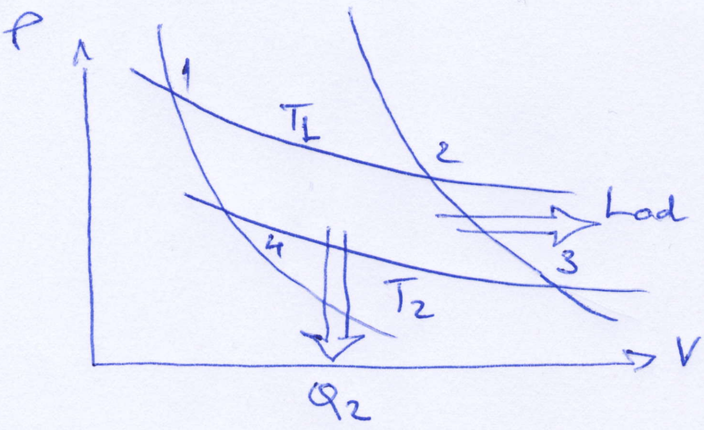
Problema 1

O cantitate $\nu = 2$ mol de gaz perfect efectuează un ciclu Carnot. Știind că temperatura sursei reci $T_2 = 300\,K$, căldura transmisă sursei reci într-un ciclu $|Q_2| = 3,6\,kJ$ iar lucrul mecanic efectuat de gaz în cursul destinderii adiabatice este $L_{ad} = 2493\,J$, să se determine:

a) ΔU pentru o creștere de $\Delta T = 1,00\,K$

b) temperatura sursei calde, T_1.

c) randamentul ciclului și L_{total} per ciclu; $C_p = \frac{5R}{2}$



$\nu = 2$ mol gaz perfect

$C_p = 5R/2$; $R = 8,31\ J/mol\,K$

$T_2 = 300\,K$

$|Q_2| = |Q_{cedat}| = 3,6\,kJ = 3,6 \cdot 10^3\,J$

$L_{ad} = 2493\,J = 2,493 \cdot 10^3\,J$

a) $\Delta U = \nu C_v \Delta T$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta U = Q - L \\ Q_{ad} = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta U = -L$$

Dacă $\Delta T = 1\,K$, rezultă $\Delta U = \nu C_v$. Dar avem

$C_p - C_v = R$, deci $C_v = C_p - R$ $\qquad C_p = \frac{i+2}{2}R = \frac{5R}{2}$

deci $\Delta U = \frac{3}{2}R \cdot \nu = \nu \frac{3R}{2}$. $\qquad C_v = \frac{i}{2}R = \frac{3}{2}R$

b) $T_1 = ?$ $\quad T_2 = 300\,K$

Pentru adiabata 2-3, $L_{ad} = -\Delta U = -\nu C_v \Delta T$

$$L_{ad} = \nu \cdot \frac{3R}{2} \cdot (T_1 - T_2)$$

$$T_1 = \frac{2L_{ad} - 3\nu R T_2}{3\nu R}$$

c) $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{Q_c}{Q_p}$; $Q_c = 3,6\,kJ$

deci aflăm Q_p; $\eta \cdot Q_p - Q_p = -Q_c$; $Q_p(\eta - 1) = -Q_c$

$Q_p = \frac{Q_c}{1-\eta}$; Lucrul mecanic total este:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta U = Q - L \\ \Delta U = 0\end{array}\right. \Rightarrow Q = L \qquad L = Q_p - Q_c;$$

