

*Str. cartii velle*  
ANATOLIE HRISTEV  
DORIN BORȘAN

DUMITRU MANDA  
MARIN SANDU

*Elino-Jalu*  
LUCIAN GEORGESCU  
NICOLAE GHERBANOVSCHI

PROBLEME  
DE  
**FIZICA**

---

PENTRU CLASELE  
IX-X



EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ  
BUCUREȘTI, 1983

Referenți: colectivul catedrei de fizică a Liceului  
„N. BĂLCESCU” — BUCUREȘTI

Lucrarea a fost elaborată în felul următor:

Partea I. *Capitolele 1-6:* conf. univ. dr. A. Hristev  
*Capitolele 7, 8, 10:* prof. D. Manda  
*Capitolul 9:* conf. dr. L. Georgescu

Partea II. *Capitolele 1-4:* lector dr. D. Borșan  
*Capitolele 5-7:* prof. M. Sandu  
*Capitolele 8-11:* lector dr. N. Gherbanovschi

Partea III: A. Hristev, D. Borșan, N. Gherbanovschi.

Redactor: prof. Ileana Birsan  
Tehnoredactor: Viorica Condopol  
Coperta: Nicolae Sirbu

Coli de tipar: 15  
Bun de tipar: 28.09.83



Com. 30 233/7123  
Combinatul poligrafic  
„CASA ȘCINTEII”  
București -- R.S.R.

PARTEA I

## MECANICĂ ȘI ACUSTICĂ (Clasa a IX-a)

### ENUNȚURI

#### CAPITOLUL 1

#### MIȘCAREA ȘI REPALSIUL

1.1.1. Viteza unei șalupe în sensul curgerii riuului este  $v_1 = 20$  km/h, iar în sensul opus  $v_2 = 16$  km/h. Care este viteza apei și viteza șalupei față de apă?

1.1.2. În figura 1.1.2 sînt reprezentate: legea mișcării unui vapor pe apa stătoare (1) și legea mișcării apei unui riu (2). Să se afle viteza vaporului  $v_1$  și viteza apei  $v_2$ . Să se reprezinte grafic legea mișcării vaporului pe riu în sensul riuului.

1.1.3. Două corpuri se mișcă uniform unul spre celălalt și distanța dintre ele se micșorează cu viteza  $u_1 = 3,0$  m/s. Dacă aceste corpuri se mișcă avînd aceleași viteze dar în același sens, distanța dintre ele se micșorează cu viteza  $u_2 = 1,0$  m/s. Care sînt vitezele corpurilor?

1.1.4. Într-o stație de metrou, scara rulantă, înclinată cu unghiul  $\alpha = 30^\circ$  față de orizontală, are viteza  $v = 0,80$  m/s. Știînd timpul  $t = 1,0$  min în care un om este urcat cu scara, să se afle la ce adîncime se află linia metroului.

1.1.5. Un avion zboară cu viteza  $v_0 = 360$  km/h față de aer. Știînd că suflă vînt de la est la vest cu viteza  $v = 20$  m/s și avionul trebuie să înainteze spre Nord, să se afle viteza avionului față de pămînt și unghiul făcut de avion cu meridianul.

1.1.6. Un avion parcurge distanța  $d = 150$  km dus și întors cu viteza  $v_0 = 360$  km/h față de aer. Cît timp durează zborul dacă vîntul suflă cu viteza  $v = 20$  m/s:

- perpendicular pe direcția parcursă;
- de-a lungul direcției parcurse;
- dar dacă nu suflă vîntul?

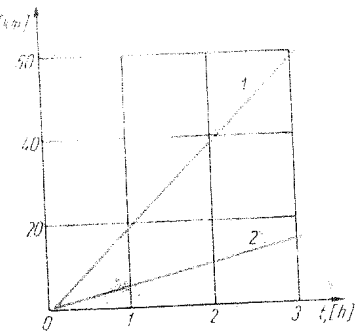


Fig. 1.1.2

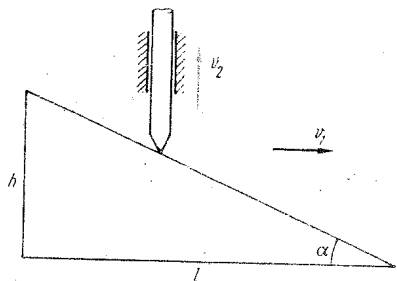


Fig. 1.1.7.

1.1.7. Pana din figura 1.1.7, cu unghiul  $\alpha = 30^\circ$ , alunecă orizontal cu viteza  $v_1 = 0,30$  m/s. Cu ce viteză  $v_2$  se ridică tija?

1.1.8. Două vehicule merg paralel în sensuri opuse cu vitezele  $v_1 = 36$  km/h,  $v_2 = 54$  km/h. Din primul vehicul se aruncă în al doilea un pachet cu viteza  $v_0 = 5,0$  m/s, orizontal și perpendicular față de ele. Care este mărimea vitezei pachetului și ce unghi formează ea față de al doilea vehicul?

1.1.9. O barcă înaintează spre nord de-a lungul unui meridian cu viteza  $v = 10$  m/s. Care este mărimea și direcția, față de barcă, a vitezei vântului care suflă dinspre N-V cu viteza  $v_0 = 10,0$  m/s?

1.1.10. Între două orașe A, B situate unul față de altul la distanța  $d = 200$  km circulă autobuze, care pornesc din stația A la intervale egale de timp  $\tau = 1,0$  h și circulă cu viteza medie  $v = 50$  km/h. Neglijând timpurile de staționare ale autobuzelor, să se afle câte autobuze sînt în total pe traseu și câte autobuze va întîlni un călător dintr-un autobuz care pleacă dintr-un oraș și ajunge în celălalt.

## CAPITOLUL 2

### PRINCIPIILE MECANICII NEWTONIENE

1.2.1. După deschiderea parașutei, parașutistul ajunge repede să coboare cu viteză constantă, deși asupra lui acționează forța de greutate. Cum explicăți aceasta?

1.2.2. În figura 1.2.2 sînt reprezentate trei cazuri, fiind indicate greutatea corpurilor și forțele care acționează. Să se spună cu ce accelerații se vor mișca cele trei corpuri.

1.2.3. Se schimbă forța de tracțiune a locomotivei dacă locomotiva este plasată în spatele trenului sau undeva la mijlocul trenului?

