*** ($10^{-8} - 10^{-5}\ \Omega \cdot m$), ***Halbleiter*** ($10^{-5} - 10^{7}\ \Omega \cdot m$) und ***Nichtleiter (Isolatoren)*** ($10^{8} - 10^{20}\ \Omega \cdot m$).

Übung 2.2.1.2. Ein Draht aus Kupfer dehnt sich um Δl = 0,15 m unter dem Einfluss einer Kraft F = 221 N. Das Kupfer hat einen Elastizitätsmodul $E = 13 \cdot 10^{10}$ N/m² und einen spezifischen Widerstand $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$.. Berechne den Widerstand des Drahtes.

Lösung: Der Widerstand des Drahtes ist gegeben durch die Beziehung: $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$,

Nach dem Gesetz von Hooke, $\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F \cdot l}{S}$. Also $\frac{l}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{F}$. Mit diesen Beziehungen können wir schreiben:

$R = \rho E \cdot \frac{\Delta l}{F}$.

Also $R = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m \cdot 13 \cdot 10^{10}\ \frac{N}{m^2} \cdot \frac{0{,}15\,m}{221\,N} = 17 \cdot 13 \cdot \frac{1{,}5}{221}\ \Omega = 1{,}5\,\Omega$.

Man kann experimentell feststellen, dass der spezifische Widerstand von der Temperatur abhängt, entsprechend der Formel

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha \cdot (t - t_0)],$$

wobei:

– ρ ist der spezifische Widerstand des Materials bei der Temperatur t, $[\rho]_{IS} = \Omega \cdot m$, $[t]_{IS} = °C$;

– ρ_0 ist der spezifische Widerstand bei einer Temperatur t_0, die als Bezugstemperatur gewählt wurde;

– α ist der ***Temperaturkoeffizient des spezifischen Widerstands,*** $[\alpha]_{IS} = Grad^{-1}$.

In nebenstehender Tabelle sind die Werte des spezifischen Widerstands bei Zimmertemperatur (20 °C) und des Temperaturkoeffizienten des spezifischen Widerstands für einige Stoffe angegeben.

Substanz	ρ $\Omega \cdot m$	α $grad^{-1}$
Silber	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}6 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	$1{,}75 \cdot 10^{-8}$	$4{,}0 \cdot 10^{-3}$
Eisen	$9{,}8 \cdot 10^{-8}$	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$
Nickelin 62%Cu+18%Ni+20%Zn	$42 \cdot 10^{-8}$	$2{,}0 \cdot 10^{-4}$
Manganin 86%Cu+12%Mn+2%Ni	$43 \cdot 10^{-8}$	$1{,}0 \cdot 10^{-5}$
Konstantan 54%Cu+45%Ni+1%Mn	$50 \cdot 10^{-8}$	$1{,}0 \cdot 10^{-5}$
Bismut	$120 \cdot 10^{-8}$	$4{,}0 \cdot 10^{-3}$

Anmerkungen:

1) Für einige Legierungen, wie diejenigen aus der obigen Tabelle, ist der Temperaturkoeffizient des Widerstands sehr klein. Sie können zur Herstellung von Widerständen verwendet werden, deren Wert praktisch nicht von der Temperatur abhängt.

2) Im Falle einiger Stoffe,die man ***Halbleiter*** nennt, fällt der Widerstand, wenn die Temperatur steigt. Dazu gehören, zum Beispiel, Germanium und Silizium.

Übung 2.2.1.3. Ein Kupferdraht mit dem Temperaturkoeffizienten des Widerstands $\alpha = 4 \cdot 10^{-3}\ Grad^{-1}$, der an eine konstante Spannung angeschlossen wird, erwärmt sich allmählich um $\Delta t = 125$ °C. Bestimme wie sich die Stromstärke I durch den Draht ändert.

Lösung: Wir bezeichnen mit U die konstante Spannung an den Enden des Drahtes und mit R_0 den Anfangswert des Widerstands,

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \text{ wo } \rho = \rho_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t).$$

Man kann zeigen, dass sich das Verhältnis $\frac{l_0}{S_0}$ beim Erwärmen praktisch nicht ändert $\left(\frac{l}{S} = 0{,}998 \cdot \frac{l_0}{S_0}\right)$.

Daraus folgt: $R = \rho (1 + \alpha \cdot \Delta t) \cdot \frac{l_0}{S_0} \Rightarrow R = R_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t)$.

Aber laut Gesetz von Ohm $I_0 = \frac{U}{R_0}$ und $I = \frac{U}{R}$.

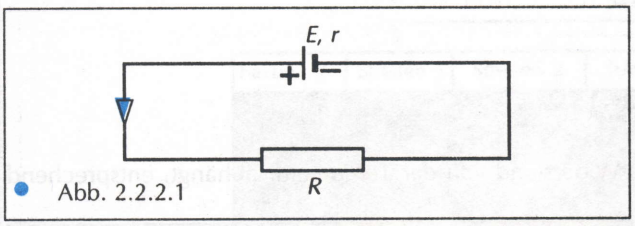
Durch Verwenden von R in der zweiten Beziehung erhalten wir:

$$I = \frac{U}{R_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t)} \Rightarrow I = \frac{I_0}{1 + \alpha \cdot \Delta t}.$$

Somit folgt:

$$I = \frac{I_0}{1 + 4 \cdot 10^{-3}\ grad^{-1} \cdot 125\ °C} = \frac{I_0}{1 + 0{,}5} = \frac{I_0}{1{,}5}.$$

2.2.2. Das Gesetz von Ohm für den gesamten Stromkreis



● Abb. 2.2.2.1

Das Gesetz von Ohm, gültig für einen Stromkreisabschnitt (der keine elektrischen Generatoren enthält), kann verallgemeinert werden für den gesamten einfachen (unverzweigten) Stromkreis, wie derjenige aus der Abb. 2.2.2.1. Der Spannungsabfall auf dem Widerstand R ist gemäß Gesetz von Ohm für einen Stromkreisabschnitt $U = I \cdot R$, und der Spannungsabfall u auf dem inneren Stromkreis, mit dem Widerstand r, ist $u = I \cdot r$. Wir haben im vorigen Abschnitt gesehen, dass diese Spannungsabfälle mit der elektromotorischen Spannung E der Spannungsquelle durch die Beziehung $E = U + u$ verbunden sind. Wenn wir hier die Spannungen U und u ersetzen, erhalten wir den mathematischen Ausdruck für ***das Gesetz von Ohm für den einfachen Stromkreis***

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

Übung 2.2.2.1. Durch einen Drahtring mit dem Durchmesser D = 1 m fließt ein Strom, der von einer Spannungsquelle mit der EMS E = 1,5 V und mit dem inneren Widerstand 0,032 Ω erzeugt wird. Der Draht hat eine Querschnittsdurchmesser d = 1 mm und einen spezifischen Widerstand $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$. Bestimme die Stromstarke durch den Ring.

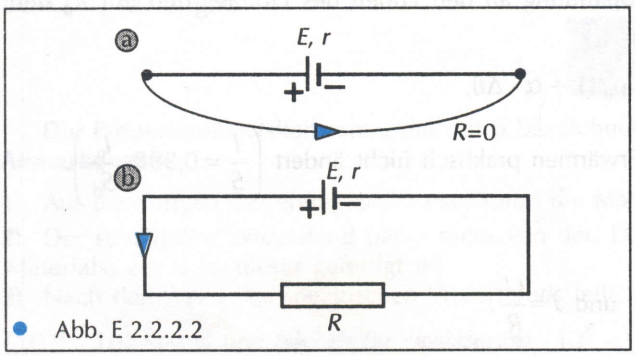
Lösung: Gemäß dem Gesetz von Ohm für einen einfachen Stromkreis: $I = \frac{E}{R + r}$.

Aber: $R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{\pi D}{\pi \frac{d^2}{4}} = \rho \cdot \frac{4D}{d^2}$. Also $I = \frac{E}{\rho \cdot \frac{4D}{d^2} + r}$.

Daraus folgt: $$I = \frac{1{,}5\,V}{1{,}7 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m \cdot \frac{4 \cdot 1m}{10^{-6}\,m^2} + 0{,}032\Omega} = \frac{1{,}5\,V}{6{,}8 \cdot 10^{-2}\,\Omega + 0{,}032\,\Omega} = \frac{1{,}5\,V}{0{,}1\Omega} = 15\,A.$$

Übung 2.2.2.2. Ein Akkumulator mit der EMS E = 12 V hat die Kurzschlussstromstärke I_{SC} = 40 A. Bestimme den Widerstand R des Verbrauchers, der an die Klemmen des Akkumulators angeschlossen werden muss, damit die Klemmenspannung U = 11 V.

Lösung: Bei Kurzschluss ist der äußere Widerstand R = 0 (Die Klemmen des Akkumulators sind durch einen Leiter mit vernachlässigbarem Widerstand miteinander verbunden), (Abb. E.2.2.2.2-a).



● Abb. E 2.2.2.2

Gemäß dem Gesetz von Ohm für einen einfachen Stromkreis

$$I_{SC} = \frac{E}{r}.$$

Wenn an die Klemmen des Akkumulators der Verbraucher mit dem Widerstand R geschaltet wird (Abb. E. 2.2.2.2-b), dann ist die Stomstärke:

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

Die Klemmenspannung ist $U = I \cdot R$; aus diesen beiden Beziehungen folgt:

$$U = \frac{E \cdot R}{R + r} \Rightarrow U \cdot R + U \cdot r = E \cdot R \Rightarrow R(E - U) = U \cdot r \Rightarrow R = \frac{U}{E - U} r \Rightarrow R = \frac{U}{E - U} \cdot \frac{E}{I_{SC}}.$$

$$R = \frac{11\,V}{1\,V} \cdot \frac{12\,V}{40\,A} = \frac{33\,V}{10\,A} = 3{,}3\,\Omega.$$

2.2.3. Der Rheostat. Die Potentiometerschaltung

Die Tatsache, dass der elektrische Widerstand eines Drahtes proportional mit der Länge des Drahtes ist, wird zum Bau von Rheostaten verwendet. ***Der Rheostat*** ist ein Gerät, das in Reihe in einen Stromkreis eingefügt wird und das eine regelbare Stromstärke in diesem Stromkreis ermöglicht. Der Rheostat besteht aus einem langen Draht, der auf einen isolierenden Träger gewickelt ist. Die beiden Enden des Drahtes sind zwei Klemmen *A* und *B* des Reostats (Abb. 2.2.3.1). Ein metallischer Schieber (*C*), der die dritte Klemme darstellt, kann auf der Wicklung gleiten.

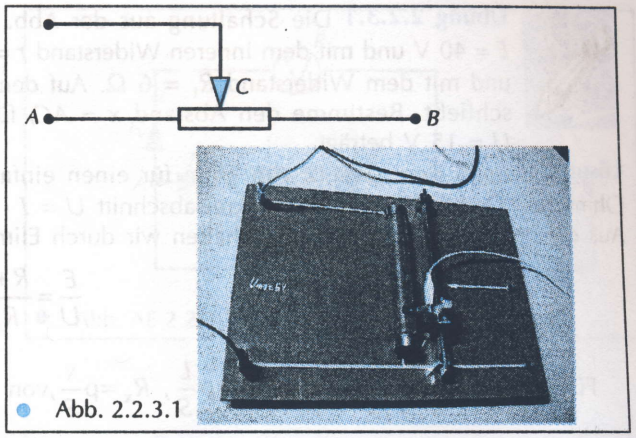


Abb. 2.2.3.1

EXPERIMENT

Baut die Schaltung aus der Abb. AE.2.2.3.1. auf. Wenn ihr den Schieber (Kursor) *C* von *A* gegen *B* verschiebt nach verschiebt, werdet ihr feststellen, dass die Stromstärke im Stromkreis kleiner wird. Bei der umgekehrten Bewegung des Kursors werdet ihr feststellen, dass die Stromstärke größer wird.

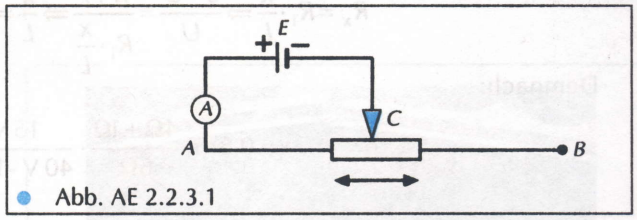


Abb. AE 2.2.3.1

Die Spannung zwischen den Punkten A und B ist laut Gesetz von Ohm für einen Stromkreisabschnitt $U_{AC} = I \cdot R_{AC}$. Aber der elektrische Widerstand eines Drahtes ist, wie wir gesehen haben, proportional mit seiner Länge: $R_{AC} = k \cdot l_{AC}$. Aus diesen beiden Beziehungen erhalten wir für die Stromstärke:

$$I = \frac{E}{R_{AC} - r} = \frac{E}{k \cdot l_{AC} - r}.$$

Also: Je länger die verwendete Länge der Drahtwicklung l_{AC} ist, um so kleiner wird die Stromstärke im Stromkreis sein.

EXPERIMENT

Baut die Schaltung aus der Abb. AE 2.2.3.2 auf. Verschiebt den Kursor von *A* gegen *B*. Wenn man die Anzeige des Voltmeters verfolgt, stellt man fest, dass die Spannung zwischen den Punkten *A* und *C* steigt. Bei der umgekehrten Bewegung des Kursors wird die Spannung kleiner.

Die Spannung zwischen den Punkten *A* und *C* ist gemäß dem Gesetz von Ohm für einen Stromkreisabschnitt $U_{AC} = I \cdot R_{AC}$. Aber der elektrische Widerstand eines Drahtes ist, wie wir gesehen haben, proportional mit seiner Länge $R_{AC} = k \cdot l_{AC}$. Aus diesen beiden Beziehungen erhalten wir

$$U_{AC} = k \cdot I \cdot l_{AC}.$$

Also: *Je größer die verwendete Länge der Drahtwicklung l_{AC} ist, um so größer ist die Spannung zwischen den Klemmen A und C.*

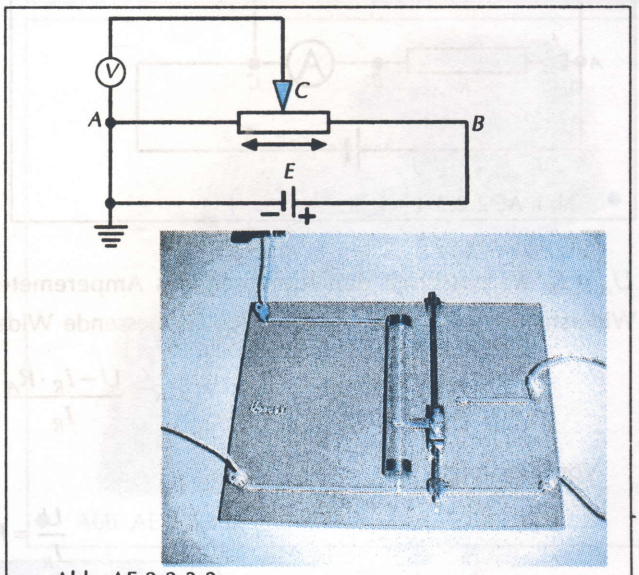


Abb. AE 2.2.3.2

Der ***Rheostat, der an die Klemmen eines elektrischen Generators geschaltet wird,*** so wie in der Abb. AE 2.2.3.2, ***ermöglicht es, eine regelbare Spannung zwischen einer seiner Klemmen und dem Kursor zu erhalten.*** Diese Schaltung des Rheostats heißt ***Potentiometerschaltung*** und das entsprechende Gerät heißt ***Potentiometer*** (oder Spannungsteiler).

Übung 2.2.3.1 Die Schaltung aus der Abb. AE 2.2.3.2. enthält eine Spannungsquelle mit der EMS E = 40 V und mit dem inneren Widerstand r = 1 Ω und einen Metalldraht AB mit der Länge L = 0,8 m und mit dem Widerstand R_1 = 6 Ω. Auf dem Draht AB gleitet der Kursor C, welcher den Stromkreis schließt. Bestimme den Abstand $x = AC$, für welchen der Spannungsabfall auf dem Abschnitt AC U = 15 V beträgt.

Lösung: Gemäß dem Gesetz von Ohm für einen einfachen Stromkreis $E = I \cdot (R + R_x + r)$, und gemäß dem Ohmschen Gesetz für einen Stromkreisabschnitt $U = I \cdot R_x$.
Aus diesen beiden Beziehungen erhalten wir durch Eliminieren von I:

$$\frac{E}{U} = \frac{R+r}{R_x} + 1 \quad \text{(a)}$$

Für den Draht schreiben wir: $R_1 = \rho\frac{L}{S}$, $R_x = \rho\frac{x}{S}$, von wo: $\frac{R_1}{R_x} = \frac{L}{x}$ (b)

Wir eliminieren R_x aus den Beziehungen a) und b):

$$R_x = R_1 \cdot \frac{x}{L} \Rightarrow \frac{E-U}{U} = \frac{R+r}{R_1 \cdot \frac{x}{L}} \Rightarrow \frac{x}{L} = \frac{R+r}{R_1} \cdot \frac{U}{E-U} \Rightarrow x = L \cdot \frac{R+r}{R_1} \cdot \frac{U}{E-U}.$$

Demnach:

$$x = 0{,}8\,\text{m} \cdot \frac{4\,\Omega + 1\,\Omega}{6\,\Omega} \cdot \frac{15\,\text{V}}{40\,\text{V} - 15\,\text{V}} = 0{,}8\,\text{m} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{15}{25} = 0{,}4\,\text{m}.$$

LABORATORIUMSARBEIT
Die Bestimmung des elektrischen Widerstands eines Stromkreisabschnittes durch Verwendung des Voltmeters und des Amperemeters in Gleichstromkreisen

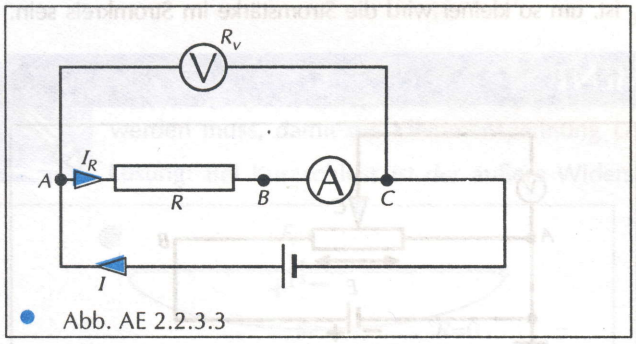


Abb. AE 2.2.3.3

Für die Bestimmung des Widerstands eines Stromkreisabschnittes ist es gemäß dem Ohmschen Gesetz $R = U/I$ nötig, die Spannung U an seinen Enden und die Stromstärke I zu messen.

a) Die Messung eines großen Widerstands (verglichen mit dem inneren Widerstand des Amperemeters)

Wir verwenden die Schaltung aus der Abb. AE 2.2.3.3. Der vom Amperemeter A gemessene Strom I ist identisch mit demjenigen, der durch den zu messenden Widerstand fließt. Die vom Voltmeter V gemessene Spannung U enthält aber nicht nur die zu messende Spannung, sondern auch die Spannung $U_A = I_R \cdot R_A$ zwischen den Klemmen des Amperemeters. Die zu messende Spannung an den Klemmen des Widerstands ist also $U - I_R \cdot R_A$. Der zu messende Widerstand ergibt sich also zu:

$$R = \frac{U - I_R \cdot R_A}{I_R} \Rightarrow R = \frac{U}{I_R} - R_A.$$

Von hier folgt

$$\frac{U}{I_R} = R + R_A.$$

Diese Beziehung zeigt, dass der durch Messung erhaltene Wert U/I_R mit dem realen Wert nur dann übereinstimmt, wenn $R_A \ll R$.

b) Die Messung eines kleinen Widerstands (verglichen mit dem inneren Widerstand des Voltmeters)

Wir verwenden die Schaltung aus der Abb. AE 2.2.3.4. Die vom Voltmeter V gemessene Spannung U ist identisch mit derjenigen an den Klemmen des zu messenden Widerstands. Die vom Amperemeter A gemessene Stromstärke I enthält nicht nur die zu messende Stromstärke, sondern auch die Stromstärke $I_V = U_V / R_V$ durch das Voltmeter. Der Strom durch den Widerstand R ist also $I_R = I - U_V / R_V$. Deshalb ist der Widerstand R gegeben durch die Beziehung

$$R = \frac{U}{I - I_V} \Rightarrow R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_V}}$$

Von hier folgt $\frac{U}{I} = \frac{R}{1 + \frac{R}{R_V}}$

Diese Beziehung zeigt, dass der aus Messungen gewonnene Wert U/I mit dem realen Wert R nur dann übereinstimmt, wenn $R << R_V$.