Problema 2 / 2.3.41 Hristev-Bățan

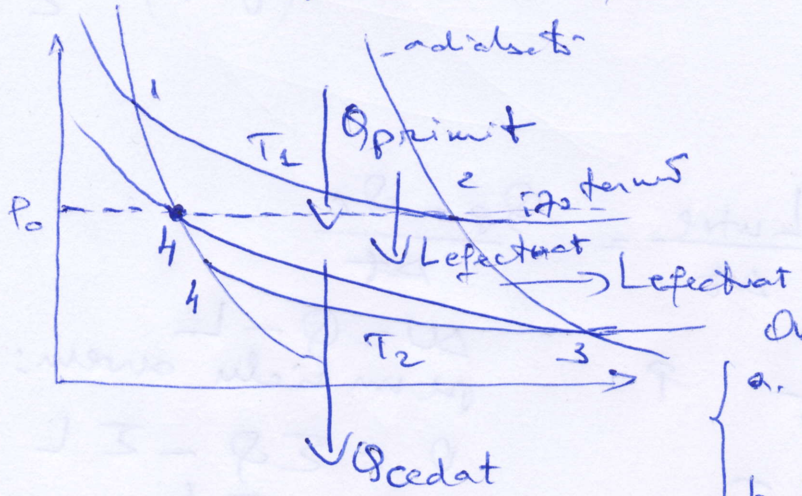
O mașină termică ideală funcționează după un ciclu Carnot reversibil între sursa caldă $T_1 = 1172\ K$ și sursa rece $T_2 = 293\ K$, substanța de lucru fiind aer $m = 2\,kg$. Presiunea aerului la sfârșitul destinderii izoterme este egală cu presiunea aerului la începutul comprimării adiabatice. Cunoscând că un ciclu se efectuează în timpul $\Delta t = 1\ sec$, să se afle:

a) puterea consumată de mașină.

b) puterea utilă a mașinii.

Se dau: $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1{,}4$; $R = 8{,}31 \cdot 10^3\ J/mol\,K$

$\mu_{aer} = 29\ g/mol$



$T_2 = 293\ K$

$T_1 = 1172\ K$

$m_{aer} = 2\,kg$

$p_2 = p_4 = p_0$

Observații:

a. se poate calcula repede $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

b. Se poate calcula ν, $\nu = \frac{m}{\mu}$

a) Puterea consumată = ?

$$P_c = \frac{\Delta U_c}{\Delta t} = \frac{Q_{primit}}{\Delta t} = \frac{Q_p}{\Delta t}$$

$$Q_p = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

din izoterma 1-2 avem $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_0}$

din datele problemei avem $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{p_1}{p_4}$

din adiabata 4-1 avem:

$$\begin{cases} p_4 V_4^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} \\ T_2 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \\ p_4^{1-\gamma} \cdot T_2^{\gamma} = p_1^{1-\gamma} \cdot T_1^{\gamma} \end{cases}$$

deci $\left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{1-\gamma} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma}$ sau $\frac{p_1}{p_4} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$

prin înlocuire obținem $Q_p = \frac{m}{\mu} R T_1 \ln \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$

deci $Q_p = \nu R T_1 \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$

unde înlocuim și obținem

$$Q_p = \frac{m}{\mu} R T_1 \cdot \frac{\gamma}{1-\gamma} \ln\frac{T_2}{T_1}$$

și folosind proprietatea logaritmilor $\log\frac{a}{b} = -\log\frac{b}{a}$
obținem

$$Q_p = \frac{m}{\mu} R T_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln\frac{T_1}{T_2} \quad ; \quad P_{consumata} = \frac{Q_p}{\Delta t}$$

b) Puterea utilă = ?

$$P_u = \frac{\Delta U_{utilă}}{\Delta t} = \frac{L_{util}}{\Delta t} = \frac{Q_p - |Q_c|}{\Delta t}$$

$\Delta U = Q - L$ este, pentru un ciclu, $0 = \Sigma Q - \Sigma L$

$$\Sigma Q = \Sigma L$$

$$L_{util} = Q_p - Q_c$$

$$Q_c = \nu R T_2 \ln\frac{V_4}{V_3}$$

din izoterma 3-4 avem $\frac{V_4}{V_3} = \frac{p_3}{p_4} = \frac{p_3}{p_2}$

din adiabata 2-3 avem

$$p_3^{1-\gamma} \cdot T_2^{\gamma} = p_2^{1-\gamma} \cdot T_1^{\gamma}$$

deci

$$\frac{p_3}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$$

$$Q_c = \nu R T_2 \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \nu R T_2 \frac{\gamma}{1-\gamma} \ln\frac{T_1}{T_2} < 0$$

$$|Q_c| = \nu R T_2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln\frac{T_1}{T_2}$$

$$L_{util} = Q_p - |Q_c| = \nu R T_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln\frac{T_1}{T_2} - \nu R T_2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln\frac{T_1}{T_2}$$

deci

$$L_{util} = \nu R \ln\frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1}(T_1 - T_2) = \nu R \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \ln\frac{T_1}{T_2} \cdot (T_1 - T_2)$$