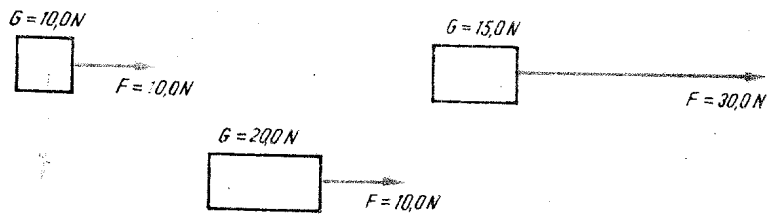
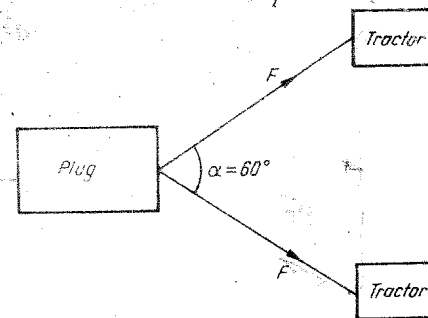


Fig. 1.2.2.

Fig. 1.2.4.



1.2.4. Un plug este tras uniform de două tractoare ca în figura 1.2.4, tensiunea din fiecare cablu fiind  $T = 10$  kN. Care este forța de rezistență a solului?

1.2.5. Cu ajutorul unui fir trecut peste un scripete ideal este ridicat uniform un corp cu forța de tracțiune  $F$  a firului orientată orizontal. Care este forța de apăsare a firului asupra scripetelui?

1.2.6. În experiența lui Otto Guericke cu emisferele din Magdeburg (1654) de fiecare emisferă trăgeau opt cai. Se schimbă forța de tracțiune asupra emisferelor, dacă una din emisfere este legată de un stîlp? Dar dacă o emisferă este legată de stîlp, iar de cealaltă trag 16 cai?

1.2.7. Cu ce accelerație s-a mișcat un lift de masă  $m = 1,00$  t, dacă tensiunea din cablul său de susținere a fost: a)  $T = 13,8$  kN, b)  $T = 6,8$  kN?

1.2.8. Un corp de greutate  $G = 100$  kN este coborît într-o mină cu ajutorul unui cablu. Viteza corpului variază în timp după graficul din figura 1.2.8. Să se afle tensiunea din cablu în cele trei intervale de timp.

1.2.9. Pe talerul unui cîntar se așază un vas cu apă și apoi se face echilibrul. Se strică echilibrul dacă băgăm mina în apa din vas, fără a atinge fundul și fără să se verse apa?

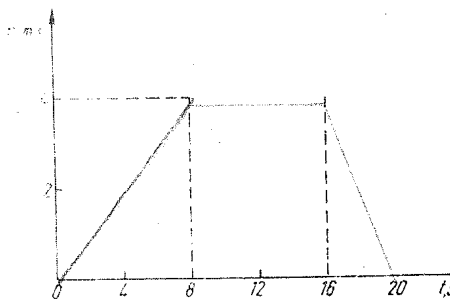


Fig. 1.2.8.

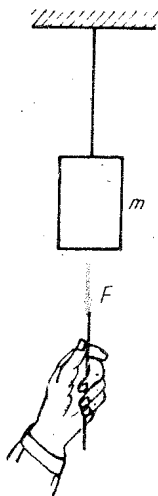


Fig. 1.2.11.

1.2.10. Pe talerul unei balanțe se află un vas cu apă și un stativ de care este prins un fir cu un corp atârnat la capăt, deasupra apei. Balanța este echilibrată cu etaloane. Se strică echilibrul balanței când coborim firul astfel încât corpul să se scufunde în apă?

Dar dacă stativul se află pe celălalt taler dar are o tijă orizontală cu fir și corp, astfel încât putem cufunda corpul, ca și mai înainte, în vasul cu apă de pe primul taler?

1.2.11. De tavan este atârnat printr-un fir un corp de masă mare. De acest corp este prins un alt fir (de același fel cu primul fir) de care tragem în jos (fig. 1.2.11). Dacă tragem încet, se rupe firul superior, dacă smucim brusc, se rupe firul inferior. De ce?

1.2.12. Cu ce accelerație trebuie ridicat vertical în sus un corp cu ajutorul unui fir, pentru ca tensiunea din fir să fie de  $n = 3$  ori mai mare decât greutatea corpului?

1.2.13. Un fir rezistă la un corp atârnat de masă maximă  $m_1 = 8,0$  kg în cazul ridicării corpului cu o anumită accelerație și la masă maximă  $m_2 = 12$  kg în cazul coboririi cu aceeași accelerație. Ce masă maximă putem ridica sau cobori uniform?

1.2.14. De un fir este atârnat un corp. Dacă ridicăm corpul cu accelerația  $a = 2,1$  m/s<sup>2</sup>, atunci tensiunea din fir este de  $n = 2$  ori mai mică decât tensiunea de rupere. Cu ce accelerație minimă trebuie ridicat corpul pentru ca firul să se rupă?

\* 1.2.15. Două corpuri de mase  $m_1 = 10$  kg și  $m_2 = 2,0$  kg, așezate pe un plan orizontal fără frecări, sînt legate între ele printr-un fir orizontal avînd inserat un dinamometru ușor. De corpul  $m_2$  se trage orizontal cu o forță  $F = 12$  N. Ce forță indică dinamometrul?

1.2.16. Un camion de masă  $m_1 = 3,0$  t tractează accelerat o remorcă de masă  $m_2 = 2,0$  t. Tensiunea din cablul de remorcare este  $T = 1,0$  kN. Considerînd că forțele de rezistență sînt proporționale cu greutatea, să se afle forța de tracțiune dezvoltată de motorul camionului.

1.2.17. Două corpuri de mase  $m_1 = 100$  g,  $m_2 = 300$  g, legate printr-un fir sînt trase în jos cu o forță  $F = 4,0$  N ca în figura 1.2.17. Care este accelerația sistemului și tensiunea din fir?

1.2.18. Un corp de masă  $m_1$  este tras în sus cu o forță  $F$ . De corpul  $m_1$  este prins un corp de masă  $m_2$  prin intermediul unei sfori de masă  $m_0$  (fig. 1.2.18). Să se afle tensiunea din fir într-o secțiune depărtată de capătul inferior cu o distanță egală cu o fracțiune  $f$  din lungimea sforii.

1.2.19. De tavanul unui vagon este suspendat un corp de masă  $m = 1,00$  kg prin intermediul a două fire de aceeași lungime așezate simetric în

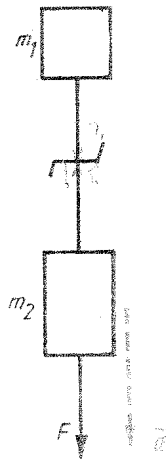


Fig. 1.2.17.

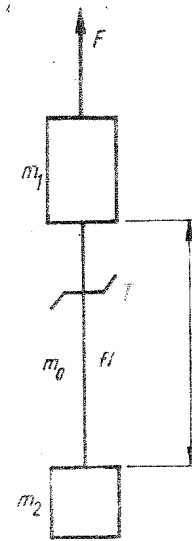


Fig. 1.2.18.

planul vertical al mișcării cu unghiul de deschidere  $2\alpha = 60^\circ$ . Care vor fi tensiunile din fire atunci cînd vagonul merge cu accelerația  $a = 4,9$  m/s<sup>2</sup>?