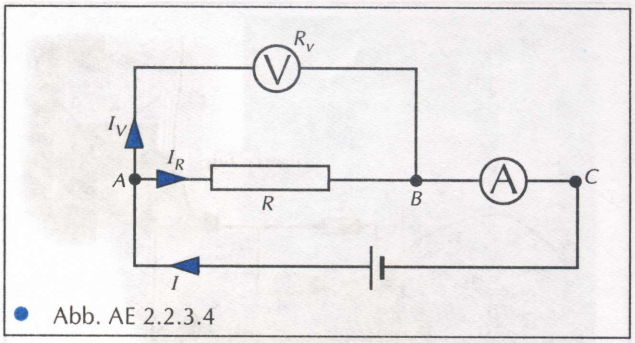


Abb. AE 2.2.3.4

Versuchsdurchführung

Die zum Aufbau der Schaltungen benötigten Geräte sind: Stabilisierte Spannungsquelle, Multiamperemeter, Multivoltmeter mit der Skala 0-30V, Widerstände verschiedener Werte: 10Ω; 5,1kΩ, Verbindungsdrähte, Schalter, Schaltbrett (Abb. AE 2.2.3.5).

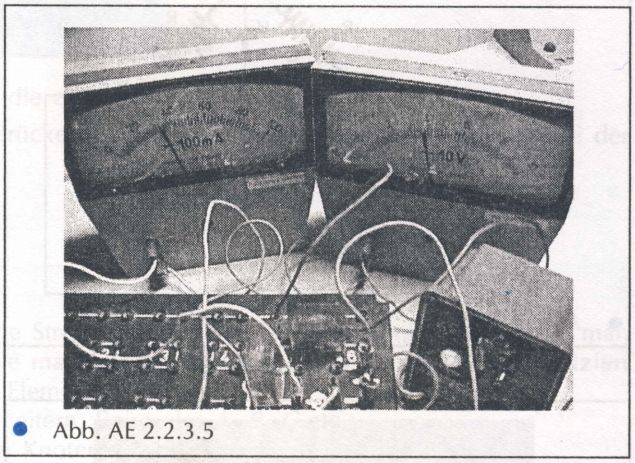


Abb. AE 2.2.3.5

Baut die Stromkreise nach den Schemen aus den Abb. AE2.2.3.6 und AE 2.2.3.7. auf, wartet dass der Lehrer sie prüft und schaltet dann ein. Lest die bei einer gewissen Spannung von den Messgeräten angezeigten Werte. Wiederholt die Messungen mit demselben Widerstand für verschiedene Werte der Spannung. Danach wiederholt diese Operationen für andere Widerstände. Schreibt die gewonnenen Daten in eine Tabelle, berechnet die Werte der elektrischen Widerstände R_m und schätzt die entstandenen Fehler. R_x ist der reale Wert des Widerstands.

Verwendet alle Widerstände sowohl in der Schaltung a) (Abb. AE 2.2.3.6), wie auch in der Schaltung b) (Abb. AE 2.2.3.7), um aus der Analyse der Fehler die Nützlichkeit jeder Methode zu erkennen.

Schreibt die experimentellen Daten in eine Tabelle von folgender Form:

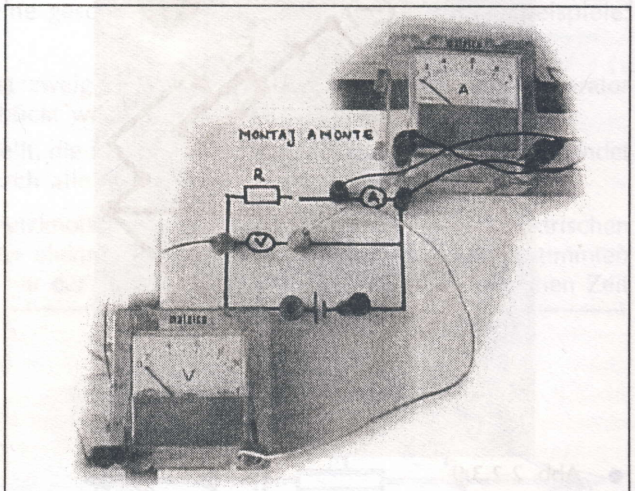


Abb. AE 2.2.3.6

Nr.	$R_X(\Omega)$	U(V)	I(mA)	$R_m(\Omega)$	$\varepsilon_R = (R_m - R_X)/R_X$ (%)

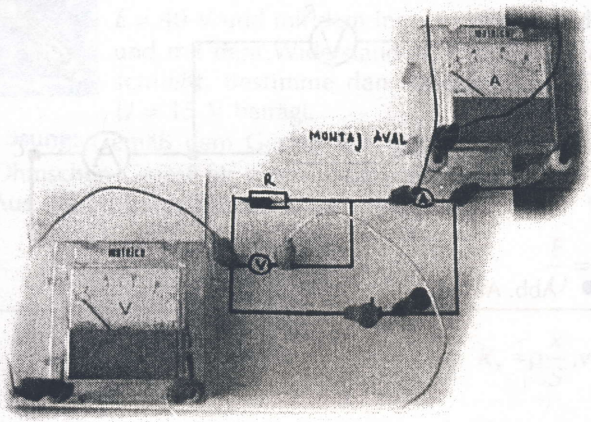


Abb. 2.2.3.7

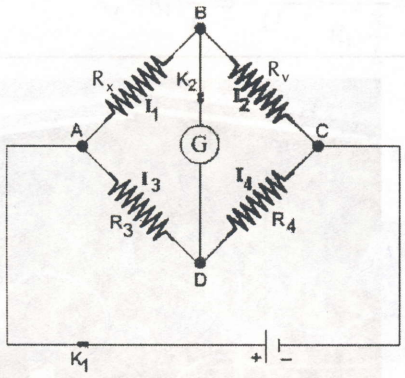


Abb. 2.2.3.8

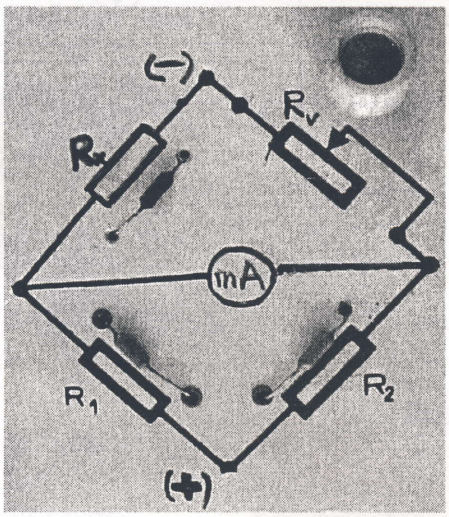


Abb. 2.2.3.9

Berechnet den relativen Fehler mit der Formel:

$$\varepsilon_R = (R_m - R_X)/ R_X \ (\%) \qquad (1)$$

Schlussfolgerungen:

1. Die Schaltung a) eignet sich zur Messung der großen Widerstände (die viel größer sind als der innere Widerstand des Amperemeters).
2. Die Schaltung b) eignet sich zur Messung der kleinen Widerstände (die viel kleiner sind als der innere Widerstand des Voltmeters).

Erweiterung

Eine andere Methode zur Bestimmug des elektrischen Widerstands ist die Methode der Wheatstoneschen Brücke (Abb. AE 2.2.3.8). Die Schaltung enthält vier Widerstände, von denen wenigstens einer regelbar ist und kann zur Bestimmung eines unbekannten Widerstands verwendet werden, dann wenn sie ins Gleichgewicht gebracht wird. Die Gleichgewichtsbedingung der Brücke besteht darin, dass die Stromstärke durch das Galvanometer Null ist, also:

$I_1 = I_2$ und $I_3 = I_4$ (2)

Aus den Gesetzen von Kirchhoff folgt:

$R_x R_4 = R_v R_3$ (3)

Wenn drei Widerstände bekannt sind, kann der vierte aus der Beziehung (3) berechnet werden.

Eine Variante der Wheatstoneschen Brücke ist diejenige, bei der zwei Widerstände durch die zwei Teile eines Metalldrahtes ersetzt werden, so wie in der Abb. AE 2.2.3.10. Das Gleichgewicht erhält man durch Verschieben des Kursors.

Wir erhalten: $R_x l_1 = R_v l_2$

Wenn der Wert R_v bekannt ist, kann der unbekannte Wert R_x berechnet werden. Die Längen l_1 und l_2 sind bekannt.

Versuchsdurchführung

Die für die Wheatstonesche Brücke nötigen Materialien sind: stabilisierte Spannungsquelle, Galvanometer, Potentiometer 5 kΩ, verschiedene Widerstände: 20Ω, 100Ω, 1kΩ, 2,2kΩ, Verbindungsdrähte, Schalter, Schaltbrett. Baut die elektrischen Stromkreise wie in der Abb. AE 2.2.3.9, wartet dass der Professor sie prüft, danach könnt ihr einschalten. Lest die von den Messgeräten angezeigten Werte für eine bestimmte Klemmenspannung und für einen unbekannten Widerstand. Bringt die Brücke ins Gleichgewicht durch Verschieben des Kursors, bis das Galvanometer Null anzeigt. Wiederholt diese Operationen für verschiedene Werte der Klemmenspannung bei jedem Widerstand, danach wiederholt dasselbe für die anderen Widerstände. Schreibt die erhaltenen Daten in die folgende Tabelle.

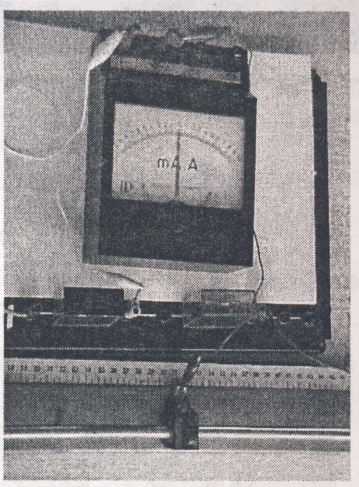
Nr.	$R_X(\Omega)$	$R_{var}(\Omega)$	$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	$R_m(\Omega)$	$\varepsilon_R = (R_m - R_X)/ R_X$ (%)

Berechnet die gemessenen Werte des Widerstands R_m und schätzt die entstandenen Fehler.

Für die zweite Variante der Wheatstoneschen Brücke verwenden wir: stabilisierte Spannungsquelle, Draht mit Kursor, Galvanometer, verschiedene Widerstände: 10Ω, 100Ω 1kΩ, 5,1kΩ, Verbindungsdrähte, Schalter, Schaltbrett.

Baut die elektrischen Stromkreise aus Abb. AE 2.2.3.10 auf, wartet bis das der Lehrer sie prüft und danach schaltet ein. Lest die von den Messgeräten angezeigten Werte für einen bestimmten Wert der Klemmenspannung und für einen unbekannten Widerstand. Bringt die Brücke durch Verschieben des Kursors ins Gleichgewicht, so dass das Galvanometer Null anzeigt.

Wiederholt die vorigen Operationen für andere unbekannte Widerstände R_x. Schreibt die erhaltenen Daten in die folgende Tabelle:



● Abb. AE 2.2.3.10

Nr.	$R_x(\Omega)$	l_1(cm)	l_2(cm)	$R_m(\Omega)$	$\varepsilon_R = (R_m - R_x)/R_x$ (%)

Berechnet die Werte R_m der Widerstände und schätzt die entstandenen Fehler.

Anmerkung: Die bei Verwendung der Wheatstoneschen Brücke entstandenen Fehler sind viel kleiner als bei der Methode Voltmeter-Amperemeter a) und b). Warum?

2.3. Die Gesetze von Kirchhoff

Bisher haben wir nur einfache, unverzweigte elektrische Stromkreise untersucht. In der Praxis verwendet man komplexe elektrische Stromkreise, mit vielen Zweigen, die man ***elektrische Stromnetze*** nennt. Wie kompliziert ein Netz auch immer sei, kann man darin die folgenden Elemente erkennen (Abb. 2.3.1):

– ***Netzknoten*** – jeder Treffpunkt von mindestens drei Leitern; Beispiele: *A, B, C* etc.

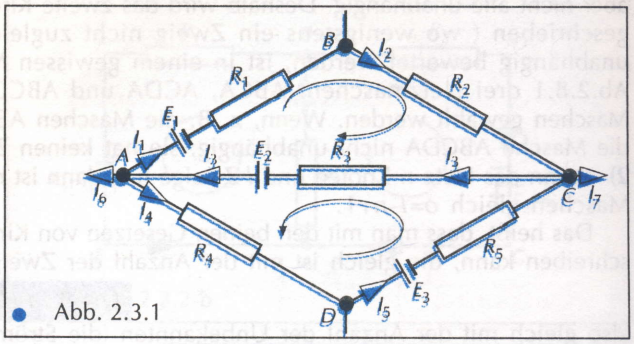
– ***Netzzweig*** – Abschnitt zwischen zwei benachbarten Knoten; Beispiele: *AB, AC* etc.

– ***Netzmasche*** – eine Folge von Netzzweigen, die eine geschlossene poligonale Kontur bilden; Beispiele: *ABCA, ACDA* etc.

Anmerkung: Es wird angenommen, dass sich auf jedem Netzzweig wenigstens ein Verbraucher oder ein Generator befindet. Im gegenteiligen Fall kann dieser Zweig unterdrückt werden.

Im Jahr 1847 hat Gustav Kirchhoff zwei Gesetze aufgestellt, die zur Berechnung der Gleichstromnetze verwendet werden können, d.h. zur Bestimmung der Ströme, die durch alle Netzzweige fließen.

Das erste Kirchhoffsche Gesetz bezieht sich auf die Netzknoten und formuliert die Erhaltung der elektrischen Ladung in einem Knoten. Es behauptet,dass die Summe der elektrischen Ladungen, welche in einem bestimmten Zeitintervall in einen Netzknoten hineinfließen, gleich ist mit der Summe der Ladungen, die in der gleichen Zeit den Knoten verlassen.



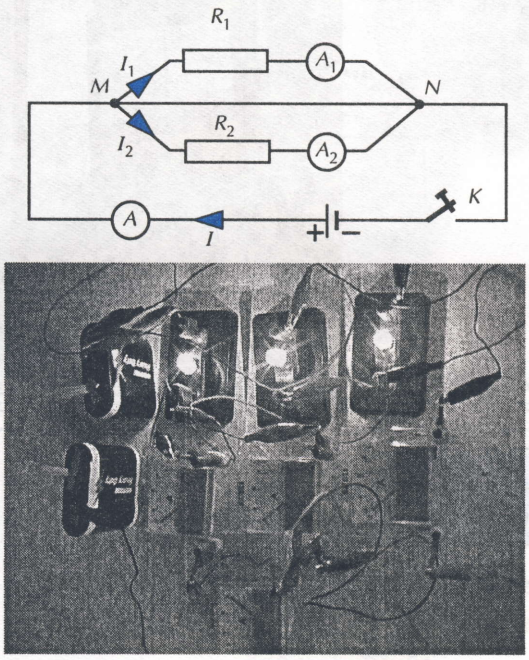
● Abb. 2.3.1

Lehrsatz: Die algebraische Summe der Stromstärken aller Ströme, die sich in einem Netzknoten treffen, ist gleich mit Null.

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$$

Konvention: In der vorigen Beziehung werden mit dem Vorzeichen + diejenigen Ströme genommen, welche in den Netzknoten einmünden und mit dem Vorzeichen – diejenigen Ströme, welche den Knoten verlassen.

EXPERIMENT



● Abb. AE 2.3.1

Baut die Schaltung aus der Abb. AE 2.3.1. auf. Schließt den Schalter *K* und lest die Anzeige der drei Amperemeter. Man stellt fest dass $I = I_1+I_2$, in Übereinstimmung mit dem ersten Kirchhoffschen Gesetz.

Um dieses Gesetz anzuwenden, wählt man im voraus in ***beliebiger Weise*** einen Stromsinn für jeden Netzzweig (Abb. 2.3.1). Danach schreibt man die Gleichung der Ströme für jeden Knoten. So erhält man z.B. für den Knoten A aus der Abb. 2.3.1:

$$-I_6+I_3-I_1-I_4=0.$$

Anmerkungen:

1) Im Endresultat bemerkt man, dass einige Stromstärken mit positivem Wert erhalten werden, während andere einen negativen Wert haben. Das bedeutet, dass für diejenigen mit negativem Wert der anfänglich (in beliebiger Weise) festgelegte Stromsinn falsch gewählt wurde und dass der wirkliche Stromsinn umgekehrt zum anfänglich Angenommenen ist.

2) Die Anwendung dieses Gesetzes ergibt n Gleichungen für die n Knoten eines Stromnetzes. Von diesen sind nur $n-1$ unabhängig. Die Gleichung für den Knoten n kann algebraisch aus den anderen $n-1$ Gleichungen erhalten werden.

Das zweite Kirchhoffsche Gesetz bezieht sich auf die Netzmaschen.

Lehrsatz: Die algebraische Summe der elektromotorischen Spannungen der Spannungsquellen entlang einer Netzmasche ist gleich mit der algebraischen Summe der Spannungsabfälle auf den Zweigen der Masche:

$$\sum_{k=1}^{n} E_k = \sum_{j=1}^{m} I_j \cdot R_j.$$

Für die Anwendung dieses Gesetzes muss im voraus, in beliebiger Weise, für jede Netzmasche ein Umlaufsinn gewählt werden. Danach werden die Gleichungen für die Netzmaschen geschrieben. Dabei wendet man folgende Vorzeichenkonventionen an.

Konventionen (Vorzeichenregeln):

1) Eine elektromotorische Spannung E wird mit dem Vorzeichen + genommen, wenn der gewählte Umlaufsinn im direkten Sinn durch den Generator verläuft (vom positiven Pol zum negativen Pol); im andern Fall wird die betreffende elektromotorische Spannung mit dem – Vorzeichen genommen.