1.2.20. Un om de masă  $m = 60$  kg, aflat într-o barcă de masă  $M = 40$  kg în repaus, începe să alerge cu accelerația  $a = 2,0$  m/s<sup>2</sup> față de barcă. Să se afle accelerațiile cu care se vor mișca omul și barca față de apă, precum și forța cu care omul împinge barca în direcție orizontală.

1.2.21. De tavanul unei săli de sport este suspendată printr-un fir o bară de masă  $M = 1,0$  kg. O pisică de masă  $m = 0,50$  kg sare și se agată de bară, dar în același moment firul de suspenzie se rupe și atunci pisica se cățără pe bară astfel încît rămîne mereu la aceeași înălțime față de sol. Cu ce accelerație cade bara?

1.2.22. O picătură de ploaie cade vertical. Ea întîmpină din partea aerului o forță de rezistență proporțională cu pătratul vitezei. În momentul cînd accelerația picăturii a fost  $a = 7,5$  m/s<sup>2</sup>, viteza ei era  $v = 20$  m/s. Lîngă suprafața pămîntului picătura a atins viteza constantă  $v_0$  și nimerind pe geamul lateral al unui automobil a lăsat o urmă înclinată cu unghiul  $\alpha = 30^\circ$  față de verticală. Care a fost viteza automobilului?

1.2.23. Două corpuri de greutate  $G_1 = 10$  N,  $G_2 = 30$  N sînt legate printr-un fir trecut peste un scripete ideal. Care este accelerația sistemului și tensiunea din fir? Se dezleagă acum corpul  $G_2$  și în locul său se trage în jos cu o forță egală cu greutatea corpului:  $F = G_2$ . Care va fi acum accelerația și tensiunea din fir?

1.2.24. Peste un scripete ideal este trecut un fir cu două corpuri de masă  $M = 200$  g fiecare. Peste unul din corpurile  $M$  se așază un mic corp adițional de masă  $m = 20,0$  g. Cu ce forță  $f$  apasă corpul adițional  $m$  asupra corpului  $M$  peste care el este așezat? Cu ce forță  $F$  apasă scripetele asupra lagăreilor sale?

1.2.25. De tavanul unui lift este agățat un scripete ideal prin intermediul unui dinamometru. Peste scripete este trecut un fir cu două capete la capete, de mase  $m_1 = 100$  g,  $m_2 = 300$  g. Liftul urcă accelerat cu accelerația  $a_0 = 2,2$  m/s<sup>2</sup>. Ce forță indică dinamometrul?

1.2.26. Peste un scripete ideal este trecut un fir. De un capăt al firului este atârnată o masă  $m_1 = 300$  g, iar de-a lungul celuilalt capăt alunecă un manson de masă  $m_2 = 200$  g cu accelerația  $w_2 = 2,4$  m/s<sup>2</sup> (în jos) față de fir. Să se afle accelerația  $a_1$  a masei  $m_1$  și forța de frecare dintre manson și fir.

1.2.27. Un lanț de lungime  $l = 16$  m și masă  $m = 8,0$  kg este trecut peste un scripete ideal. Care va fi tensiunea din lanț în secțiunea din mijlocul lanțului în momentul în care de o parte a scripetelui atârna o lungime  $l_0 = 10$  m de lanț (fig. 1.2.27). Care va fi accelerația lanțului în acest moment?

1.2.28. Peste un scripete ideal este trecută o sfoară de masă neglijabilă de capetele căreia se agață doi sportivi de mase  $m_1 = 40$  kg,  $m_2 = 60$  kg care încep simultan să urce cu accelerații constante  $w_1 = 0,50$  m/s<sup>2</sup>, respectiv  $w_2 = 0,70$  m/s<sup>2</sup> față de sfoară. Să se afle:

- tensiunea și accelerația sforii;
- accelerațiile sportivilor față de pământ;
- care sportiv ajunge primul la scripete.

1.2.29. Peste un scripete ideal, fixat de tavan, este trecută o sfoară; la un capăt al sforii este atârnat un corp de masă  $M = 60$  kg, iar la celălalt capăt este atârnată o scară pe care stă un sportiv de masă  $m = 50$  kg. Inițial sistemul este în echilibru. Cu ce accelerație față de sfoară trebuie să urce sportivul pentru ca scripetele să nu apese asupra lagărelor sale?

1.2.30. În sistemul din figura 1.2.30, scripetii sunt ideali (de masă neglijabilă). Să se determine accelerațiile corpurilor și tensiunile din fire ( $m_1 = 350$  g,  $m_2 = 100$  g).

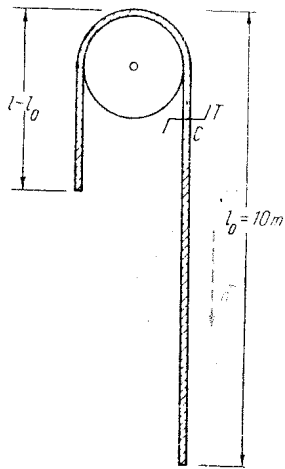


Fig. 1.2.27.

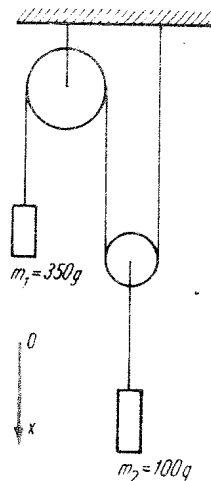


Fig. 1.2.30.

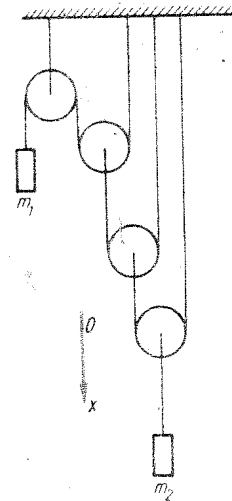


Fig. 1.2.31.

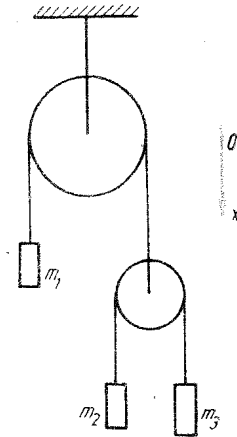


Fig. 1.2.32.

1.2.31. Să se afle accelerațiile corpurilor  $m_1 = 1,00$  kg,  $m_2 = 16,0$  kg din sistemul de scripeti ideali din figura 1.2.31.

1.2.32. Să se afle accelerațiile și tensiunile din fire pentru sistemul din figura 1.2.32. Scripetii sunt ideali,  $m_1 = 0,400$  kg,  $m_2 = 0,100$  kg,  $m_3 = 0,200$  kg. Ce valoare trebuie să aibă  $m_3$  pentru ca  $m_2$  să rămână în repaus față de pământ?

### CAPITOLUL 3

#### MIȘCAREA PUNCTULUI MATERIAL SUB ACȚIUNEA UNOR TIPURI DE FORȚE

##### MIȘCAREA RECTILINIE UNIFORMĂ

1.3.1. Un biciclist a parcurs o distanță cu viteza  $v_1 = 12$  km/h și în continuare o distanță egală cu viteza  $v_2 = 8,0$  km/h. Care a fost viteza medie a biciclistului pe întreaga distanță parcursă?

1.3.2. Un camion a mers de la A la B cu viteza  $v_1 = 60$  km/h, iar înapoi cu viteza  $v_2 = 40$  km/h. Care a fost viteza medie a camionului?

1.3.3. Un motociclist a parcurs o fracțiune  $f = 0,40$  din drumul său cu viteza  $v_1 = 72$  km/h, iar restul drumului cu viteza  $v_2 = 54$  km/h. Care a fost viteza medie a motociclistului?

1.3.4. Un biciclist a plecat într-o excursie din orașul A în orașul B. Prima jumătate de drum a mers cu viteza  $v_1 = 12$  km/h. Jumătate din timpul rămas a mers cu viteza  $v_2 = 8,0$  km/h, iar restul drumului a mers pe jos cu viteza  $v_3 = 4,0$  km/h. Care a fost viteza medie a biciclistului?

1.3.5. Un autobuz se mișcă  $t_1 = 0,5$  min cu viteza  $v_1 = 10$  km/h (treapta I a vitezelor), apoi  $t_2 = 1,0$  min cu viteza  $v_2 = 20$  km/h (treapta II) și  $t_3 = 2,0$  min cu viteza  $v_3 = 40$  km/h (treapta III). Să se afle viteza medie pe tot timpul mișcării, neglijând timpurile de trecere de la o viteză la alta.

1.3.6. O barcă de masă  $M = 40$  kg, cu un om de masă  $m = 60$  kg aflat în ea, stă în repaus pe un lac. Omul începe să meargă cu viteza  $v' = 1,00$  m/s față de barcă, parcurgând lungimea bărcii  $l = 2,0$  m. Să se afle vitezele cu care se mișcă omul și barca față de apă, precum și deplasările lor față de apă.

1.3.7. Două localități sînt situate pe malul unui lac de acumulare și în același timp sînt pe același riu. Viteza medie de curgere a rîului  $v_r = 1,0$  m/s. Între aceste localități circulează două vaporușe identice cu viteza  $v = 3,00$  m/s față de apă, unul pe lac, celălalt pe riu. Distanța dintre localități pe cele două căi este practic aceeași  $d = 10,8$  km. Cît timp durează drumul dus și întors între cele două localități, pe cele două căi? Să se demonstreze că totdeauna  $t_1 < t_2$ .

1.3.8. Un elev înoată cu viteza  $v = 0,5$  m/s. În ce direcție trebuie să înoate spre celălalt mal pentru ca apa care curge cu viteza  $v_0 = 1,0$  m/s, să-l deplaseze cît mai puțin la vale?

1.3.9. Un om aflat la distanța  $b = 50$  m de o șosea observă la un moment dat un autobuz venind cu viteza  $v_0 = 12$  m/s și aflat în acel moment la distanța  $l = 400$  m de om. Sub ce unghi (față de direcția inițială om-autobuz) trebuie să alerge rectiliniu omul, cu viteza  $v = 3,0$  m/s, pentru a întîlni autobuzul? (Fig. 1.3.9.) Cu ce viteză minimă trebuie să alerge omul pentru a putea întîlni autobuzul?

1.3.10. Două camioane pleacă simultan unul spre celălalt din orașul A, respectiv B. Ele se întîlnesc la distanța  $d = 45$  km de B, apoi ajungînd fiecare la destinație se întorc și se întîlnesc a doua oară după  $\tau = 3,0$  ore de la prima întîlnire. Să se afle viteza celui de al doilea camion.

1.3.11. O coloană de pionieri de lungime  $l = 400$  m se deplasează cu viteza  $v = 4,0$  km/h de-a lungul unei șosele, în timpul unei excursii. Profesorul din coada coloanei trimite la un moment dat un biciclist către profesorul din capul coloanei ca să-i ceară planul excursiei. Biciclistul merge tot timpul cu viteza  $v_0 = 12$  km/h. În cît timp se întoarce biciclistul? Să se rezolve problema în sistemul de referință legat de:

- coloană,
- biciclist,
- pămînt.

Care sistem de referință este mai convenabil?

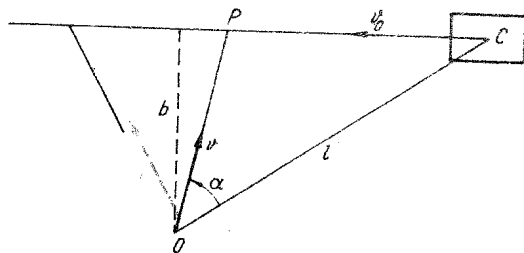


Fig. 1.3.9.

1.3.12. Două coloane de sportivi merg pe o șosea în sensuri opuse, cu viteza  $v_1 = 1,0$  m/s, respectiv  $v_2 = 1,5$  m/s. Pe fiecare rînd sînt  $n = 4$  sportivi și distanța dintre rînduri  $d = 1,5$  m. Cîți sportivi din cealaltă coloană întîlnește unul din ei într-un timp  $\tau = 30$  s? Care sistem de coordonate este mai potrivit?

### MIȘCAREA RECTILINIE UNIFORM VARIATĂ

1.3.13. Să se descrie mișcările reprezentate în figura 1.3.13.

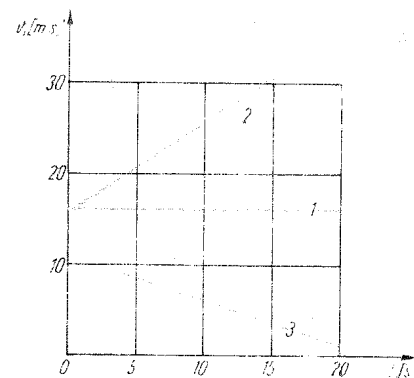


Fig. 1.3.13.

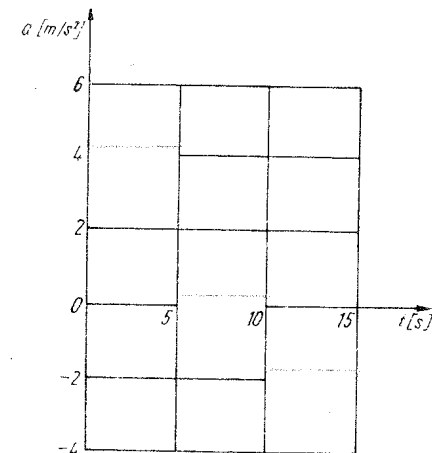


Fig. 1.3.14.