2) Wenn der von uns gewählte Umlaufsinn mit dem gewählten Stromsinn in einem Zweig übereinstimmt, dann wird das betreffende *I R*- Produkt mit dem + Vorzeichen genommen, im andern Fall mit dem – Vorzeichen.

Zum Beispiel erhält man für die Masche *ABCA* aus der Abb. 2.3.1 die Gleichung: $-E_1+E_2=I_1\cdot R_1+I_2\cdot R_2+I_3\cdot R_3$.

Anmerkungen:

1) Das zweite Kirchhoffsche Gesetz kann für alle Netzmaschen geschrieben werden. Diese Gleichungen sind aber nicht alle unabhängig. Deshalb wird das zweite Kirchhoffsche Gesetz nur für die unabhängigen Netzmaschen geschrieben (wo wenigstens ein Zweig nicht zugleich zu anderen Maschen gehört). Welche Maschen als unabhängig bewertet werden, ist in einem gewissen Maße eine willkürliche Wahl. Zum Beispiel sind in der Ab.2.8.1 drei Netzmaschen: ABCA, ACDA und ABCDA. Jedwelche zwei Maschen können als unabhängige Maschen gewählt werden. Wenn, z. B. die Maschen ABCA und ACDA als unabhängig gewählt werden, dann ist die Masche ABCDA nicht unabhängig; sie hat keinen Zweig, der nicht auch zu anderen Maschen gehört.

2) Wenn das Netz n Knoten und *l* Zweige hat, dann ist nach dem Lehrsatz von Euler die Anzahl der unabhängigen Maschen gleich $o=l-n+1$.

Das heißt, dass man mit den beiden Gesetzen von Kirchhoff eine Gesamtanzahl von unabhängigen Gleichungen schreiben kann, die gleich ist mit der Anzahl der Zweige des Netzes

$$(n-1)+(l-n+1)=l,$$

also gleich mit der Anzahl der Unbekannten (die Ströme in jedem Zweig).

Übung 2.3.1. In der Abb. E 2.3.1-a sind gegeben $E_1 = 22$ V, $r_1 = 1\,\Omega$, $E_2 = 19$ V, $r_2 = 1\,\Omega$, $R_1 = R_3 = 4\,\Omega$, $R_2 = 6\,\Omega$. Bestimme die Ströme I_1, I_2 und I_3 welche durch die Widerstände R_1, R_2 und R_3 fließen.

Lösung: ***Farbig*** wählen wir beliebig den Stromsinn der Ströme I_1, I_2 und I_3, welche durch die drei Widerstände fließen (Abb. E 2..3.1-b). ***Zweitens*** wählen wir beliebig einen Umlaufsinn für zwei unabhängige Maschen (aus den dreien) (Abb. E 2.3.1-b).

Wir können nun die Gesetze von Kirchhoff schreiben. Es gibt $n = 2$ Knoten (A und B). Von diesen ist nur einer unabhängig ($n - 1 = 1$). Wir schreiben das erste Kirchhoffsche Gesetz für den Knoten A:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \qquad \text{(a)}$$

Die in den Knoten eintretenden Ströme werden mit dem Vorzeichen + genommen und die aus dem Knoten herausfließenden Ströme werden mit Vorzeichen – genommen. Danach schreiben wir das zweite Kirchhoffsche Gesetz für die zwei Netzmaschen (mit den entsprechenden Vorzeichenregeln):

$$E_1 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot r_1;$$
$$E_2 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_2 \cdot r_2.$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte erhalten wir:

$$22 = 4 \cdot I_1 + 4 \cdot I_3 + 1 \cdot I_1;$$
$$19 = 6 \cdot I_2 + 4 \cdot I_3 + 1 \cdot I_2.$$

Also:
$$22 = 5 \cdot I_1 + 4 \cdot I_3; \qquad \text{(b)}$$
$$19 = 7 \cdot I_2 + 4 \cdot I_3. \qquad \text{(c)}$$

Die Gleichungen a), b) und c) bilden ein Gleichungssystem von 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten. Durch Lösen des Systems erhält man:

$$I_1 = 2\text{ A}, I_2 = 1\text{ A}, I_3 = 3\text{ A}.$$

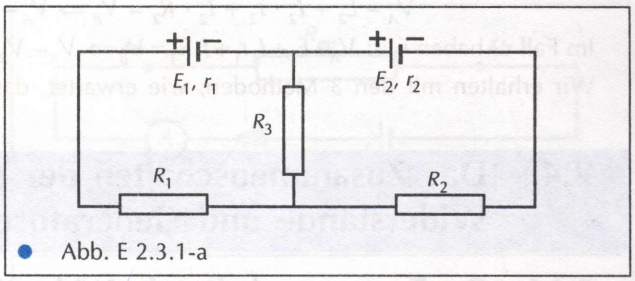


Abb. E 2.3.1-a

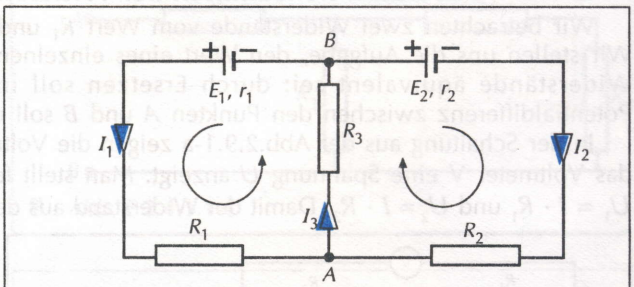


Abb. E 2.3.1-b

Übung 2.3.2. In dem Stromkreis aus der Abb. E 2.3.2-a sind gegeben $E_2 = 19$ V, $r_2 = r_1 = 1\Omega$, $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = R_3 = 2\Omega$ und $I_1 = 2$ A. Bestimme I_2, I_3 und E_1 sowie $V_A - V_B$.

Lösung: Wir wählen einen Umlaufsinn für zwei unabhängige Netzmaschen (von den dreien) (Abb. 2.3.2-b). Dann schreiben wir das erste Kirchhoffsche Gesetz für den Knoten A (nur ein Knoten ist unabhängig):

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Wir schreiben das zweite Kirchhoffsche Gesetz für zwei unabhängige Maschen:

$$E_1 = I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot r_1$$
$$E_2 = I_3 \cdot R_3 + I_2 \cdot R_2 + I_2 \cdot r_2$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte erhalten wir:

$$\begin{cases} 2 + I_2 - I_3 = 0 \\ E_1 = 2 \cdot I_3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \\ 19 = 2 \cdot I_3 + 2 \cdot I_2 + 1 \cdot I_2 \cdot \end{cases}$$

Diese Gleichungen können wie folgt umgeschrieben werden:

$$\begin{cases} 2 + I_2 = I_3 \\ E_1 = 2 \cdot I_3 + 10 \\ 19 = 2 \cdot I_3 + 3 \cdot I_2 \cdot \end{cases}$$

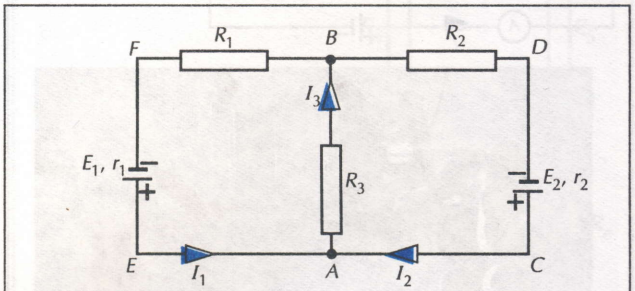


Abb. E 2.3.2-a

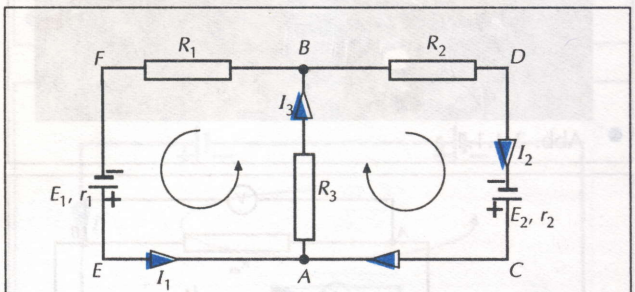


Abb. E 2.3.2-b

Sie bilden ein System von 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten; wir lösen das System und erhalten:

$$I_2 = 3\ \text{A}, I_3 = 5\ \text{A}, E_1 = 20\ \text{V}.$$

Um die Potentialdifferenz $V_A - V_B$ zu bestimmen, starten wir aus dem Punkt A mit dem Potential V_A und durchlaufen einen Weg entlang des Stromkreises bis nach B, vom Potential V_B. Alles was das Potential vergrößert,wird zu V_A dazu gezählt und alles was das Potential kleiner macht, wird von V_A abgezogen. Es sind 3 Wege möglich:

a) von A, über R_3, direkt nach B; b) $A \to C \to D \to B$; c) $A \to E \to F \to B$

Im Fall a) haben wir:

$$V_A - I_3 \cdot R_3 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = I_3 \cdot R_3 = 5\text{A} \cdot 2\Omega = 10\ \text{V}$$

Im Fall b) haben wir:

$$V_A - E_2 + I_2 \cdot r_2 + I_2 \cdot R_2 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = E_2 - I_2(R_2 + r_2) = 19 - 3(2+1) = 10\,\text{V}$$

Im Fall c) haben wir: $V_A - E_1 + I_1 r_1 + I_1 R_1 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = E_1 - I_1 \cdot (R_1 + r_2) = 20 - 2 \cdot (4 + 1) = 10\ \text{V}.$

Wir erhalten mit den 3 Methoden, wie erwartet, das gleiche Ergebnis.

2

2.4. Das Zusammenschalten der elektrischen Widerstände und Generatoren

2.4.1 Das Zuammenschalten der Widerstände

Wir betrachten zwei Widerstände vom Wert R_1 und R_2, die in Reihe (Serie) geschaltet sind (Abb. 2.4.1.1-a). Wir stellen uns die Aufgabe, den Wert eines einzelnen Widerstands zu finden, der mit der Gruppe der beiden Widerstände äquivalent sei: durch Ersetzen soll in dem Stromkreis der gleiche Strom fließen und die Potentialdifferenz zwischen den Punkten A und B soll die Gleiche bleiben (Abb. 2.4.1.1-b).

In der Schaltung aus der Abb.2.9.1-a zeigen die Voltmeter V_1 und V_2 die Spannungen U_1 und U_2 an, während das Voltmeter V eine Spannung U anzeigt. Man stellt fest, dass $U = U_1 + U_2$. Aber gemäß dem Gesetz von Ohm $U_1 = I \cdot R_1$ und $U_2 = I \cdot R_2$. Damit der Widerstand aus der Abb. 2.4.1.1-b äquivalent sei mit der Gruppe der beiden Widerstände muss das Voltmeter die gleiche Spannung zwischen A und B anzeigen und durch den Stromkreis muss der gleiche Strom fließen. Dann ist laut Gesetz von Ohm $U = I \cdot R_{es}$. Daraus erhalten wir sofort $R_{es} = R_1 + R_2$. Dieses Ergebnis kann sofort für drei oder mehrere Widerstände verallgemeinert werden.

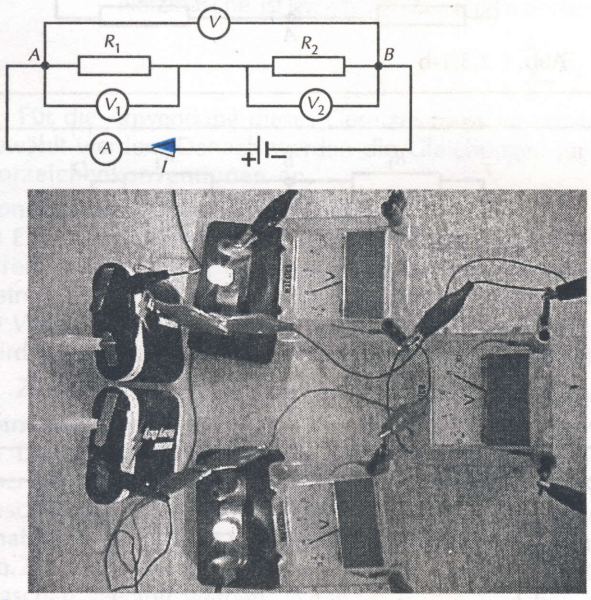


Abb. 2.4.1.1-a

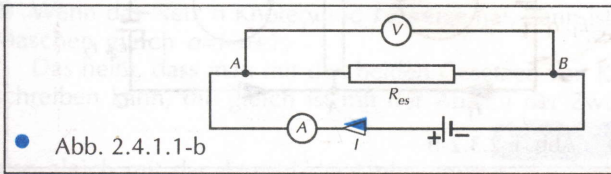


Abb. 2.4.1.1-b

Schlussfolgerung: Der Ersatzwiderstand einer Reihe (Serie) von Widerständen ist gleich mit der Summe der einzelnen Widerstände:

$$R_{es} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n.$$

Wir betrachten zwei Widerstände vom Wert R_1 und R_2, die parallel geschaltet sind (Abb. 2.4.1.2-a). Wir stellen uns die Aufgabe, den Wert eines einzelnen Widerstands zu finden, der mit der Gruppe der beiden Widerstände äquivalent sei: durch Ersetzen soll in dem Stromkreis der gleiche Strom fließen und die Potentialdifferenz zwischen den Punkten M und N soll die Gleiche bleiben (Abb. 2.4.1.2-b).

In der Schaltung aus der Abb. 2.4.1.2-a zeigen die Ampermeter A_1 und A_2 die Ströme I_1und I_2an und das Ampermeter A zeigt einen Strom I an. Man stellt fest, dass $I = I_1 + I_2$, in Übereinstimmung mit dem ersten Gesetz von Kirchhoff. Aber gemäß dem Gesetz von Ohm $U = I_1 \cdot R_1$ und $U = I_2 \cdot R_2$. Also:

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}.$$

Damit der Widerstand aus der Abb. 2.4.1.2-b mit dem System der beiden Widerstände äquivalent sei, muss das Amperemeter dieselbe Stromstärke I anzeigen und es muss dieselbe Spannung zwischen den Punkten M und N herrschen. Gemäß dem Gesetz von Ohm gilt $U = I \cdot R_{ep}$. Daraus erhält man sofort

$$\frac{1}{R_{ep}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Dieses Ergebnis kann sofort verallgemeinert werden für den Fall von drei oder mehreren Widerständen.

Schlussfolgerung: Der Kehrwert des Ersatzwiderstands von mehreren parallel geschalteten Widerständen ist gleich mit der Summe der Kehrwerte dieser Widerstände:

$$\frac{1}{R_{ep}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}.$$

Übung 2.4.1.1. Berechne den Ersatzwiderstand R des Dipols AB aus der Abb. E 2.4.1.1-a. Gegeben sind: $R_1 = R_2 = R_3 = 2\,\Omega$, $R_4 = 3\,\Omega$.

Lösung: Die Widerstände R_2 und R_4 sind in Reihe geschaltet. Wir ersetzen sie mit einem Ersatzwiderstand (Abb. E 2.4.1.1-b) vom Wert R_5: $R_5 = R_2 + R_4 = 5\,\Omega$. Die Widerstande R_3 und R_5 sind parallel geschaltet. Wir ersetzen sie mit einem Ersatzwiderstand R_6 (Abb. 2.4.1.1-c).

$$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{7}{10},\quad R_6 = \frac{10}{7}\Omega.$$

Die Widerstände R_1 und R_6 sind in Reihe geschaltet. Wir ersetzen sie mit einem Ersatzwiderstand R_e (Abb. E 2.4.1.1-d):

$$R_e = R_1 + R_6 = 2\Omega + \frac{10}{7}\Omega = \frac{24}{7}\Omega.$$

2.4.2. Das Zusammenschalten der elektrischen Generatoren

Wir betrachten zwei identische Generatoren, jeder mit der elektromotorischen Spannung E und dem inneren Widerstand r, die in Reihe geschaltet sind, wie in der Abb. 2.4.2.1. Im äußeren Stromkreis befindet sich ein Widerstand R. *Bei dieser Schaltung wird der negative Pol eines Generators mit dem positiven Pol des folgenden Generators verbunden.*

Das zweite Kirchhoffsche Gesetz ergibt für diesen Stromkreis

$$I = \frac{2 \cdot E}{R + 2 \cdot r},$$

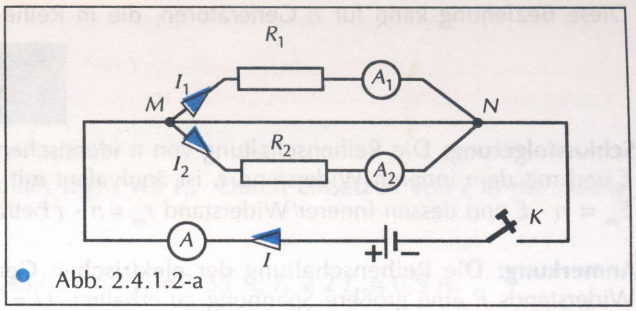


Abb. 2.4.1.2-a

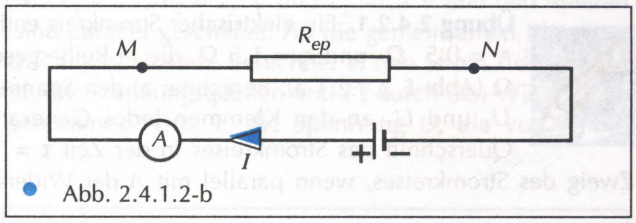


Abb. 2.4.1.2-b

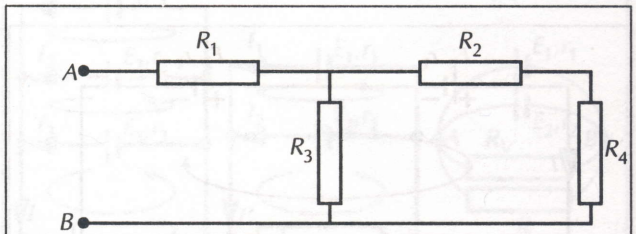


Abb. E 2.4.1.1-a

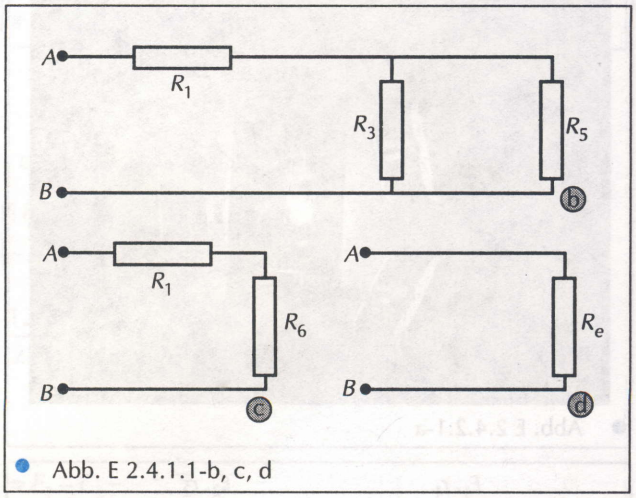


Abb. E 2.4.1.1-b, c, d

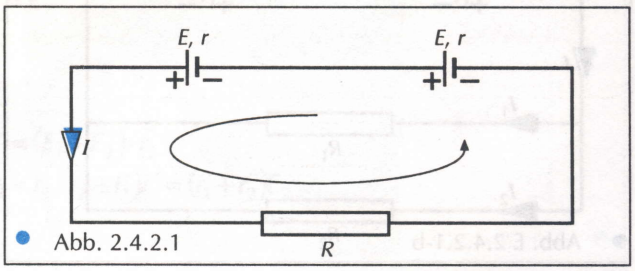


Abb. 2.4.2.1

Diese Beziehung kann für n Generatoren, die in Reihe geschaltet sind verallgemeinert werden:

$$I = \frac{n \cdot E}{R + n \cdot r}.$$

Schlussfolgerung: Die Reihenschaltung von n identischen Generatoren, jeder mit der elektromotorischen Spannung E und mit dem inneren Widerstand r, ist äquivalent mit einem Ersatzgenerator, dessen elektomotorische Spannung $E_{es} = n \cdot E$ und dessen innerer Widerstand $r_{es} = n \cdot r$ beträgt.