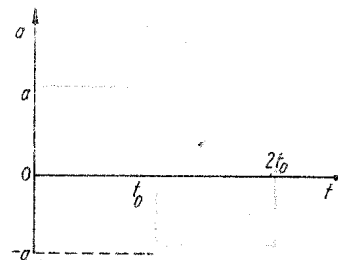


Fig. 1.3.15.

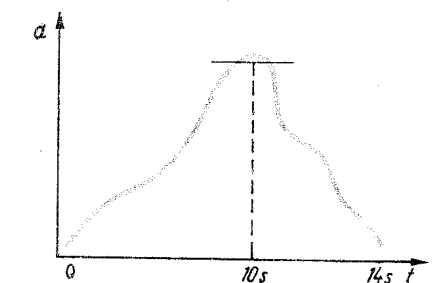


Fig. 1.3.16.

1.3.14. Să se descrie mișcarea pentru care graficul accelerației este reprezentat în figura 1.3.14, viteza inițială fiind  $v_0 = -20$  m/s.

1.3.15. În figura 1.3.15 se dă graficul accelerației. Să se reprezinte coordonata  $x$  în funcție de viteza  $v$ , viteza inițială fiind  $v_0$ .

1.3.16. Un corp pornește fără viteză inițială avînd accelerația reprezentată în figura 1.3.16. În ce intervale de timp corpul este accelerat și în ce intervale de timp este frinat? În ce moment viteza sa va fi maximă?

- 1.3.17. Este posibilă o mișcare uniform frinată cu viteză inițială nulă?
- 1.3.18. Un mobil, pornind fără viteză inițială, parcurge în prima secundă 1 m, în a doua secundă 2 m, ..., în a  $n$ -a secundă parcurge  $n$  metri. Este această mișcare uniform accelerată?
- 1.3.19. Trenul unui metrou dezvoltă o accelerație  $a = 1.5 \text{ m/s}^2$ . În cât timp acest tren atinge viteza de regim  $v = 80 \text{ km/h}$ ?
- 1.3.20. Un corp pornind uniform accelerat fără viteză inițială, parcurge o distanță  $\Delta x = 40 \text{ m}$  în intervalul de timp de la  $t_1 = 1.0 \text{ s}$  la  $t_2 = 3.0 \text{ s}$ . Cât este accelerația?
- 1.3.21. Un tramvai pornește cu accelerația  $a = 1.0 \text{ m/s}^2$ . La ce distanță viteza tramvaiului atinge valoarea de regim  $v = 36 \text{ km/h}$ ? Ce valoare are viteza la mijlocul acestei distanțe?
- 1.3.22. Un mobil, mișcându-se cu accelerația  $a = 2.0 \text{ m/s}^2$ , a parcurs distanța  $d = 100 \text{ m}$  în timpul  $t = 5.0 \text{ s}$ . Care a fost viteza inițială?
- 1.3.23. Ce distanță a parcurs un automobil în timp ce viteza sa a crescut de la  $v_1 = 6.0 \text{ m/s}$  la  $v_2 = 16 \text{ m/s}$ , accelerația fiind  $a = 2.0 \text{ m/s}^2$ ?
- 1.3.24. Ce accelerație trebuie să dezvolte un automobil pentru a mări viteza de la  $v_1 = 18 \text{ km/h}$  la  $v_2 = 72 \text{ km/h}$  pe o distanță  $d = 75 \text{ m}$ ? Ce valoare are viteza la mijlocul acestei distanțe?
- 1.3.25. Ce distanță parcurge un vagonet dacă el se mișcă  $t_1 = 20 \text{ s}$  cu viteza constantă  $v_1 = 10 \text{ m/s}$  și în continuare  $t_2 = 10 \text{ s}$  cu accelerația  $a = 2.0 \text{ m/s}^2$ ?
- 1.3.26. Un camion a frinat pe o distanță  $d = 75 \text{ m}$  într-un timp  $\tau = 10 \text{ s}$ . Care a fost viteza camionului înainte de frinare?
- 1.3.27. O accelerație de frinare acceptabilă pentru automobil este  $a = -2 \text{ m/s}^2$ . În cât timp un automobil își reduce viteza de la viteza legală  $v_0 = 60 \text{ km/h}$  până la restricția de viteză  $v = 30 \text{ km/h}$ ? În cât timp poate opri?
- 1.3.28. O accelerație plauzibilă de frinare în caz de pericol este  $a = -5 \text{ m/s}^2$ . În cât timp și pe ce distanță poate fi oprit un autoturism care are viteza inițială  $v_0 = 72 \text{ km/h}$ ?
- 1.3.29. Un tren frinează cu accelerația  $a = -0.50 \text{ m/s}^2$  și după  $t_m = 40 \text{ s}$  se oprește. Care a fost viteza inițială și ce distanță a parcurs până la oprire?
- 1.3.30. Un avion aterizează cu viteza inițială  $v_0 = 288 \text{ km/h}$  pe o pistă de lungime  $d = 1.0 \text{ km}$ . Care este accelerația și timpul de aterizare? Care este viteza avionului la mijlocul pistei? Ce distanță parcurge avionul în prima jumătate a timpului de frinare?
- 1.3.31. Un vagon, desprins de tren, a parcurs o distanță  $x_m = 720 \text{ m}$  în timpul  $t_m = 2.00 \text{ min}$ , până la oprire. Care a fost viteza inițială a vagonului și accelerația mișcării?
- 1.3.32. Un vagon a început să frneze la viteza  $v_0 = 20 \text{ m/s}$  și s-a oprit după  $t_m = 20 \text{ s}$ . Care a fost accelerația și ce distanță a parcurs vagonul? În cât timp a parcurs prima jumătate din această distanță? Ce distanță a parcurs vagonul în prima jumătate a timpului de frinare  $t_m$ ?
- 1.3.33. Într-o mișcare uniform variată în timpul  $t = 10 \text{ s}$  corpul parcurge distanța  $d = 18 \text{ m}$ , viteza lui crescând de  $n = 5$  ori. Care este accelerația corpului?

- 1.3.34. Un mobil, pornind uniform accelerat fără viteză inițială, parcurge în al  $k$ -lea interval  $\tau$  o distanță  $s_k$ . Ce distanță va parcurge mobilul în al  $n$ -lea interval  $\tau$ ?
- 1.3.35. Peste un scripete ideal este trecut un fir cu două corpuri la capete de mase  $m_1 = 7.0 \text{ kg}$  și  $m_2 = 11 \text{ kg}$ , aflate la același nivel. După cât timp diferența de nivel dintre corpuri va deveni  $h = 10 \text{ cm}$ ?
- 1.3.36. Într-o mină este lăsat să coboare uniform accelerat un corp de masă  $m = 300 \text{ kg}$ , care în  $t = 10.0 \text{ s}$  ajunge la o adâncime  $h = 40 \text{ m}$ . Care este tensiunea din cablul de suspensie?
- 1.3.37. Un tren de masă  $m = 500 \text{ t}$  se mișcă cu viteza  $v_0 = 72 \text{ km/h}$ . Care a fost forța de frinare dacă distanța de frinare a fost  $d = 200 \text{ m}$ ? Care a fost timpul de frinare?
- 1.3.38. Pe puntea unui bac pornește uniform accelerat fără viteză inițială un camion de masă  $m = 6.0 \text{ t}$  și parcurge o distanță  $d = 60 \text{ m}$  în timpul  $t = 1.0 \text{ min}$ . Ce forță suplimentară apare în cablul care leagă bacul de țârm?
- 1.3.39. Un parașutist cu masa  $m = 80 \text{ kg}$  deschide parașuta în momentul cînd atinge viteza  $v_1 = 63 \text{ m/s}$ . După  $\tau = 3.0 \text{ s}$  viteza lui scade la  $v_2 = 4.2 \text{ m/s}$ . Să se afle de câte ori este mai mare tensiunea maximă din cablurile parașutei decît greutatea parașutistului.
- 1.3.40. Un tren de masă  $m = 100 \text{ t}$  pornește accelerat din repaus și la distanța  $d = 250 \text{ m}$  atinge viteza  $v = 36 \text{ km/h}$ . Forțele de rezistență constituie o fracțiune  $f = 1.0\%$  din greutatea trenului. Care este forța de tracțiune dezvoltată de locomotivă?
- 1.3.41. De un tren se desprinde la un moment dat ultimul vagon care se mișcă încetînit pînă se oprește. a) Considerînd că din momentul desprinderii trenul se mișcă cu accelerația  $a_1$ , iar vagonul cu accelerația  $a_2$ , să se afle raportul dintre distanța parcursă de tren după desprindere pînă în momentul opririi vagonului și distanța parcursă de vagon pînă la oprire. b) Știînd masa trenului  $M$  și a vagonului  $m$  și considerînd că forțele de rezistență sînt proporționale cu greutatea, să se calculeze raportul cerut (forța de tracțiune este constantă).
- 1.3.42. Un tren electric de masă  $M = 100 \text{ t}$  se mișcă orizontal rectiliniu uniform. La un moment dat se desprinde ultimul vagon de masă  $m = 10 \text{ t}$ . Mecanicul observă aceasta abia după ce parcurge o distanță  $d = 270 \text{ m}$  și atunci întrerupe curentul electric. Considerînd că toate forțele de rezistență sînt proporționale cu greutatea, să se afle la ce distanță de vagonul desprins se va opri trenul.

#### MIȘCAREA CORPURILOR SUB ACȚIUNEA GREUTĂȚII

- 1.3.43. În ce raport este timpul de cădere pe Lună și pe Pămînt a două corpuri, de la aceeași înălțime, fără viteză inițială ( $g_L = 1.62 \text{ m/s}^2$ )?
- 1.3.44. Un ciocan este ridicat la înălțimea  $h = 44 \text{ cm}$  în timpul  $\tau = 0.20 \text{ s}$ , după care este lăsat liber să cadă peste piesa forjată. Ce frecvență de lovire are ciocanul?
- 1.3.45. Pentru a verifica timpul de expunere  $\tau = 1/20 \text{ s}$  al unui aparat foto, a fost fotografiată căderea liberă a unei bile mici de-a lungul unei rigle

verticale (de la diviziunea zero în jos). Știind că imaginea bilei a apărut sub forma unei dungii între diviziunile  $x_1 = 16$  cm și  $x_2 = 25$  cm, să se afle timpul real de expunere.

- 1.3.46. În ultimul interval de timp  $\tau = 1,0$  s de cădere liberă un corp parcurge o distanță de  $n = 2$  ori mai mare decât în intervalul  $\tau$  precedent. De la ce înălțime a căzut corpul?

- 1.3.47. Dintr-un aerostat, aflat la înălțimea  $h = 50$  m și avind viteza verticală  $v = 13,3$  m/s, cade liber o piatră. Ce viteză va avea piatra la atingerea suprafeței Pământului și care va fi durata căderii?

- 1.3.48. O piatră cade liber într-un puț de mină. Observatorul a înregistrat un timp  $\tau = 4,0$  s de la momentul pornirii pietrei pînă în momentul percepției sunetului de cădere. Știind viteza de propagare a sunetului  $c = 340$  m/s, să se afle adîncimea puțului de mină.

- 1.3.49. Un corp de masă  $m = 0,50$  kg cade vertical cu accelerația  $a = -3,8$  m/s<sup>2</sup>. Care este forța medie de rezistență a aerului?

- 1.3.50. O scindură cu masa  $m = 1,00$  kg cade liber de la înălțimea  $h = 16$  m într-un interval de timp  $t = 2,0$  s. Să se afle forța medie de rezistență împinată de scindură din partea aerului.

- 1.3.51. O bilă de masă  $m = 0,200$  kg este aruncată vertical în jos cu viteza  $v_0 = 2,0$  m/s de la înălțimea  $H = 10,0$  m. Bila pătrunde pe o adîncime  $h = 10$  cm în pămînt. Care este forța medie de rezistență împinată de bilă în pămînt?

- 1.3.52. Dintr-un turn cad, fără viteză inițială, două corpuri, unul după altul la un interval  $\tau$ . Cum variază în timp distanța dintre corpuri?

- 1.3.53. Dintr-un turn cade liber un corp. După un timp  $\tau$  cade liber din același turn un al doilea corp. Care va fi legea de mișcare a unui corp față de celălalt?

- 1.3.54. Dintr-un turn cad liber două corpuri la un interval  $\tau$ . După timpul  $t = 1,0$  s de la căderea corpului 2, distanța dintre corpuri a fost  $d = 0,50$  m. Cît este  $\tau$ ?

- 1.3.55. Dintr-un turn aflat pe o planetă oarecare cade liber un corp. După ce acest corp parcurge o distanță  $d = 4,0$  m, un al doilea corp începe să cadă liber dintr-un punct situat cu  $h = 12,0$  m mai jos de vîrfurile turnului. Care este înălțimea turnului, dacă ambele corpuri au ajuns simultan la suprafața planetei? Care este condiția ca problema să fie posibilă?

- 1.3.56. Un parașutist de masă  $m = 80$  kg parcurgînd în cădere liberă o distanță  $h = 19,6$  m, deschide parașuta și în timpul  $\tau = 3,0$  s își micșorează uniform viteza de  $n = 10$  ori. Care este tensiunea din firele de suspensie ale parașutei în acest timp?