Anmerkung: Die Reihenschaltung der elektrischen Generatoren wird angewendet, um an den Klemmen eines Widerstands R eine größere Spannung zu erhalten. $U = n\,(E - I\,r)$.

Übung 2.4.2.1. Ein elektrischer Stromkreis enthält zwei Generatoren mit $E_1 = 4$ V und $E_2 = 3{,}2$ V, sowie $r_1 = 0{,}5\ \Omega$ und $r_2 = 1{,}5\ \Omega$, die in Reihe geschaltet sind, sowie einen Widerstand A vom Wert $R_1 = 10\ \Omega$ (Abb. E 2.4.2.1-a). Berechne: a) den Spannungsabfall auf dem außeren Stromkreis; b) die Spannungen U_1 und U_2 an den Klemmen jedes Generators; c) die Anzahl der Elektronen, welche durch einen Querschnitt des Stromkreises in der Zeit $\tau = 10$ s fließen; d) die Stromstärken I, I_1 und I_2 durch jeden Zweig des Stromkreises, wenn parallel mit A der Widerstand B vom Wert $R_2 = 5\ \Omega$ geschaltet wird.

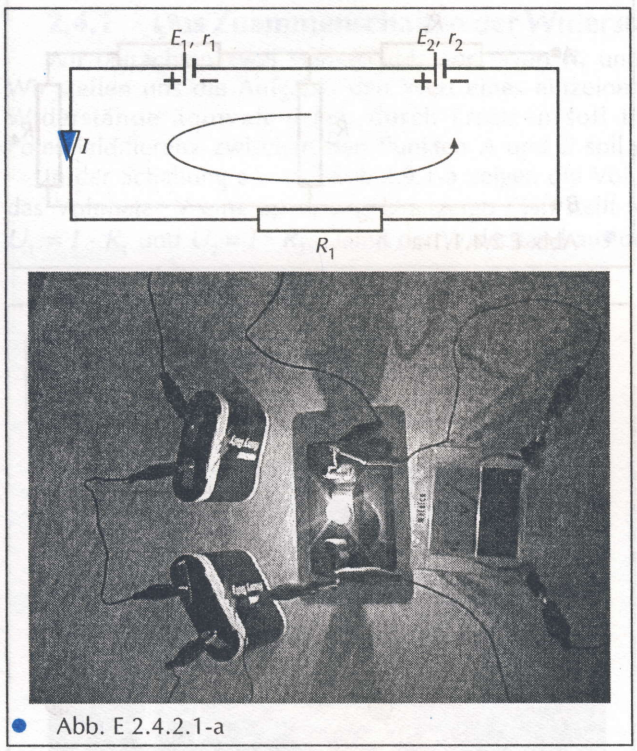


Abb. E 2.4.2.1-a

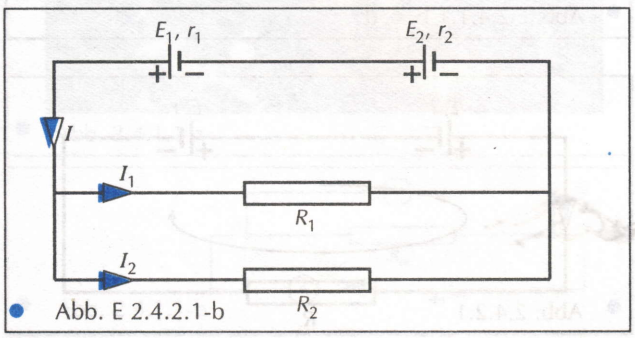


Abb. E 2.4.2.1-b

Lösung:

a) $$E_1 + E_2 = I(R_1 + r_1 + r_2) \Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + r_1 + r_2}.$$

$$U = I R_1 \Rightarrow U = (E_1 + E_2) \cdot \frac{R_1}{R_1 + r_1 + r_2};$$

$$U = 7{,}2 \cdot \frac{10}{12} = \frac{72}{12} = 6\,\text{V}.$$

b) $$U_1 = E_1 - I r_1 = E_1 - \frac{(E_1 + E_2) r_1}{R_1 + r_1 + r_2} \Rightarrow$$

$$U_1 = 4 - \frac{7{,}2 \cdot 0{,}5}{12} = 4 - 0{,}6 \cdot 0{,}5 = 3{,}7\,\text{V}.$$

$$U_2 = E_2 - I r_2 \Rightarrow U_2 = E_2 - (E_1 + E_2) \frac{r_2}{R_1 + r_1 + r_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_2 = 3{,}2 - 7{,}2 \cdot \frac{1{,}5}{12} = 3{,}2 - 0{,}9 = 2{,}3\,\text{V}.$$

c) $$I = \frac{Q}{\tau} = \frac{N \cdot |e|}{\tau} \Rightarrow N = I/|e| \Rightarrow N = \frac{|e|}{\tau} \cdot \frac{E_1 + E_2}{R_1 + r_1 + r_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{10}{1{,}6021 \cdot 10^{-19}} \cdot \frac{7{,}2}{12} = 3{,}75 \cdot 10^{19}$$

d) Entsprechend der Abb. E 2.4.2.1-b haben wir:

$$\begin{cases} I - I_1 - I_2 = 0 \\ E_1 + E_2 = I_1 R_1 + I(r_1 + r_2) \\ 0 = -I_1 R_1 + I_2 R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I - I_1 - I_2 = 0 \\ 10 I_1 + 2 I = 7{,}2 \\ -10 I_1 + 5 I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I - I_1 - I_2 = 0 \\ 5I_1 + I = 3{,}6 \\ 2I_1 = I_2 \end{cases}$$

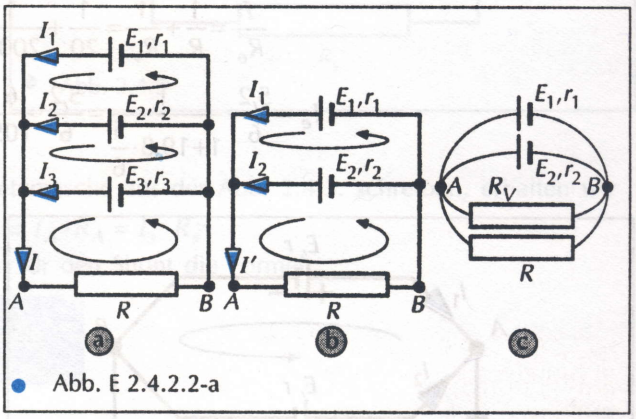
Durch Einsetzen der dritten Gleichung in die erste erhalten wir: $I = 3\ I_1$. Durch Einsetzen von I in die zweite Gleichung:

$$5\ I_1 + 3\ I_1 = 3{,}6 \Rightarrow 8\ I_1 = 3{,}6 \Rightarrow I_1 = \frac{3{,}6}{8} = 0{,}45\ \text{A};\ I = 3\ I_1 = 1{,}35\ \text{A};\ I_2 = 2\ I_1 = 0{,}9\ \text{A}.$$

Übung 2.4.2.2. Drei Spannungsquellen mit den EMS E_1 =1 V, E_2 = 1,1V und E_3 =1,2 V und den inneren Widerständen r_1 = 2 Ω, r_2 = 3 Ω und r_3 = 1 Ω, sind parallel geschaltet. An die gemeinsamen Klemmen A und B der Spannungsquellen ist ein Widerstand R angeschlossen. Berechne: a) den Strom I durch den Widerstand R = 20 Ω; b) die Strome I_1 und I_2 durch die Spannungsquellen und I', durch den Widerstand, wenn die Spannungsquelle E_2 aus dem Netz genommen wird; c) die Spannung U, die von einem Voltmeter mit dem Widerstand R_v = 2 kΩ angezeigt wird.

Lösung: Gemäß der Abb. E 2.4.2.2-a haben wir:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = I \\ E_1 - E_2 = I_1 r_1 - I_2 r_2 \\ E_2 - E_3 = I_2 r_2 - I_3 r_3 \\ E_3 = I_3 r_3 + I R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = I \\ 2I_1 - 3I_2 = -0{,}1 \\ 3I_2 - I_3 = -0{,}1 \\ I_3 + 20I = 1{,}2 \end{cases}.$$



● Abb. E 2.4.2.2-a

Aus der vierten Gleichung erhalten wir: $I_3 = 1{,}2 - 20\ I$.

Durch Einsetzen von I_3 in die anderen drei Gleichungen erhalten wir das System:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + 1{,}2 - 20I = I \\ 2I_1 - 3I_2 = -0{,}1 \\ 1{,}2 - 20I - 3I_2 = 0{,}1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 = 21I - 1{,}2 \\ 3I_2 - 2I_1 = 0{,}1 \\ 20I + 3I_2 = 1{,}1 \end{cases}.$$

Aus der ersten Gleichung folgt: $I_2 = 21\ I - 1{,}2 - I_1$; wir erhalten das System:

$$\begin{cases} 63I - 3{,}6 - 3I_1 - 2I_1 = 0{,}1 \\ 20I + 63I - 3{,}6 - 3I_1 = 1{,}1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 63I - 5 \cdot I_1 = 3{,}7 \\ 83I - 3 \cdot I_1 = 4{,}7 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 3 \\ \cdot (-5) \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 189I - 15I_1 = 11{,}1 \\ -415I + 15I_1 = -23{,}5 \end{cases}.$$

Durch Addition der Gleichungen: $-226\ I = -12{,}4 \Rightarrow I = \frac{12{,}4}{226} = 54{,}9\ \text{mA}$.

b) Gemäß der Abb. E 2.4.2.2-b haben wir:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I' \\ E_1 - E_2 = r_1 I_1 - r_2 I_2 \\ E_2 = r_2 I_2 + RI' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2 = I' - I_1 \\ r_1 I_1 - r_2 I' + r_2 I_1 = E_1 - E_2 \\ r_2 I' - r_2 I_1 + RI' = E_2 \end{cases}$$

Wir bearbeiten die letzten zwei Gleichungen:

$$\begin{cases} (r_1 + r_2) I_1 - r_2 I' = E_1 - E_2 \\ -r_2 I_1 + (r_2 + R) I' = E_2 \end{cases} \begin{matrix} \cdot r_2 \\ \cdot (r_1 + r_2) \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} (r_1 + r_2) r_2 I_1 - r_2^2 I' = (E_1 - E_2) \cdot r_2 \\ -(r_1 + r_2) r_2 I_1 + (r_1 + r_2)(r_2 + R) I' = (r_1 + r_2) E_2 \end{cases}$$

Durch Addition dieser zwei Gleichungen erhalten wir:

$$\left(r_1r_2+r_1R+r_2^2+r_2R-r_2^2\right)I'=r_2E_1-r_2E_2+r_1E_2+r_2E_2 \Rightarrow$$

$$\left(r_1r_2+r_1R+r_2R\right)I'=r_2E_1+r_1E_2 \Rightarrow \left(1+\frac{R}{r_2}+\frac{R}{r_1}\right)I'=\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2} \Rightarrow I'=\frac{\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}}{1+\frac{R}{r_1}+\frac{R}{r_2}}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1{,}1}{3}}{1+20\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}=\frac{5{,}2}{6}\cdot\frac{6}{106}=49\,\text{mA};$$

$$E_1=r_1I_1+I_1R \Rightarrow I'=\frac{E_1-I'R}{r_1}=\frac{1-0{,}049\cdot 20}{2}=\frac{1-0{,}98}{2}=\frac{0{,}02}{2}=0{,}01=10\,\text{mA}$$

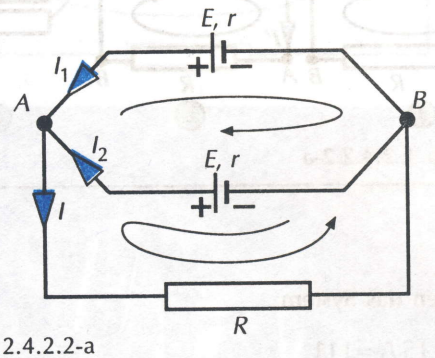
$$I_2=\frac{E_2-I'R}{R_2}=\frac{1{,}1-0{,}98}{3}=\frac{0{,}12}{3}=0{,}04=40\,\text{mA}.$$

2

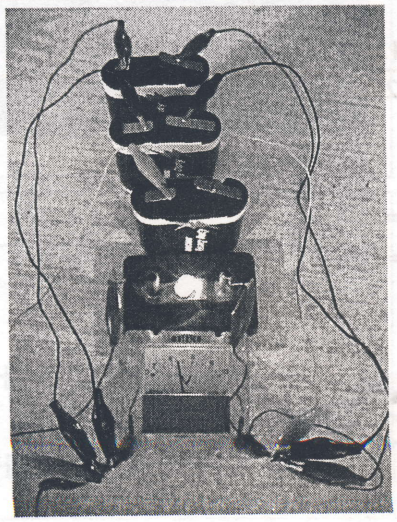
c) Gemäß der Abb. E 2.4.2.2-c ist der Ersatzwiderstand der Parallelschaltung Verbraucher – Voltmeter gleich mit:

$$\frac{I}{R_e}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R_v}=\frac{1}{20}+\frac{1}{2000}=0{,}0505;\ R_e=19{,}8\,\Omega;$$

$$I_e=\frac{5{,}2}{6}\cdot\frac{1}{1+19{,}8\cdot\frac{5}{6}}=\frac{5{,}2}{6}\cdot\frac{6}{105}=0{,}0495;\ U=I_eR_e=0{,}98\,\text{V}.$$



● Abb. 2.4.2.2-a



● Abb. 2.4.2.2-b

Wir betrachten dann zwei identische parallel geschaltete Generatoren, jeder mit der elektromotorischen Spannung E und mit dem inneren Widerstand r, so wie in der Abb. 2.4.2.2-a, wobei der äußere Stromkreis einen Widerstand *R* enthält. Bei dieser Schaltung werden die negativen Pole der Generatoren zusammmengeschaltet und die positiven Pole ebenfalls.Das erste Kirchhoffsche Gesetz ergibt für den Knoten *A* die Beziehung $I_1 + I_2 = I$. Das zweite Kirchhoffsche Gesetz, geschrieben für die obere Masche, ergibt $I_1 = I_2$ und für die untere Masche $E= I_2 \cdot r+ I \cdot R$. Aus diesen 3 Gleichungen erhält man schließlich

$$I=\frac{E}{R+\frac{r}{2}},$$

die dann für *n* identische parallel geschaltete Generatoren verallgemeinert werden kann:

$$I=\frac{E}{R+\frac{r}{n}}.$$

Schlussfolgerung: Die Parallelschaltung von n idetischen Generatoren, jeder mit der elektromotorischenSpannung *E* und mit dem inneren Widerstand *r*, ist äquivalent mit einem Ersatzgenerator, der eine elektromotorische Spannung $E_{ep}=E$ hat und einen inneren Widerstand $r_{ep}=r/n$.

AnmerkungDie Parallelschaltung der elektrischen Generatoren wird angewendet, um durch einen Widerstand *R* eine größere Stromstärke zu erhalten, größer als im Fall eines einzelnen Generators.

2.4.3. Der Shunt des Amperemeters

Definition: Man nennt ***Shunt (Nebenwiderstand)*** denjenigen Widerstand, welcher, parallel mit dem Amperemeter geschaltet, dessen Messbereich erweitert.

Aufgabe. Gegeben ist ein Amperemeter A mit dem inneren Widerstand R_A, welches Ströme mit der Stromstärke $I \le I_A$. messen kann. *Bestimme den Wert des Nebenwiderstands, welcher parallel an die Klemmen des Amperemeters geschaltet werden muss, damit dieses Ströme mit der Stromstärke $I \le n \cdot I_A$. messen kann.*

Um einen Strom $I = n \cdot I_A$, n Mal stärker als der zulässige Strom I_A, zu messen muss parallel an die Klemmen des Amperemeters ein Widerstand R_s geschaltet werden, so dass nach dem Aufteilen des Stromes im Knoten B nur der Strom I_A durch das Amperemeter (Abb. 2.4.3) und der restliche Strom durch den Nebenwiderstand (Shunt) fließt:

$$I = I_A + I_s \Rightarrow n \cdot I_A = I_A + I_s .$$

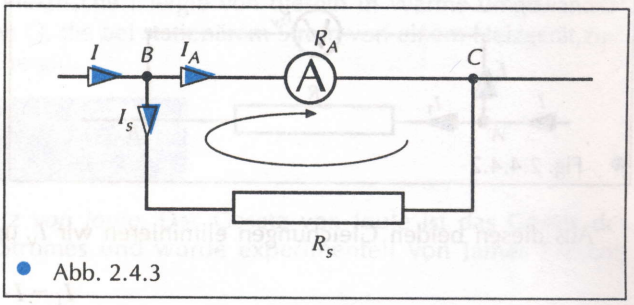


Abb. 2.4.3

Von hier folgt

$$I_s = (n-1) \cdot I_A .$$

Wenn wir das zweite Kirchhoffsche Gesetz für die Netzmasche aus der Abb. 2.4.3. schreiben, erhalten wir

$$0 = I_A \cdot R_A - I_s \cdot R_s \Rightarrow I_A \cdot R_A = I_s \cdot R_s .$$

Durch Einsetzen von I_S in diese Beziehung erhält man für den Shunt die Formel:

$$R_s = \frac{R_A}{n-1} .$$

2.4.4. Der Vorwiderstand des Voltmeters

Definition: Man nennt ***Vorwiderstand*** denjenigen Widerstand, welcher in Reihe mit einem Voltmeter geschaltet werden muss, um dessen Messbereich zu erweitern.

Aufgabe: Gegeben ist ein Voltmeter mit dem inneren Widerstand R_V, welches Spannungen $U \le U_V$ messen kann. Bestimme den Wert eines Vorwiderstands, welcher in Reihe mit dem Voltmeter geschaltet werden muss, damit dieses Spannungen $U \le n \cdot U_V$ messen kann.

Um eine Spannung $U \le n \cdot U_V$, n Mal größer als die zulässige Spanung U_V zu messen, muss in Reihe mit dem Voltmeter ein Widerstand R_a geschaltet werden, so dass der Spannungsabfall auf dem Voltmeter bloß U_V sei (Abb. 2.4.4.1), wobei die restliche Spannung auf dem Vorwiderstand verbleibt:

$$U = U_V + U_a \Rightarrow n \cdot U_V = U_V + U_a \Rightarrow U_a = (n-1) \cdot U_V .$$

Wenn man das Gesetz von Ohm für einen Stromkreisabschnitt zweimal verwendet wird:

$$U_a = I_V \cdot R_a \ , \ U_V = I_V \cdot R_V ,$$

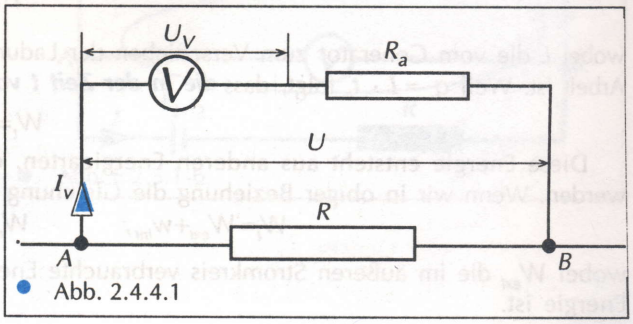


Abb. 2.4.4.1

erhält man für den Wert des Vorwiderstands die Formel:

$$R_a = (n-1)\cdot R_V .$$

Der Einfluss des inneren Widerstands des Voltmeters

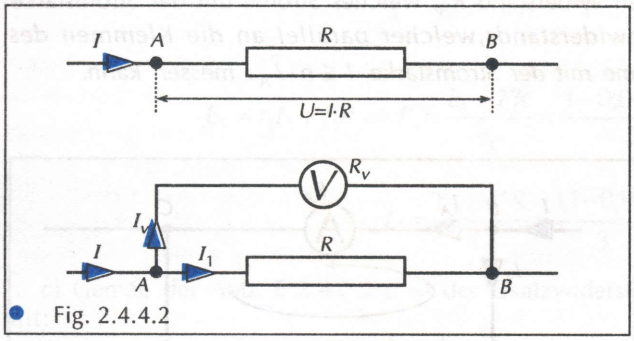


Fig. 2.4.4.2

Um den Spannungsabfall $U = R \cdot I$ auf einem Widerstand R zu messen, wird parallel mit diesem ein Voltmeter V geschaltet (Abb. 2.4.4.2). Das Voltmeter hat aber selbst einen Widerstand R_V und deshalb teilt sich der Strom I im Knoten A in die zwei Ströme I_V und I_1. Gemäß dem ersten Kirchhoffschen Gesetz gilt

$$I = I_V + I_1 .$$

Wenn wir dann das zweite Kirchhoffsche Gesetz für die Masche aus der Abb. 2.4.4.2 schreiben, erhalten wir

$$0 = I_V \cdot R_V - I_1 \cdot R \Rightarrow I_V \cdot R_V = I_1 \cdot R .$$

Aus diesen beiden Gleichungen eliminieren wir I_V und erhalten für I_1

$$I_1 = I \cdot \frac{R_V}{R + R_V} .$$

Das bedeutet, dass die gemessene Spannung folgenden Wert hat:

$$U_{gem} = I_1 \cdot R = I \cdot \frac{R_V \cdot R}{R + R_V} = I \cdot \frac{R}{1 + \frac{R}{R_V}} .$$

Wenn wir diese Beziehung mit der Formel der zu messenden Spannung

$$U = I \cdot R ,$$

vergleichen, stellen wir fest dass die gemessene Spannung kleiner ist. Damit die gemessene Spannung mit der zu messenden Spannung übereinstimmt, *damit also der Einfluss des Voltmeters vernachlässigt werden kann, muss* $R << R_V$.

Schlussfolgerung: Das Voltmeter muss einen inneren Widerstand haben, der viel größer ist als der zu messende Widerstand.

2.5. Die elektrische Energie und Leistung. Der thermische Effekt des elektrischen Stromes

Wie wir gesehen haben, ist die elektromotorische Spannung E einer Spannungsquelle gegeben durch die Beziehung.

$$E = \frac{L}{q}$$

wobei L die vom Generator zum Verschieben der Ladung q durch den ganzen Stromkreis geleistete mechanische Arbeit ist. Weil $q = I \cdot t$, folgt, dass ***die in der Zeit t vom Generator abgegebene Energie*** folgende Formel hat:

$$W_t = E \cdot I \cdot t .$$

Diese Energie entsteht aus anderen Energiearten, die vom Generator in elektrische Energie umgewandelt werden. Wenn wir in obiger Beziehung die Gleichung $E = U + u$ einsetzen, erhalten wir:

$$W_t = W_{ext} + w_{int}, \qquad W_{ext} = U \cdot I \cdot t, \qquad w_{int} = u \cdot I \cdot t,$$

wobei W_{ext} die im äußeren Stromkreis verbrauchte Energie und w_{int} die im Inneren des Generators abgegebene Energie ist.

Anmerkungen:

1) Die elektrische Energie ist nicht die Energie des elektrischen Stromes, sondern die Energie des elektrischen Feldes aus den Leitern: ihre Formel zeigt,dass sie sich selbst bei konstanter Stromstärke ändern kann.

2) Es können im äußeren Stromkreis mehrere Verbraucher sein. Die Beziehung $W_{ext} = U \cdot I \cdot t$ stellt auch die Energie dar, die in der Zeit t von einem Empfänger verbraucht wird, an dessen Klemmen die elektrische Spannung U herrscht und der vom Strom I durchflossen wird.

3) In einem elektrischen Stromkreis wird die vom Generator gelieferte Energie mittels des elektrischen Feldes aus dem Inneren der Leiter einem Empfänger (Verbraucher) übertragen, wo sie in andere Energieformen umgewandelt wird.

Wenn der Verbraucher ein Widerstand R ist, wird die elektrische Energie von diesem in Wärme umgewandelt. Gemäß dem Prinzip der Erhaltung der Energie ist die Wärme Q, die bei stationärem Strom von einem Heizgerät,zum Beispiel, abgegebenen wird, gleich mit der erhaltenen Energie:

$$Q = U \cdot I \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t .$$

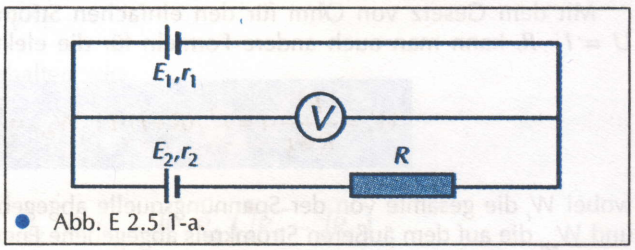
Dieses ist der mathematische Ausdruck für das Gesetz von Joule. Das Gesetz von Joule ist das Gesetz des Wärmeeffektes (thermischen Effektes) des elektrischen Stromes und wurde experimentell von James Prescott Joule im Jaht 1841 entdeckt. Es lautet wie folgt:

Lehrsatz: Die Wärme, die beim Stromdurchgang durch einen Leiter abgegeben wird, ist propotional mit dem Widerstand des Leiters R, mit dem Quadrat der Stromstärke I und mit der Zeit des Stromdurchgangs t:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t .$$

Anwendungen des Gesetzes von Joule sind: elektrische Heizplatte, Tauchsieder, Haartrockner, Raumheizer. Diese Geräte werden etwas später behandelt.

Übung 2.5.1. Im Stromkreis aus der Abb. 2.5.1-a sind $E_1 = 3$ V und $E_2 = 1{,}5$ V, sowie die inneren Widerstände $r_1 = 2\ \Omega$ und $r_2 = 0{,}5\ \Omega$ und der Widerstand $R = 5\ \Omega$ gegeben. Das Voltmeter V hat einen sehr großen inneren Widerstand. Berechne: a) die Stromstärke durch die Spannungsquelle 1; b) die Spannung an den Klemmen des Voltmeters; c) die auf dem Widerstand R in der Zeit $T = 10$ Min abgegebene Wärme.



● Abb. E 2.5.1-a.

Lösung:

a) Wir wählen den Umlaufsinn wie in der Abb. E 2.5.1.-b und erhalten

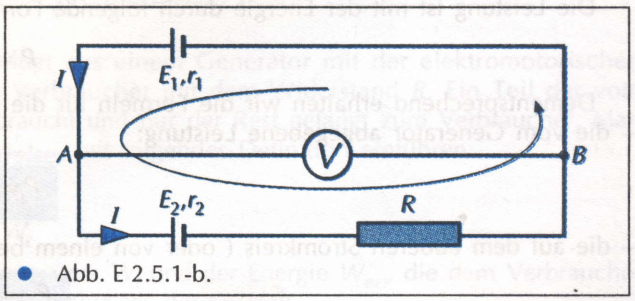
$$E_1 - E_2 = I\,(r_1 + r_2 + R) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R}, \quad I = \frac{1{,}5}{7{,}5} = 0{,}2\,\text{A} .$$

b) $U = U_{AB}$; $E_1 = U_{AB} + I \cdot r_1 \Rightarrow U_{AB} = E_1 - I \cdot R_1 = 3 - 0{,}2 \cdot 2 =$

$$= 3 - 0{,}4 = 2{,}6\ \text{V}.$$

c) $Q = I^2 R T = 0{,}04 \cdot 5 \cdot 600 = 0{,}04 \cdot 3000 = 120$ J.



● Abb. E 2.5.1-b.

Übung 2.5.2

Zwei Widerstände werden zuerst in Reihe, danach parallel, an die Klemmen einer Spannungsquelle mit vernachlässigbarem innerem Widerstand geschaltet. Der Joule-Effekt ist bei der Parallelschaltung n = 5 Mal größer als bei der Reihenschaltung. Wenn R_1 = 100 Ω, gegeben ist, berechne R_2.

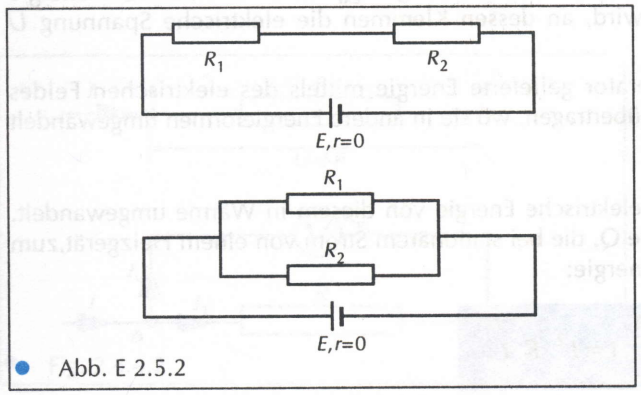


Abb. E 2.5.2

Lösung:

Für die Reihenschaltung haben wir:

$$Q_s = Q_1 + Q_2 = I^2 R_1 t + I^2 R_2 t =$$

$$= \frac{E^2}{(R_1 + R_2)^2}(R_1 + R_2)t = \frac{E^2}{R_1 + R_2}t .$$

Für die Parallelschaltung haben wir:

$$Q_p = Q_1' + Q_2' = \frac{E^2}{R_1}t + \frac{E^2}{R_2}t = E^2 \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}t .$$

Aber:

$$Q_p = nQ_s \Rightarrow E^2 t \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = n\frac{E^2 t}{R_1 + R_2} .$$

Wir erhalten:

$$(R_1 + R_2)^2 = nR_1R_2 \Rightarrow R_1^2 + R_2^2 + 2R_1R_2 = 5R_1R_2 \Rightarrow R_2^2 - 3R_1R_2 + R_1^2 = 0 .$$

Die Lösungen der Gleichungen sind:

$$R_2 = \frac{3R_1 \pm \sqrt{9R_1^2 - 4R_1^2}}{2} = \frac{3R_1 \pm R_1\sqrt{5}}{2} = R_1\frac{3 \pm 2{,}236}{2} = \begin{cases} 0{,}382R_1 \\ 2{,}618R_1 \end{cases}$$

Mit dem Gesetz von Ohm für den einfachen Stromkreis, $E = I \cdot (R+r)$, bzw. für einen Stromkreisabschnitt, $U = I \cdot R$, kann man auch andere Formeln für die elektrische Energie erhalten:

$$W_t = \frac{E^2}{R+r}\cdot t = I^2\cdot(R+r)\cdot t\,;\; W_{ext} = \frac{U^2}{R}\cdot t = I^2\cdot R\cdot t\,;\; w_{int} = \frac{u^2}{r}\cdot t = I^2\cdot r\cdot t.$$

wobei W_t die gesamte von der Spannungsquelle abgegebene Energie ist (für das Verschieben der Ladung $q = I \cdot t$), und W_{ext} die auf dem äußeren Stromkreis abgegebene Energie ist $q = I \cdot t$, und w_{int} die im Innern der Spannungsquelle verbrauchte Energie ist.

Die Leistung ist mit der Energie durch folgende Formel verbunden:

$$P = \frac{W}{t}.$$

Dementsprechend erhalten wir die Formeln für die elektrischen Leistungen:

– die vom Generator abgegebene Leistung:

$$P_t = E\cdot I\,;$$

– die auf dem äußeren Stromkreis (oder von einem beliebigen Verbraucher) abgegebene Leistung:

$$P_{ext} = U\cdot I;$$

– die im Innern des Generators verbrauchte Leistung:

$$p_{int} = u\cdot I.$$

Anmerkungen:

1) Die Energie wird im IS in Joule gemessen. Für die elektrische Energie wird in der Praxis auch eine größere Maßeinheit verwendet, die man Kilowattstunde heißt:

$$1\ \text{KWh} = 10^3\,\text{W} \cdot 3600\,\text{s} = 3{,}6 \cdot 10^6\,\text{J}.$$

2) So wie im Fall der Energie können auch für die Leistung die alternativen Formeln abgeleitet werden.

Übung 2.5.3. Zur Herstellung der Heizwendel einer elektrischen Heizplatte mit der Leistung P = 600 W für eine Spannung von U = 120 V, wird Chrom- Nickel-Draht mit dem Durchmesser d = 0,75 mm verwendet. Bestimme die Länge des Drahtes.

Lösung:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P};\ R = \rho\frac{L}{S} = \rho\frac{L}{\frac{\pi d^2}{4}} = 4\rho\frac{L}{\pi d^2};\ \frac{U^2}{P} = 4\rho\frac{L}{\pi d^2} \Rightarrow L = \frac{\pi d^2}{4\rho}\frac{U^2}{P};$$

$$L = \frac{3{,}14 \cdot 75^2 \cdot 10^{-10}}{4 \cdot 111{,}96 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{12^2 \cdot 10^2}{6 \cdot 10^2} = \frac{1059{,}75}{111{,}96} = 9{,}465\,\text{m} \approx 9{,}5\,\text{m}.$$

Übung 2.5.4. Ein Generator erzeugt die gleiche Leistung auf einem Widerstand R_1 = 9 Ω und auf einem Widerstand R_2 = 16 Ω ($\neq R_1$). Bestimme den inneren Widerstand des Generators r.

Lösung:

$$\left.\begin{aligned} E &= I_1(R_1 + r) \\ E &= I_2(R_2 + r) \end{aligned}\right\} \Rightarrow I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r) \qquad \text{(a)}$$

$$\begin{cases} P = I_1^2 R_1 \\ P = I_2^2 R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \dfrac{\sqrt{P}}{\sqrt{R_1}} \\ I_2 = \dfrac{\sqrt{P}}{\sqrt{R_2}} \end{cases} \quad \text{(sinnvolle Lösung).}$$

Durch Einsetzen von I_1 und I_2 in die Beziehung (a) erhalten wir:

$$\frac{R_1 + r}{\sqrt{R_1}} = \frac{R_2 + r}{\sqrt{R_2}} \Rightarrow R_1\sqrt{R_2} + \sqrt{R_2} \cdot r = R_2\sqrt{R_1} + r \cdot \sqrt{R_1}$$

$$\left(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}\right)r = R_2\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2} \cdot R \cdot R_1 = \sqrt{R_1 R_2}\left(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}\right)$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2} \Rightarrow r = \sqrt{9 \cdot 16} = 3 \cdot 4 = 12\,\Omega.$$

Wir betrachten einen gschlossenen Stromkreis, gebildet aus einem Generator mit der elektromotorischen Spannung E und dem inneren Widerstand r und einem Verbraucher mit dem Widerstand R. Ein Teil der vom Generator gelieferten Energie wird in seinem Innern verbraucht und nur der Rest gelangt zum Verbraucher. Man kann also den Begriff des ***Wirkungsgrades eines Stromkreises*** mit folgender Definition einführen:

$$\eta = \frac{W_{ext}}{W_t}.$$

Wenn man hier die Formel der Gesamtenergie des Generators W_t und der Energie W_{ext}, die dem Verbraucher zukommt, einführt erhält man für den Wirkungsgrad des Stromkreises die Formel:

$$\eta = \frac{U}{E} = \frac{R}{R + r}.$$

Übung 2.5.5. Eine Spannungsquelle erzeugt auf dem äußeren Stromkreis die gleiche Leistung $P = 100$ W, dann wenn an seinen Klemmen ein Verbraucher mit dem Widerstand $R_1 = 4\ \Omega$ oder ein Verbraucher mit dem Widerstand $R_2 = 9\ \Omega$ ($\neq R_1$) geschaltet wird. Bestimme: a) den inneren Widerstand der Spannungsquelle r; b) die EMS der Spannungsquelle E; c) die Werte des Wirkungsgrades η_1 und η_2 des Leistungstransfers von der Spannungsquelle zum äußeren Stromkreis in den beiden Fällen.

Lösung

a) $$\left.\begin{aligned} P = I_1^2 R_1 = \frac{E^2}{(R_1+r)^2}\cdot R_1 \\ P = I_2^2 R_2 = \frac{E^2}{(R_2+r)^2}\cdot R_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{R_1}}{R_1+r} = \frac{\sqrt{R_2}}{R_2+r}$$

$$R_2\sqrt{R_1} + \sqrt{R_1}\,r = \sqrt{R_2}\,R_1 + \sqrt{R_2}\,r$$

$$r\left(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}\right) = \sqrt{R_1R_2}\left(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}\right);$$ weil $R_2 \neq R_1$, erhalten wir:

$$r = \sqrt{R_1R_2} = \sqrt{4\cdot 9} = \sqrt{36} = 6\,\Omega.$$

b) $$E^2 = \frac{P}{R_1}(R_1+r)^2 = \frac{P}{R_1}\left(R_1 + \sqrt{R_1R_2}\right)^2 = P\cdot R_1\frac{(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_2})^2}{R_1}$$

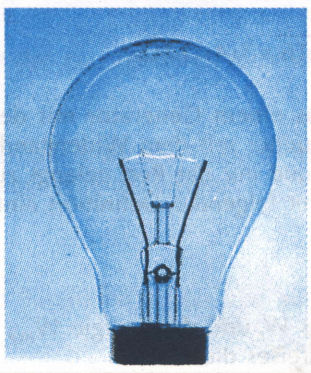
$$E = \sqrt{P}\left(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}\right) = 10(2+3) = 50\,\text{V};$$

c) $$\eta = \frac{P}{P_t} = \frac{P}{\frac{E^2}{R+r}} = \frac{P}{E^2}(R+r);$$

$$\eta_1 = \frac{P}{E^2}\cdot(R_1+r) = \frac{100}{50}(4+6) = \frac{1}{25}\cdot 10 = \frac{2}{5} = 0{,}4 \Rightarrow \eta_1 = 40\%;$$

$$\eta_2 = \frac{P}{E^2}\cdot(R_2+r) = \frac{1}{25}(9+6) = \frac{15}{25} = 0{,}6 \Rightarrow \eta_1 = 60\%.$$

LABORATORIUMSARBEIT
Die Bestimmung der elektrischen Leistung einer Glühbirne



● Abb. AE 2.5.1

Ihr verwendet eine Glühbirne, die zuerst mit Gleichstrom, danach mit Wechselstrom betrieben wird, wobei jedes Mal die Stromstärke durch die Glühbine und die Spannung an ihren Klemmen gemessen werden. Daraus berechnet ihr die elektrische Leistung der Glühbirne in den beiden Fällen.