- 1.3.57. Două corpuri de mase  $m_1 = 2,0$  kg și  $m_2 = 1,0$  kg sînt suspendate prin fire și printr-un scripete ideal, ca în figura 1.3.57. Unul din firele de suspensie este tăiat în locul indicat pe figură. După cît timp viteza corpului  $m_1$  atinge valoarea  $v = 4,9$  m/s?

- 1.3.58. Se dă sistemul format din trei discuri subțiri, identice (fig. 1.3.58). Dînd drumul discului inferior, să se reprezinte grafic variația vitezei sale în funcție de timp (ciocnirile dintre discuri se consideră neelastice).

- 1.3.59. Un aerostat urcă fără viteză inițială cu accelerația  $a = 1,09$  m/s<sup>2</sup>. După timpul  $\tau = 15$  s, din aerostat cade liber o piatră. Care va fi timpul de cădere a pietrei?

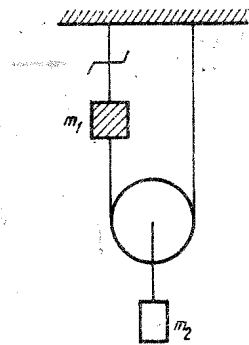


Fig. 1.3.57.

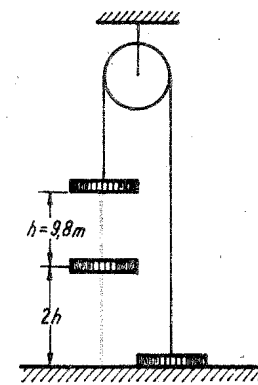


Fig. 1.3.58.

- 1.3.60. Un corp este aruncat vertical în sus cu viteza inițială  $v_0 = 30$  m/s. Care din graficele din figura 1.3.60 reprezintă corect variația componente  $v_y$  ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>)?

- 1.3.61. Un corp este aruncat vertical în sus cu viteza inițială  $v_0$ . Ecuația mișcării este:  $y = v_0 t - gt^2/2$ . Timpul de urcare este  $t_u = v_0/g$  (din condiția de oprire  $v = v_0 - gt = 0$ ) și este egal cu timpul de coborire. Dacă în ecuația mișcării înlocuim pe  $t$  cu  $t_u = v_0/g$  obținem înălțimea maximă  $h_{max} = v_0^2/2g$ .

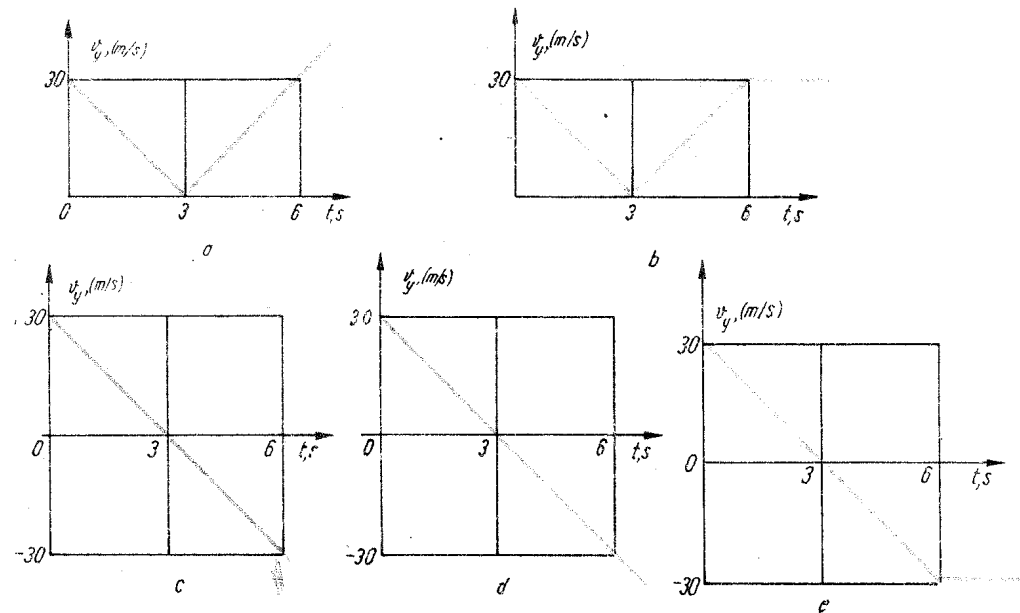


Fig. 1.3.60.



Ce obținem dacă înlocuim pe  $t$  cu timpul de urcare plus timpul de coborire, adică  $t = t_u + t_c = 2v_0/g$ ? Dar dacă înlocuim pe  $t$  cu  $t = t_u + t_c + t_u = 3v_0/g$ ?

1.3.62. Un corp este aruncat vertical în sus de la o înălțime  $h = 4,9$  m. Care este viteza inițială și cea finală (la ciocnirea cu pământul) în cazul în care corpul a parcurs o distanță de  $n = 3$  ori mai mare decât  $h$ ?

1.3.63. De câte ori trebuie mărită viteza inițială a unei pietre aruncate vertical în sus pentru a mări de  $n = 4$  ori timpul de urcare, respectiv înălțimea maximă?

1.3.64. Un corp este aruncat vertical în sus, atinge înălțimea maximă și cade înapoi pe pământ. Corpul întâmpină din partea aerului o forță de rezistență care crește o dată cu creșterea vitezei. În ce momente accelerația corpului are valori extreme?

1.3.65. Un corp este aruncat vertical în sus. În momentul cînd atinge înălțimea sa maximă  $h = 4,9$  m, cu aceeași viteză inițială se aruncă un al doilea corp. La ce înălțime se vor întâlni corpurile?

1.3.66. Dintr-un turn se aruncă simultan și vertical două corpuri: unul în jos cu viteza  $v_1$ , iar celălalt în sus cu viteza  $v_2$ . Care este legea de mișcare a unui corp față de celălalt?

1.3.67. Un corp este aruncat de la o înălțime  $h = 10,0$  m vertical în sus cu viteza  $v_1 = 5,0$  m/s. Simultan se aruncă vertical în sus de pe suprafața Pământului un al doilea corp cu viteza  $v_2 = 15,0$  m/s. După cât timp și la ce înălțime se întâlnesc corpurile? Care este condiția ca ele să se întâlnească în aer?

1.3.68. Unui constructor i s-a cerut să proiecteze unghiul de inclinare al acoperișului unei case, astfel încît ploaia să se scurgă cît mai repede (neglijînd frecările). Care trebuie să fie acest unghi?

1.3.69. Două săniuțe sînt lansate una spre cealaltă de la extremitățile unui plan inclinat neted (fără frecări) de lungime  $l = 195$  m, vitezele inițiale fiind  $v_{01} = 1,5$  m/s (cea de sus),  $v_{02} = 5,0$  m/s (cea de jos) și accelerația  $a = 0,20$  m/s<sup>2</sup>. După cât timp se întâlnesc săniuțele și la ce distanță de baza planului?