Die Glühbirne wurde vor 100 Jahren vom Amerikaner Thomas Alva Edison erfunden. Sie funktioniert auf Grund des Gesetzes von Joule. Beim Stromdurchgang durch den Glühfaden erwärmt sich dieser auf ungefähr 2700-2800 °C, kommt zur Weißglut und strahlt weißes Licht aus. Der Glühfaden, gewöhnlich aus Wolfram gefertigt, befindet sich in einem Glasballon, der entweder luftleer ist oder ein Edelgas enthält. Er ist mit Hilfe einiger Haltedrähte aus Molybdän befestigt. Die äußeren Haltedrähte sind zugleich die Verbindungen des Glühfadens mit den Kontakten vom Sockel der Lampe (Abb. AE 2.5.1).

Die Glühbirne ist ein nichtohmscher Widerstand, da der elektrische Widerstand des Glühfadens mit steigender Temperatur größer wird.

Die elektrische Leistung einer Glühbirne wird berechnet, indem die Stromstärke I und die Spannung U an ihren Klemmen gemessen werden.

$$P = U \cdot I$$

Weil sich die Glühbirne wie ein Widerstand verhält, ist diese Beziehung sowohl für Gleichstrom als auch für Wechselstrom gültig (beim Wechselstrom zeigen die Messgeräte die Effektivwerte von Spannung und Stromstärke an).

EXPERIMENT

Es werden die Stromkreise für eine Taschenlampenglühbirne aus der Abb. AE 2.5.2 aufgebaut. Ändert die Werte der Speisespannung und lest die Werte der Stromstärke und der Klemmenspannung, die von den Messgeräten angezeigt werden, ab. Da die gewählte Glühbirne einen kleinen elektrischen Widerstand hat, wird das Voltmeter parallel mit der Glühbirne geschaltet.

Wählt die passenden Skalen für die bei Gleichstrom und Wechselstrom verwendeten Messgeräte. Die Schaltungen, aufgebaut mit den Bauteilen der Gerätesammlung des Lyzeums,entsprechen der Abb. AE 2.5.3.

Schreibt die experimentellen Daten in eine Tabelle von folgender Form:

U(V)	I(A)	P(W)

Berechnet die Werte der elektrischen Leistung der Glühbirne in den beiden Fällen.

Zeichnet die Schaubilder der Abhängigkeiten: $P = P(I)$ und $P = P(U)$, sowohl für Gleichstrom als auch für Wechselstrom (Abb. AE 2.5.4).

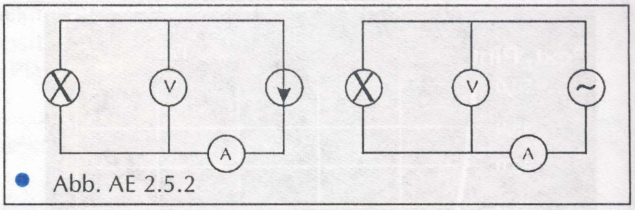
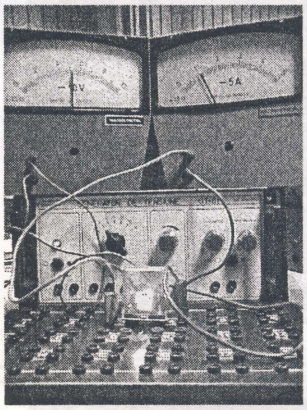


Abb. AE 2.5.2



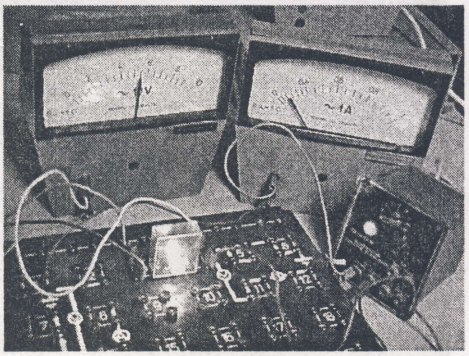


Abb. AE 2.5.3

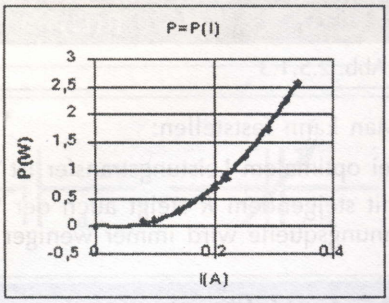


Abb. AE 2.5.4

2.5.1. Der optimale Leistungstransfer

Wir betrachten einen Widerstand R, der an die Klemmen einer Spannungsquelle mit der EMS E und mit dem inneren Widerstand r geschaltet ist (Abb. 2.5.1.1). Die gesamte von der Spannugsquelle erzeugte Leistung ist:

$$P_t = E \cdot I = \frac{E^2}{R+r},$$

wo das Gesetz von Ohm für den gesamten Stromkreis verwendet wurde:

$$I = \frac{E}{R+r}.$$

Die nützliche Leistung (dem äußeren Stromkreis übertragen Leistung) ist:

$$P(R) = U \cdot I = R \cdot I^2 \Rightarrow P(R) = E^2 \cdot \frac{R}{(R+r)^2}.$$

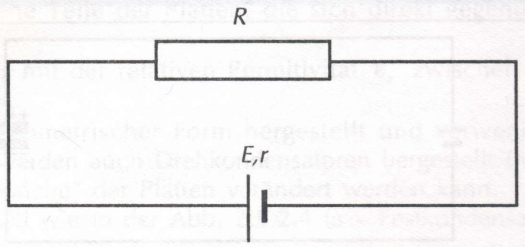
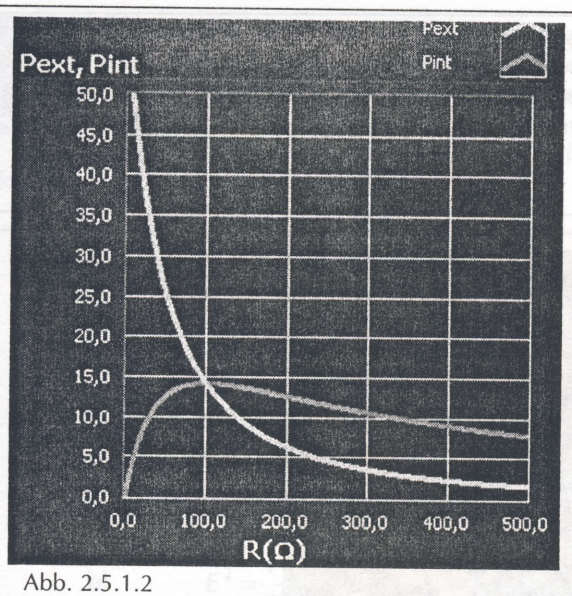
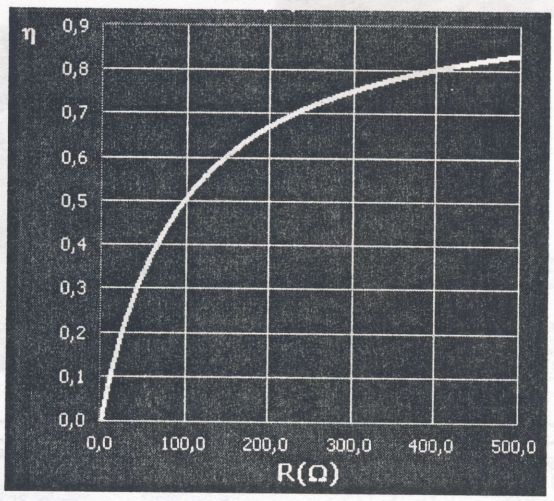


Abb. 2.5.1.1



● Abb. 2.5.1.2



● Abb. 2.5.1.3

Von hier erhält man eine Gleichung zweiten Grades in R:

$$P \cdot R^2 + \left(2P \cdot r - E^2\right) \cdot R + P \cdot r^2 = 0 .$$

Die Lösungen dieser Gleichung sind von der Form:

$$R_{1,2} = \frac{E^2 - 2P \cdot r \pm \sqrt{\Delta}}{2P},$$

wo die Diskriminante Δ durch folgende Beziehung gegeben ist

$$\Delta = \left(2P \cdot r - E^2\right)^2 - 4P^2 \cdot r^2 .$$

Damit die Gleichung zweiten Grades in R reelle Wurzeln hat, muss die Diskriminante positiv sein: $\Delta \geq 0$.

Aus dieser Bedingung erhalten wir

$$E^2 \geq 4 \cdot P \cdot r \Rightarrow P \leq \frac{E^2}{4 \cdot r} .$$

Aus der letzten Gleichung ist ersichtlich, dass die maximale dem äußeren Stromkreis übertragene Leistung folgenden Wert hat

$$P_{max} = \frac{E^2}{4 \cdot r} .$$

Durch Vergleich mit der allgemeinen Beziehung

$$P(R) = E^2 \cdot \frac{R}{(R+r)^2} .$$

kann folgende Schlussfolgerung formuliert werden.

Schlussfolgerung: ***Der maximale Leistungstransfer findet statt wenn*** $R = r$.

Die grafische Darstellung der äußeren und inneren Leistungen für den Fall eines einfachen Stromkreises ist in der Abb. 2.5.1.2. angegeben.

Der Wirkungsgrad der Spannungsquelle ist durch folgende Formel definiert

$$\eta = \frac{P(R)}{P_t} = \frac{R}{R+r} .$$

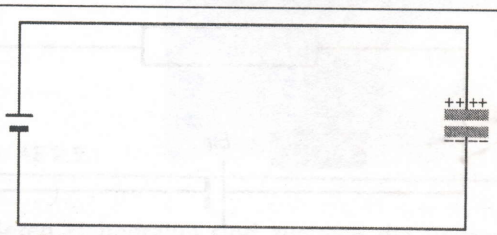
Die grafische Darstellung des Wirkungsgrades in Funktion des Widerstands ist in der Abb. 2.5.1.3 gegeben.

Man kann feststellen:

a) bei optimalem Leistungstransfer ist dieser Wirkungsgrad klein $\eta = 50\%$;

b) mit steigendem R steigt auch der Wirkungsgrad, aber der Leistungstransfer wird immer schlechter und die Spannungsquelle wird immer weniger günstig verwendet.

2.5.2. Elektrische Kondensatoren



● Abb. 2.5.2.1

Ein System von zwei nahe benachbarten, aber durch ein isolierendes Medium getrennte Leiter heißt ***elektrischer Kondensator.***

Anmerkungen:

1) Kondensatoren sind Speicher für elektrische Ladungen;

2) Die beiden Leiter heißen ***Platten*** des Kondensators.

Wenn die Platten eines Kondensators an die Pole eines elektrischen Generators (z.B. einer Batterie) angeschlossen werden, wird der Kondensator geladen: die mit dem positiven Pol der Batterie verbundene Platte erhält die Ladung $+q$ und die mit dem negativen Pol verbundenen Platte die Ladung $-q$ (Abb. 2.5.2.1).

Definition: Man nennt ***Kapazität eines Kondensators*** diejenige skalare physikalische Größe C, welche durch folgende Formel definiert ist:

$$C = \frac{q}{U},$$

wobei: q ist die Ladung von einer Platte des Kondensators, $[q]_{IS} = C$; U ist die Spannung an den Klemmen des Kondensators.

Wenn die beiden Platten des Kondensators ebene und parallele Platten sind, wird der Kondensator ***ebener Kondensator (Plattenkondensator)*** genannt. In der Abb. 2.5.2.2 –a ist der Aufbau eines ebenen Kondensators und in der Abb. 2.5.2.2.-b ist das elektrische Feld zwischen den Platten des ebenen Kondensators grafisch dargestellt.

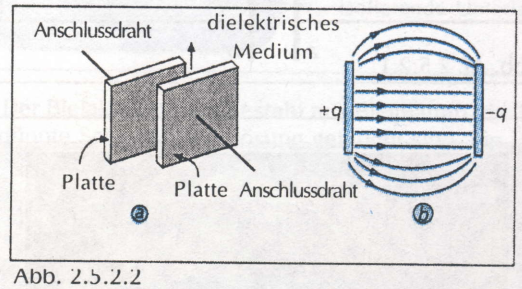


Abb. 2.5.2.2

Anmerkung: Der Abstand zwischen den Platten des Kondensators ist viel kleiner als die liniaren Dimensionen seiner Platten.

Wir betrachten einen ebenen Kondensator. Experimentell stellt man fest:

a) Die Kapazität eines ebenen Kondensators ist direkt proportional mit der gemeinsamen Fläche S der Platten

$$C \sim S;$$

b) Die Kapazität eines ebenen Kondensators ist umgekehrt proportional mit dem Abstand d zwischen den Platten

$$C \sim \frac{1}{d};$$

c) Die Kapazität eines ebenen Kondensators ist direkt proportional mit der Permitivität ε des Mediums zwischen den Platten,

$$C \sim \varepsilon.$$

Aus diesen Beziehungen ergibt sich die ***Formel der Kapazität eines ebenen Kondensators:***

$$C = \frac{\varepsilon \cdot S}{d}.$$

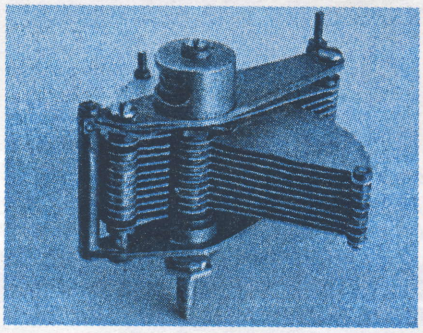


Abb. 2.5.2.3

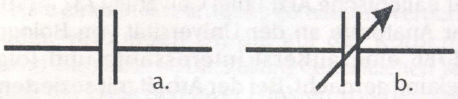


Abb. 2.5.2.4

Anmerkungen:

1) Unter der Bezeichnug gemeinsame Fläche versteht man jene Teile der Platten, die sich direkt gegenüber stehen.

2) Weil $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$, folgt, dass durch Einführen eines Materials mit der relativen Permitivität ε_r zwischen die Platten die Kapazität des Kondensators um den Faktor ε_r steigt.

In der Praxis werden auch Kondensatoren von anderer geometrischer Form hergestellt und verwendet: zylindrische Kondensatoren und sphärische Kondensatoren. Es werden auch Drehkondensatoren hergestellt (Abb. 2.5.2.3), deren Kapazität durch Verändern der „gemeinsamen Fläche" der Platten verändert werden kann.

In elektrischen Schemen werden Kondensatoren konventionell wie in der Abb. 2.5.2.4 (a – Festkondensator, b – Drehkondensator) dargestellt.

EXPERIMENT

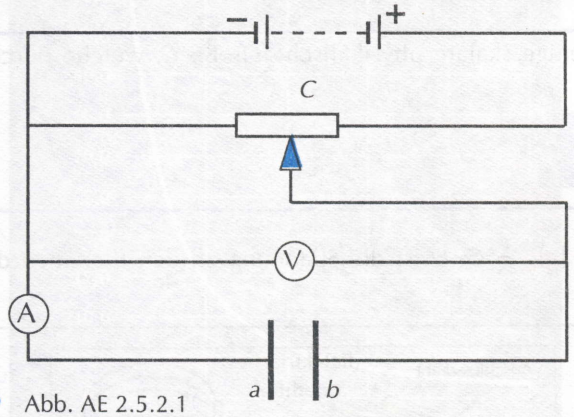


Abb. AE 2.5.2.1

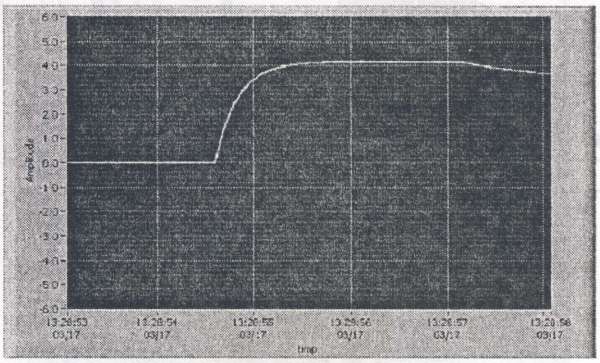


Abb. AE 2.5.2.2

Die Platten a und b eines ebenen Kondensators werden an die Pole einer Spannungsquelle (etwa 4 V) angeschlossen, wie in der Abb. AE 2.5.2.1.

Mit Hilfe einer Datenspeicherplatte NI-DAQ 6013, die an die Klemmen des Kondensators angeschlossen wird, kann in Realzeit die Änderung der Spannung auf dem Kondensator visualisiert werden. Die Datenspeicherplatte, angeschlossen an einen Computer, macht aus diesem praktisch ein Oszilloskop mit mehreren Strahlen (Signalkanälen). Wenn wir als Stromkreiselement $R = 4{,}4\ k\Omega$, $E = 4{,}2V$ und $C = 47nF$ verwenden, erhalten wir den Spannungsverlauf aus der Abb. AE 2.5.2.1. Die Spannung auf dem Kondensator steigt von Null auf den Höchstwert, welcher genau die EMS der Spannungsquelle, $E = 4{,}2$ V, ist.

Anmerkung:

Sofort nachdem der Kondensator geladen wurde, beginnt die Spannung zu fallen,weil sich der Kondensator über den Stromkreis der Datenspeicherplatte entlädt.

Ein Galvanometer, das in den Stromkreis eingefügt wurde,zeigt anfangs einen Höchstwert ($\simeq$ 1mA) an, danach immer kleinere Werte, bis zum Wert Null beim Beenden des Aufladevorgangs des Kondensators.

Schlussfolgerungen:

1) Der ungeladene Kondensator verhält sich wie ein Kurzschluss, aus welchem Grund der Ladestromkreis eines Kondensators immer einen Widerstand zum Schutz der Spannungsquelle enthalten muss!

2) Der geladene Kondensator verhält sich wie ein offener Schalter, der den Stromkreis unterbricht.

LEKTÜRE

VON DER VOLTAZELLE ZUR KADMIUM-NICKEL-BATTERIE

Der italienische Arzt Luigi Galvani (1737 – 1798), Professor der Anatomie an der Universität von Bologna, hat im Jahr 1786 eine äußerst interessante und folgenreiche Entdeckung gemacht. Bei der Arbeit mit sezierten Fröschen stellte er fest, dass die Muskeln eines Froschschenkels - an einem Kupferhaken angehängt – sich zusammenziehen, dann wenn dieser bei Gewitter ein Eisengitter berührte. Als Arzt versuchte er dieser Erscheinung eine physiologische Erklärung zu finden.

Alessandro Volta (1745 – 1827), Professor der Physik an der Universität von Pavia, kam nach Wiederholung von Galvanis Versuchen zur Schlussfolgerung, dass beim Berühren des Froschmuskels mit zwei verschiedenen Metallen die Flüssigkeiten aus dem Muskel sich wie ein Elektrolyt verhalten. Es entsteht ein elektrischer Strom, der die Muskelkontraktion hervorruft. Volta kommt zu dem Schluss, dass der Froschschenkel nur die Rolle eines „Elektrometers" hat. Im Jahr 1794 macht Volta in der Arbeit „Die Wirkung, die bei der Berührung der Metalle mit einem feuchten Körper stattfindet" keine Erwähnung des Froschschenkels mehr. Er untersucht das physikalische Phänomen als solches, führt den Begriff des elektrischen Stromes ein, teilt die Leiter in zwei Klassen ein: *I*) Metalle, II) feuchte Medien. Seine fundamentale Feststellung ist, dass in einem Stromkreis, gebildet aus zwei Leitern der Klasse *I*, zwischen denen sich ein Leiter der Klasse II befindet, ein elektrischer Strom entsteht.

Auf dieser Grundlage konstruiert Alessandro Volta im Jahr 1800 den ersten elektrischen Generator: das *Voltaelement*.

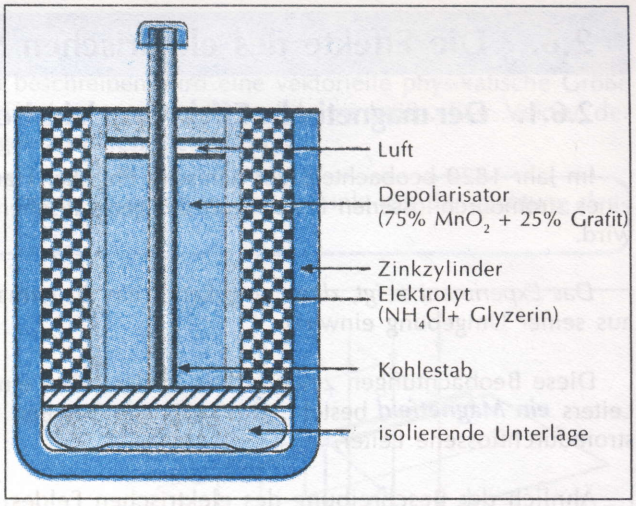
Es werden zwei Platten, eine aus Zink und eine aus Kupfer in eine verdünnte Schwefelsäurelösung getaucht. Sie sind durch einen leitenden Draht verbunden. Man stellt fest, dass die Zinkplatte negativ geladen wird und dass zwischen den beiden Platten eine Potentialdifferenz von etwa 1 V auftritt. Die Zinkplatte löst sich in der Schwefelsäure durch Bildung von $ZnSO_4$ und Wasserstoffionen; der Wasserstoff bewegt sich zur Kupferelektrode hin, wo er Bläschen bildet, die eine isolierende Schicht für die positive

Elektrode darstellen. Diese Erscheinung heißt Polarisation der Elektrode. Als Folge nimmt die Potentialdifferenz, entstanden aus der chemischen Energie, allmählich ab.

Gegenwärtig sind die sogenannten trockenen Leclanche-Elemente am meisten gebraucht (siehe untere Abbildung). Die positive Elektrode des Elements besteht aus einem Kohlestab, der in ein Säckchen mit einer Paste eingeführt wurde, welche die Rolle eines *Depolarisators* hat. Die Paste besteht aus einer Mischung von Grafit (Kohle) – 25 % und MnO_2 – 75 %. Dieses System ist in ein Gemisch von NH_4Cl und Glyzerin eingeführt, wobei dieses Gemisch die Rolle des Elektrolyten hat. Im Inneren des Elements sind die Ladungsträger die Amonium- und die Chlorionen. Das Ganze befindet sich in einem Zinkzylinder, welcher die negative Elektrode darstellt.

Ein solches Element ist auch die bekannte Spannungsquelle von 1,5 V, die wir bei der Fernsteuerung des Fernsehers verwenden. Drei solche Elemente, in Reihe geschaltet, bilden eine **Batterie** mit der Klemmenspannung von 4,5 V.

Eine andere oft verwendete Spannungsquelle ist der **elektrische Akkumulator**, insbesondere der Bleiakkumulator (z.B. der Akkumulator eines Autos). Der große Unterschied in Bezug auf die galvanischen Elemente besteht in der Tatsache, dass die Akkumulatoren immer wieder geladen werden können. Ein Akkumulator erhält also elektrische Energie, speichert sie in Form von chemischer Energie und in Betrieb erzeugt er wieder elektrische Energie.



Der Bleiakkumulator besteht aus Bleiplatten, die in eine verdünnte Schwefelsäurelösung getaucht sind. Ein Plattenpaar bildet eine Zelle, die eine Spannung von ungefähr 2 V erzeugt. Um eine Spannung von 12 V zu erhalten, benötigt man in einem Autoakkumulator 6 Plattenpaare aus Blei.

Schließlich erwähnen wir noch die wieder aufladbaren Kadmium-Nickel-Batterien, die bei elektronischen Uhren, Rechnern, Videokameras, etc. verwendet werden.

PHYSIOLOGISCHE EFFEKTE DES ELEKTRISCHEN STROMES

Die elektrischen Erscheinungen spielen eine wichtige Rolle in vielen physiologischen Prozessen, die in den lebenden Organismen ablaufen. Sie können diese im positiven oder im negativen Sinne beeinflussen.

In erster Reihe müssen wir die Ausbreitung der Nervenimpulse erwähnen. Die Nervenfaser hat in ihrem Aufbau eine zylindrische Membran, die in Inneren eine leitende Flüssigkeit (Elektrolyt) enthält und ist außen ebenfalls von einer leitenden Flüssigkeit umgeben. Durch einen Vorgang, ähnlich demjenigen, der in einem Voltaelement abläuft, besteht zwischen den zwei Flüssigkeiten eine Potentialdifferenz von ungefähr 0,1 V.

Während eines Nervenimpulses wird die Membran durchlässig für die Ionen aus den beiden Elektrolyten. Diese durchqueren die Membran und in Folge bewirken sie einen lokalen Abfall der Potentialdifferenz (was für den Nervenimpuls eine Art Barriere darstellt). Nach dem Durchgang des Nervenimpulses kommt die Membran in den Anfangszustand zurück und die Potentialdifferenz wird wieder aufgebaut. Das Phänomen der Ausbreitung des Nervenimpulses hat auch heute noch viele unerkannte und unverstandene Aspekte.

Auf Grund der elektrischen Natur der Ausbreitung der Nervenimpulse ist der menschliche Körper sehr empfindlich auf elektrische Ströme von außerhalb.

Ein Strom von 10 mA kann starke, unkontrollierte Muskelkontraktionen hervorrufen, die von starken Schmerzen begleitet sind. Bei ungefähr 20 mA treten Atmungsbeschwerden auf und die betreffende Person kann den Leiter, der den elektrischen Schock ausgelöst hat, nicht mehr loslassen.

Ein Strom von 100 mA kann tödlich sein, weil er die Nerventätigkeit des Herzens beeinflusst: es werden unkoordinierte und unkontrollierte Kontraktionen des Herzmuskels ausgelöst; die Erscheinung ist unter der Bezeichnung Herzfibrillation bekannt. Die Pumptätigkeit des Herzens ist vollkommen gestört und deshalb kann der Effekt tödlich sein. Dieser Effekt kann aber auch in nützlicher Weise verwendet werden: bei medizinischen Noteinsätzen, im Falle von Herzstillstand, verwendet man Geräte zum Erzeugen von hohen Spannungen (für sehr kurze Zeit), mit dem Zweck die normale Funktion des Herzens wieder anzustoßen.

Dieser Effekt auf den Herzmechanismus beruht darauf, dass im Herzmuskel Spannungen bis zu 30 mV erzeugt werden, welche an der Körperoberfläche noch 2 mV betragen. Die Änderungen der Spannung, die die Herztätigkeit begleiten, können mit Hilfe eines Millivoltmeters gemessen werden, dass mit Elektroden verbunden ist, die auf der Körperfläche angebracht sind. Die grafische Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Spannung, die zwischen zwei Punkten von der Körperoberfläche des Menschen als Effekt der Herztätigkeit entsteht, ist unter dem Namen ***Elektrokardiogramm*** (EKG) bekannt. Der dafür verwendete Apparat heißt ***Elektrokardiograf***. Das erste Elektrokardiogramm wurde im Jahr 1889 von A. Waller aufgenommen. In Rumänien wurde die Elektrokardiografie im Jahr 1920 von D. Danielopolu eingeführt.

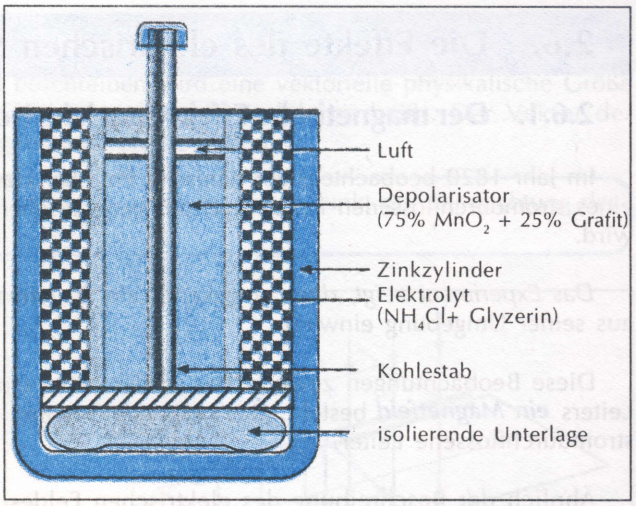
In ähnlicher Weise ist die grafische Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Spannung, die zwischen zwei Punkten des Kopfes als Effekt der Gehirntätigkeit auftritt, unter dem Namen ***Elektroencefalogramm*** bekannt (EEG). Das erste Elektroencefalogramm wurde 1924 von dem deutschen Psychiater Hans Berger aufgenommen, in Rumänien 1934 von dem großen Neurologen Gh. Marinescu

Elektrode darstellen. Diese Erscheinung heißt Polarisation der Elektrode. Als Folge nimmt die Potentialdifferenz, entstanden aus der chemischen Energie, allmählich ab.

Gegenwärtig sind die sogenannten trockenen Leclanche-Elemente am meisten gebraucht (siehe untere Abbildung). Die positive Elektrode des Elements besteht aus einem Kohlestab, der in ein Säckchen mit einer Paste eingeführt wurde, welche die Rolle eines *Depolarisators* hat. Die Paste besteht aus einer Mischung von Grafit (Kohle) – 25 % und MnO_2 – 75 %. Dieses System ist in ein Gemisch von NH_4Cl und Glyzerin eingeführt, wobei dieses Gemisch die Rolle des Elektrolyten hat. Im Inneren des Elements sind die Ladungsträger die Amonium- und die Chlorionen. Das Ganze befindet sich in einem Zinkzylinder, welcher die negative Elektrode darstellt.

Ein solches Element ist auch die bekannte Spannungsquelle von 1,5 V, die wir bei der Fernsteuerung des Fernsehers verwenden. Drei solche Elemente, in Reihe geschaltet, bilden eine **Batterie** mit der Klemmenspannung von 4,5 V.

Eine andere oft verwendete Spannungsquelle ist der **elektrische Akkumulator**, insbesondere der Bleiakkumulator (z.B. der Akkumulator eines Autos). Der große Unterschied in Bezug auf die galvanischen Elemente besteht in der Tatsache, dass die Akkumulatoren immer wieder geladen werden können. Ein Akkumulator erhält also elektrische Energie, speichert sie in Form von chemischer Energie und in Betrieb erzeugt er wieder elektrische Energie.



Der Bleiakkumulator besteht aus Bleiplatten, die in eine verdünnte Schwefelsäurelösung getaucht sind. Ein Plattenpaar bildet eine Zelle, die eine Spannung von ungefähr 2 V erzeugt. Um eine Spannung von 12 V zu erhalten, benötigt man in einem Autoakkumulator 6 Plattenpaare aus Blei.

Schließlich erwähnen wir noch die wieder aufladbaren Kadmium-Nickel-Batterien, die bei elektronischen Uhren, Rechnern, Videokameras, etc. verwendet werden.

PHYSIOLOGISCHE EFFEKTE DES ELEKTRISCHEN STROMES

Die elektrischen Erscheinungen spielen eine wichtige Rolle in vielen physiologischen Prozessen, die in den lebenden Organismen ablaufen. Sie können diese im positiven oder im negativen Sinne beeinflussen.

In erster Reihe müssen wir die Ausbreitung der Nervenimpulse erwähnen. Die Nervenfaser hat in ihrem Aufbau eine zylindrische Membran, die in Inneren eine leitende Flüssigkeit (Elektrolyt) enthält und ist außen ebenfalls von einer leitenden Flüssigkeit umgeben. Durch einen Vorgang, ähnlich demjenigen, der in einem Voltaelement abläuft, besteht zwischen den zwei Flüssigkeiten eine Potentialdifferenz von ungefähr 0,1 V.

Während eines Nervenimpulses wird die Membran durchlässig für die Ionen aus den beiden Elektrolyten. Diese durchqueren die Membran und in Folge bewirken sie einen lokalen Abfall der Potentialdifferenz (was für den Nervenimpuls eine Art Barriere darstellt). Nach dem Durchgang des Nervenimpulses kommt die Membran in den Anfangszustand zurück und die Potentialdifferenz wird wieder aufgebaut. Das Phänomen der Ausbreitung des Nervenimpulses hat auch heute noch viele unerkannte und unverstandene Aspekte.

Auf Grund der elektrischen Natur der Ausbreitung der Nervenimpulse ist der menschliche Körper sehr empfindlich auf elektrische Ströme von außerhalb.

Ein Strom von 10 mA kann starke, unkontrollierte Muskelkontraktionen hervorrufen, die von starken Schmerzen begleitet sind. Bei ungefähr 20 mA treten Atmungsbeschwerden auf und die betreffende Person kann den Leiter, der den elektrischen Schock ausgelöst hat, nicht mehr loslassen.

Ein Strom von 100 mA kann tödlich sein, weil er die Nerventätigkeit des Herzens beeinflusst: es werden unkoordinierte und unkontrollierte Kontraktionen des Herzmuskels ausgelöst; die Erscheinung ist unter der Bezeichnung Herzfibrillation bekannt. Die Pumptätigkeit des Herzens ist vollkommen gestört und deshalb kann der Effekt tödlich sein. Dieser Effekt kann aber auch in nützlicher Weise verwendet werden: bei medizinischen Noteinsätzen, im Falle von Herzstillstand, verwendet man Geräte zum Erzeugen von hohen Spannungen (für sehr kurze Zeit), mit dem Zweck die normale Funktion des Herzens wieder anzustoßen.

Dieser Effekt auf den Herzmechanismus beruht darauf, dass im Herzmuskel Spannungen bis zu 30 mV erzeugt werden, welche an der Körperoberfläche noch 2 mV betragen. Die Änderungen der Spannung, die die Herztätigkeit begleiten, können mit Hilfe eines Millivoltmeters gemessen werden, dass mit Elektroden verbunden ist, die auf der Körperfläche angebracht sind. Die grafische Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Spannung, die zwischen zwei Punkten von der Körperoberfläche des Menschen als Effekt der Herztätigkeit entsteht, ist unter dem Namen ***Elektrokardiogramm*** (EKG) bekannt. Der dafür verwendete Apparat heißt ***Elektrokardiograf***. Das erste Elektrokardiogramm wurde im Jahr 1889 von A. Waller aufgenommen. In Rumänien wurde die Elektrokardiografie im Jahr 1920 von D. Danielopolu eingeführt.

In ähnlicher Weise ist die grafische Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Spannung, die zwischen zwei Punkten des Kopfes als Effekt der Gehirntätigkeit auftritt, unter dem Namen ***Elektroencefalogramm*** bekannt (EEG). Das erste Elektroencefalogramm wurde 1924 von dem deutschen Psychiater Hans Berger aufgenommen, in Rumänien 1934 von dem großen Neurologen Gh. Marinescu

2.6. Die Effekte des elektrischen Stromes. Anwendungen

2.6.1. Der magnetische Effekt des elektrischen Stromes

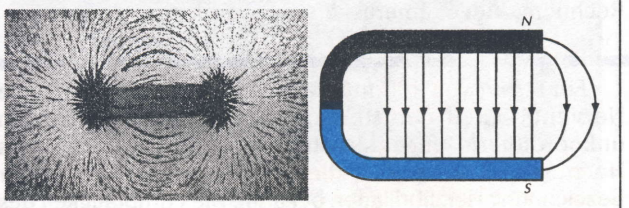
Im Jahr 1820 beobachtete der dänische Physiker Hans Christian Oersted, dass eine Magnetnadel in der Nähe eines stromdurchflossenen Leiters von der geografischen Nord-Süd-Richtung, die sie normal einnimmt, abgelenkt wird.

Das Experiment zeigt, dass, umgekehrt, ein Dauermagnet mit einer Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter aus seiner Umgebung einwirkt.

Diese Beobachtungen zeigen, dass in der Nähe eines Dauermagneten und auch eines stromdurchflossenen Leiters ***ein Magnetfeld*** besteht. Das Magnetfeld äußert sich durch seine Wirkung auf die Magnetnadel oder auf stromdurchflossene Leiter.

Ähnlich der Beschreibung des elektrischen Feldes mit Hilfe der Feldlinien kann auch das Magnetfeld mit Hilfe von Feldlinien beschrieben werden. Sie können praktisch mit Hilfe von Eisenpfeilspänen veranschaulicht werden.

EXPERIMENT

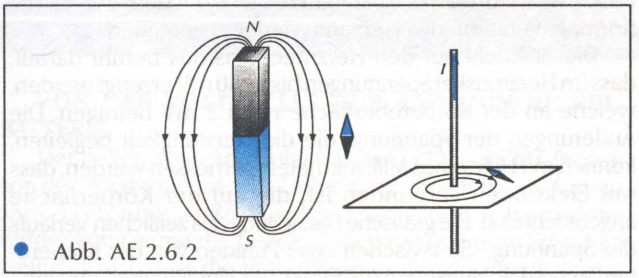


a. b.

● Abb. AE 2.6.1

Nehmt Eisenpfeilspäne und streut sie auf ein Blatt Papier. Legt das Blatt auf einen Dauermagneten von Stab- oder Hufeisenform (Abb. AE 2.6.1-a). Was stellt ihr fest? Wie erklärt ihr das Beobachtete?

Die Feldlinien des Magnetfeldes sind in jedem Punkt tangent an die Richtung der Magnetnadel (Abb. AE 2.6.2).



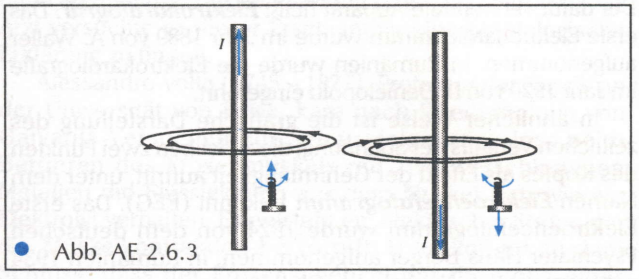
● Abb. AE 2.6.2

Konvention: Der Richtungssinn einer magnetischen Feldlinie wird vom Nordpol der Magnetnadel angezeigt, die tangent an die betreffende Feldlinie ist.

Ein Magnetfeld, dessen Feldlinien untereinander parallel sind, heißt ***homogenes Magnetfeld***. Ein solches Magnetfeld kann zwischen den beiden Polen eines Hufeisenmagneten beobachtet werden (Abb. AE 2.6.1-b).

Man stellt praktisch fest, dass der Richtungssinn des Magnetfeldes vom Stromsinn abhängt (Abb. AE 2.6.3).

Laut obiger Konvention kann der Feldliniensinn aus der Umgebung eines geraden Leiters mit der Schraubenregel bestimmt werden.



● Abb. AE 2.6.3

Schraubenregel (Korkenzieherregel):
Der Richtungssinn der Feldlinien aus der Umgebung eines geraden Leiters ist der Sinn, in dem eine zum Leiter parallele Schraube gedreht werden muss, damit sie sich im Stromsinn fortbewegt.

14. Ein elektrischer Kocher hat zwei Widerstände. Die Siedezeit des Wassers aus dem Behälter ist t_1, bzw. t_2 ($t_2 > t_1$), je nachdem ob der erste oder der zweite Widerstand verwendet wird. Der Wirkungsgrad sei in beiden Fällen derselbe. Bestimme die Siedezeit, wenn beide Widerstände, parallel geschaltet, verwendet werden.

a) t_1+t_2; **b)** $\frac{1}{2}(t_1+t_2)$; **c)** $t_2 - t_1$;

d) $\sqrt{t_1 \cdot t_2}$; **e)** $\frac{t_1 \cdot t_2}{t_1+t_2}$.

15. Ein Stromkreis besteht aus einer Batterie mit der elektromotorischen Spannung E = 10 V und dem inneren Widerstand r = =0,5 Ω und einem Verbraucher mit dem Widerstand R. Der Wirkungsgrad des Stromkreises ist bei maximaler Leistung:

a) 28%; **b)** 38%; **c)** 30%;
d) 45%; **e)** 50%.

16. Eine Spannungsquelle mit der EMS E = 10 V und dem inneren Widerstand r = 1 Ω erzeugt auf einem Verbraucher die Leistung P = 9 W. Wieviel betragt die Klemmenspannung?

a) 15 V; **b)** 1V, 2V; **c)** 110 V;
d) 3 V, 40 V; **e)** 1 V, 9 V.

17. Ein Akkumulator mit der EMS E = 12 V hat eine Kurzschlussstromstärke I_{sc} = 40 A. Welchen Widerstand muss man anschließen, damit die Klemmenspannung U = 11 V beträgt?

a) 4,4 Ω; **b)** 33 Ω; **c)** 7,3 Ω;
d) 3,3 Ω; **e)** 1,2 Ω.

18. Man schaltet n identische Widerstände einmal in Reihe, danach parallel. Das Verhältnis R_s/R_p ist:

a) $R_s/R_p < n^2$; **b)** $R_s/R_p = n^2$; **c)** $R_s/R_p > n^2$;
d) $R_s/R_p = 1/n^2$; **e)** $R_s/R_p > 1/n^2$.

19. Der Ersatzwiderstand R_{AB} für den Stromkreis aus der Abbildung wird wie folgt berechnet:

a) 5R/8; **b)** 8R/5; **c)** R;
d) 7R/13; **e)** 13R/7.

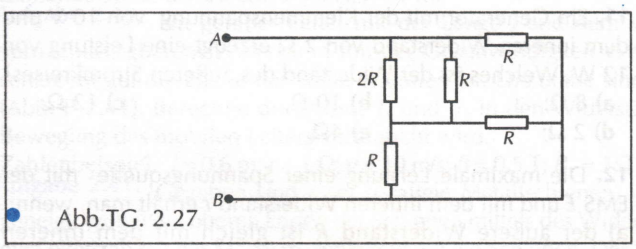


Abb.TG. 2.27

20. Der Vektor der magnetischen Induktion in einem Punkt des Feldes: **a)** bildet einen stumpfen Winkel mit den Feldlinien; **b)** ist tangent in diesem Punkt an die Feldlinie und dieser entgegengesetzt gerichtet; **c)** ist senkrecht auf die Feldlinie in diesem Punkt; **d)** bildet einen spitzen Winkel mit der Feldlinie; **e)** ist tangent in diesem Punkt an die Feldlinie und hat den gleichen Richtungssinn.

21. Die Beobachtung der magnetischen Spektren, die man für Stromkreise verschiedener Formen erhält, zeigt dass im Inneren eines langen Solenoids die magnetischen Feldlinien: **a)** parallel mit der Achse des Solenoids und äquidistant sind; **b)** senkrecht auf die Achse des Solenoids und äquidistant sind; **c)** konzentrische Kreise um die Mitte des Solenoids sind; **d)** parallel und nicht äquidistant sind; **e)** Parabeläste sind.

22. In der Formel $F = B \cdot I \cdot l$, ist B die Induktion des Magnetfeldes: **a)** erzeugt vom Strom I aus dem Leiter; **b)** außerhalb des Leiters, senkrecht auf diesen; **c)** außerhalb des Leiters, parallel mit diesem; **d)** in den Leiter induziert; **e)** in den Leiter selbstinduziert.

23. Die Formel der elektromagnetischen Kraft für jede Ausrichtung des stromdurchflossenen Leiters, der sich im Magnetfeld befindet, ist:

a) $F=B \cdot I \cdot l \cdot \cos\alpha$; **b)** $F=B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha$; **c)** $F=B \cdot S \cdot \cos\alpha$;
d) $F=B \cdot I \cdot l$; **e)** $F=B \cdot l \cdot \sin\alpha$.

24. Ein sehr langer gerader Leiter, vom Strom I_1 durchflossen und eine Schleife mit dem Radius R, vom Strom I_2 durchflossen (I_1, I_2 und R bekannt) sind komplanar. Die magnetische Induktion im Mittelpunkt der Schleife ist Null. Dann ist der Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Schleife und dem geraden Leiter:

a) $d = \frac{I_2 R}{\pi I_1}$; **b)** $d = R$; **c)** $d = \frac{I_1 R}{\pi I_2}$;

d) $d = \frac{I_2}{I_1} R$; **e)** $d = \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} R$.

25. Der Modul der in einen geraden Leiter der Länge l induzierten elektromotorische Spannung e, der sich mit der Geschwindigkeit v unter dem Winkel α in einem homogenen Magnetfeld der Induktion B bewegt, hat die Formel:

a) $e = B \cdot l v \cdot \sin\alpha$; **b)** $e = B \cdot l \cdot v \cdot \cos\alpha$; **c)** $e = B \cdot l \cdot v$;
d) $e = Blv \cdot \sin^2\alpha$; **e)** $e = B \cdot l \cdot v \cdot \cos^2\alpha$.

26. Auf Grund der Wechselwirkung zwischen zwei langen geraden parallelen Leitern definiert man die Maßeinheit im IS für:

a) die magnetische Induktion; **b)** die elektrische Permitivität; **c)** die Stromstärke; **d)** die elektromagnetische Kraft; **e)** die magnetische Permeabilität.

27. Die induzierte EMS ist durch folgende Gleichung gegeben:

a) $|e| = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$; **b)** $e = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$; **c)** $e = \left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$;

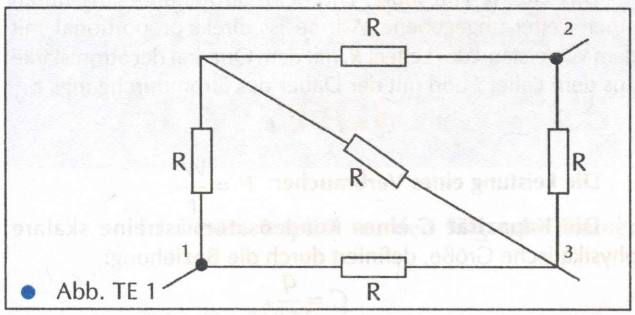
d) $e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$; **e)** $e = -\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$.

28. Wie verändert sich die magnetische Induktion in einer Spule mit Eisenkern, wenn die Anzahl der Windungen halbiert wird? (Die Dimensionen der Spule ändern sich nicht und die Stromstärke bleibt konstant).

a) wird zwei Mal größer; **b)** wird zwei Mal kleiner; **c)** wird vier Mal größer; **d)** bleibt konstant; **e)** wird vier Mal kleiner.

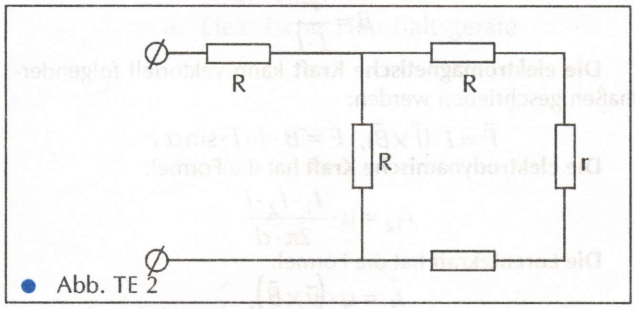
Bewertungstests

1. Berechne den Ersatzwiderstand R_{12} und R_{13} für das Netz aus der Abb. TE 1.



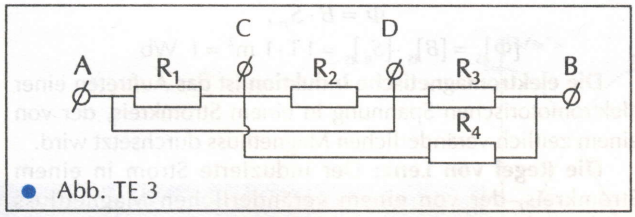
● Abb. TE 1

2. Für welche Werte von r ist der Ersatzwiderstand des Stromkreises TE 2. gleich mit r. R wird als bekannt angenommen.



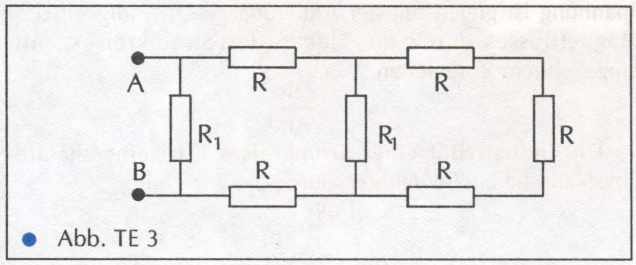
● Abb. TE 2

3. Berechne den Ersatzwiderstand R_{AB} und R_{CD} für das Netz aus der Abb. TE 3, wenn: $R_1 = R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 6\ \Omega$, $R_4 = 8\ \Omega$.



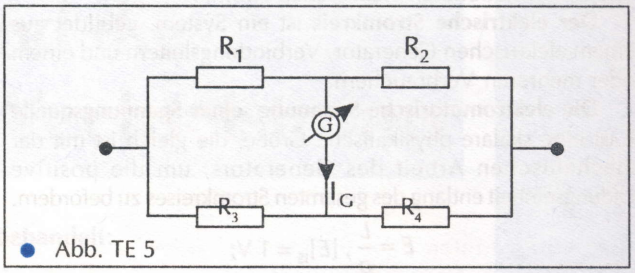
● Abb. TE 3

4. Berechne den Ersatzwiderstand R_{AB} für das Netz aus der Abb. TE 4, wenn: $R_1 = 2\ R$.



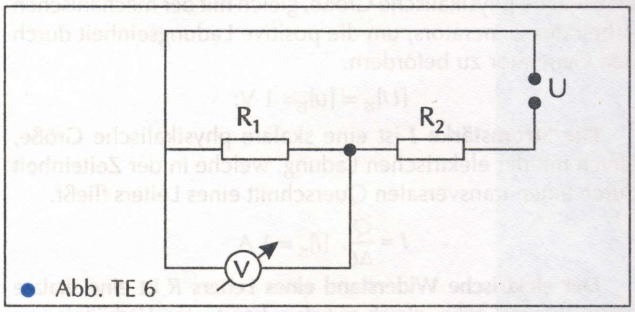
● Abb. TE 3

5. Berechne den Widerstand R_4 aus dem Netz in Abb. TE 5 wenn $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$ und der vom Galvanometer angezeigte Strom Null ist.



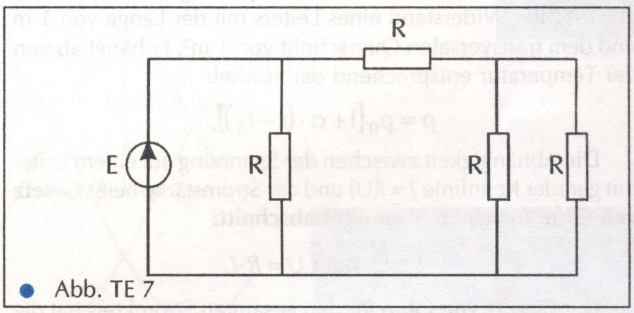
● Abb. TE 5

6. Berechne das Verhältnis aus der Stromstärke im Voltmeter und der Stromstärke im Widerstand R_2 aus dem Netz der Abb. TE 6. Die Widerstände R_1 und R_V sind bekannt.



● Abb. TE 6

7. Berechne den Widerstand R und die auf dem äußeren Stromkreis abgegebene Leistung (Abb. TE 7). Gegeben sind $E = 100$ V, $r = 36\ \Omega$ $\eta = 50\%$.



● Abb. TE 7

8. Berechne den Ersatzwiderstand einer Gruppe Voltmeter – Vorwiderstand, wenn dieser den Messbereich 101 – fach vergrößert.

Jede Bewegung von elektrischen Ladungen heißt **elektrischer Strom.** Wenn die Geschwindigkeit der geordneten Bewegung der Ladungsträger zeitlich konstant ist, spricht man von einem stationären elektrischen Strom.

Der elektrische Stromkreis ist ein System, gebildet aus einem elektrischen Generator, Verbindungsleitern und einem oder mehreren Verbrauchern.

Die elektromotorische Spannung einer Spannungsquelle E ist eine skalare physikalische Größe, die gleich ist mit der mechanischen Arbeit des Generators, um die positive Ladungseinheit entlang des gesamten Stromkreises zu befördern.

$$E = \frac{L}{q},\ [E]_{IS} = 1\ \text{V};$$

Die Klemmenspannung des Generators U ist eine skalare physikalische Größe gleich mit der mechanischen Arbeit des Generators, um die positive Ladungseinheit durch den äußeren Stromkreis zu befördern. **Der innere Spannungsabfall** u ist eine skalare physikalische Größe, gleich mit der mechanischen Arbeit des Generators, um die positive Ladungseinheit durch den Generator zu befördern.

$$[U]_{IS} = [u]_{IS} = 1\ \text{V};$$

Die Stromstärke *I* ist eine skalare physikalische Größe, gleich mit der elektrischen Ladung, welche in der Zeiteinheit durch einen transversalen Querschnitt eines Leiters fließt.

$$I = \frac{Q}{\Delta t},\ [I]_{IS} = 1\ \text{A}$$

Der elektrische Widerstand eines Leiters *R* ist eine skalare physikalische Größe, gleich mit dem konstanten Verhältnis von Spannung an den Enden des Leiters *U* und Stromstärke im Leiter *I*.

$$[R]_{IS} = \frac{[U]_{IS}}{[I]_{IS}} = \frac{1\ \text{V}}{1\ \text{A}} = 1\ \Omega,\ R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Der spezifische Widerstand ρ ist gleich mit dem elektrischen Widerstand eines Leiters mit der Lange von 1 m und dem transversalen Querschnitt von 1 m². Er hängt ab von der Temperatur entsprechend der Formel:

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha \cdot (t - t_0)],$$

Die Abhängigkeit zwischen der Spannung auf einem Leiter mit gerader Kennlinie *I* = *I*(U) und der Stromstärke heißt **Gesetz von Ohm für einen Stromkreisabschnitt:**

$$I = \frac{U}{R} \text{ oder } U = R \cdot I.$$

Das Gesetz von Ohm für den gesamten Stromkreis hat die Formel:

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

Das erste Kirchhoffsche Gesetz: Die algebraische Summe der Ströme, die sich in einem Netzknoten treffen, ist gleich Null:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$$

Das zweite Kirchhoffsche Gesetz: Die algebraische Summe der elektromotorischen Spannungen entlang einer Netzmasche ist gleich mit der algebraischen Summe der Spannungsabfälle auf den Zweigen der Masche:

$$\sum_{k=1}^{n} E_k = \sum_{j=1}^{m} I_j \cdot R_j.$$

Das Gesetz von Joule: Die beim Stromdurchgang durch einen Leiter abgegebene Wärme ist direkt proportional mit dem Widerstand des Leiters *R*, mit dem Quadrat der Stromstärke aus dem Leiter *I* und mit der Dauer des Stromdurchgangs *t*:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t.$$

Die Leistung eines Verbraucher: $P = \frac{W}{t}$.

Die Kapazität *C* eines Kondensators ist eine skalare physikalische Größe, definiert durch die Beziehung:

$$C = \frac{q}{U},$$

Die magnetische Induktion $\vec{B}$ eines homogenen Magnetfeldes ist eine vektorielle physikalische Größe, deren Modul definiert ist durch die Beziehung:

$$B = \frac{F}{I \cdot l},$$

Die elektromagnetische Kraft kann vektoriell folgendermaßen geschrieben werden:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}),\ F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha,$$

Die elektrodynamische Kraft hat die Formel:

$$F_{12} = \mu \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi \cdot d}$$

Die Lorentzkraft hat die Formel:

$$\vec{f}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}),$$

Der magnetische Fluss eines homogenen Magnetfeldes durch eine, zum Feld senkrechte Fläche, ist eine skalare physikalische Größe, definiert durch die Beziehung:

$$\Phi = B \cdot S_n,$$

$$[\Phi]_{IS} = [B]_{IS} \cdot [S_n]_{IS} = 1\ \text{T} \cdot 1\ \text{m}^2 = 1\ \text{Wb}$$

Die elektromagnetische Induktion ist das Auftreten einer elektromotorischen Spannung in einem Stromkreis, der von einem zeitlich veränderlichen Magnetfluss durchsetzt wird.

Die Regel von Lenz: Der induzierte Strom in einem Stromkreis, der von einem veränderlichen Magnetfluss durchsetzt wird, ist so gerichtet, dass der vom induzierten Strom erzeugte Magnetfluss sich der Änderung des induzierenden Magnetflusses widersetzt.

Das Gesetz von Faraday: Die induzierte elektromotorische Spannung ist gleich mit der Änderungsgeschwindigkeit des Magnetflusses durch die Fläche des Stromkreises, mit umgekehrtem Vorzeichen.

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Die Induktivität eines Sromkreises L ist eine skalare physikalische Größe definiert durch die Beziehung:

$$L = \frac{\Phi}{I},$$

$$[L]_{IS} = \frac{[\Phi]_{IS}}{[I]_{IS}} = \frac{1\ \text{Wb}}{1\ \text{A}} = 1\ \text{H}.$$