1.3.70. Un corp alunecă fără frecări, o dată pe coarda  $AB$  ( $AB \ll R$ ) și a doua oară pe arcul  $AB$  al sferei de rază  $R$ . Care este durata mișcării?

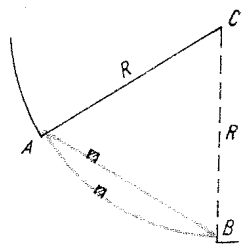


Fig. 1.3.70.

1.3.71. Cu ce viteză  $v_0$  trebuie aruncat orizontal un corp de la înălțimea  $h$ , pentru ca bătaia orizontală să fie de  $n$  ori mai mare decât înălțimea  $h$ ?

1.3.72. De câte ori trebuie mărită înălțimea turnului de trageri orizontale pentru ca bătaia orizontală a proiectilului să crească de  $n$  ori?

1.3.73. O piatră este aruncată dintr-un turn, orizontal cu viteza inițială  $v_0 = 14,7$  m/s. După cât timp viteza pietrei formează un unghi  $\beta = 45^\circ$  cu orizontala?

1.3.74. Care este viteza inițială și finală a unei pietre aruncate orizontal de la o înălțime  $h = 20$  m, dacă pe orizontală ea a parcurs o distanță  $d = 15$  m?

1.3.75. Un elicopter zboară la altitudinea  $h = 44$  m cu viteza  $v = 180$  km/h. Din elicopter trebuie aruncat un pachet pe o salupă care se mișcă cu viteza  $v' = 36$  km/h spre elicopter. La ce distanță de salupă trebuie aruncat pachetul? Care sistem de coordonate este mai potrivit?

1.3.76. Un glonț tras orizontal cu viteza  $v = 600$  m/s nimereste exact în centrul unei ținte situate la distanța  $d = 200$  m. Depărtînd ținta cu  $\Delta x = 20$  m și coborînd-o cu  $\Delta y = 25$  cm, să se afle la ce distanță de centrul țintei va lovi acum glonțul.

1.3.77. Din vârful unui plan inclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  se aruncă orizontal o piatră cu viteza  $v_0 = 20$  m/s. Cît timp va zbura piatra?

1.3.78. Asupra unui perete situat la distanța  $d = 40$  m se lansează două bile, una după alta, normal pe perete, cu vitezele  $v_1 = 10$  m/s și  $v_2 = 15$  m/s. Care va fi distanța dintre punctele de lovire a peretelui?

1.3.79. Dintr-un turn se lasă să cadă liber un corp și simultan se lansează orizontal cu viteza inițială  $v_0$  un al doilea corp. Vor cădea simultan corpurile pe Pământ?

1.3.80. Din două ferestre ale unui bloc turn se aruncă orizontal două obiecte cu vitezele  $v_1 = 4,0$  m/s și  $v_2 = 6,0$  m/s. Ambele corpuri cad simultan pe Pământ, corpul 1 căzînd la distanța  $d_1 = 8,0$  m de bloc. Să se afle înălțimile de la care cad corpurile, timpurile de cădere și distanța de cădere a corpului 2.

1.3.81. Să se reprezinte grafic (calitativ) variația componentelor vitezei  $v_x, v_y$  în funcție de timp la un corp aruncat oblic în câmpul gravitațional terestru (în vid).

1.3.82. De câte ori crește bătaia unui proiectil dacă viteza sa inițială crește de  $n$  ori în cazul tragerii oblice sub același unghi? Dar bătaia orizontală în cazul tragerii orizontale dintr-un turn?

1.3.83. Sub ce unghi trebuie aruncat un corp pentru ca bătaia sa fie de  $n = 3$  ori mai mare decât înălțimea maximă?

1.3.84. Un avion, aflat în picaj pe o traiectorie rectilinie cu viteza  $v_0 = 200$  m/s sub unghiul  $\alpha = 60^\circ$  față de orizontală, aruncă un proiectil de la înălțimea  $h = 1,00$  km asupra unei ținte. La ce distanță de țintă, măsurată pe orizontală, se află avionul?

1.3.85. Un proiectil, lansat cu viteza  $v_0 = 240$  m/s sub unghiul  $\alpha = 60^\circ$  față de orizontală, lovește vârful unui deal de înălțime  $h = 500$  m. Care este distanța orizontală pînă la țintă și durata mișcării proiectilului?

1.3.86. O pasăre zboară orizontal, rectiliniu uniform cu viteza  $v = 3,0$  m/s. Un elev o observă la un moment dat și aruncă spre ea o piatră cu viteza  $v_0 = 10$  m/s sub unghiul  $\alpha = 60^\circ$  sub care o vede atunci. La ce înălțime zboară pasărea, dacă piatra nimereste totuși ținta?

1.3.87. Un corp este aruncat sub un unghi  $\alpha = 30^\circ$ . La locul căderii, este o ripă de înălțime  $h = 30$  m, în care corpul cade timp de  $\tau = 0,80$  s. Ce viteză inițială a avut corpul și la ce distanță pe orizontală a căzut corpul?

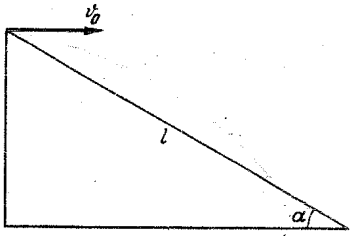


Fig. 1.3.88

1.3.88. Un corp. aruncat orizontal din virful unui plan inclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$ , a căzut pe planul inclinat la distanța  $l = 9.8$  m de la virf (fig. 1.3.88). Cu ce viteză inițială a fost aruncat corpul?

1.3.89. La ce distanță maximă se poate arunca o bilă într-o sală de sport care are înălțimea  $H = 7.5$  m, dacă bila are viteza inițială  $v_0 = 20$  m/s și se aruncă de la o înălțime  $h = 1.5$  m?

1.3.90. O bilă, aruncată cu viteza  $v$ , sub unghiul  $\alpha = 30^\circ$ , cade la baza unui turn. Mărind viteza cu  $f = 0.05 = 5\%$ , bila lovește turnul la înălțimea  $h = 2.0$  m. Care a fost viteza  $v$ ?

1.3.91. O piatră aruncată cu viteza  $v_0 = 8.0$  m/s sub unghiul  $\alpha = 60^\circ$  față de orizontală, după ce parcurge o distanță orizontală  $d = 4.0$  m lovește un stâlp. La ce înălțime deasupra solului?

1.3.92. Din virful unui munte de înălțime  $h = 1.00$  km se trage un proiectil cu viteza  $v_0 = 700$  m/s sub unghiul  $\alpha = 30^\circ$  față de orizontală. La ce distanță (pe orizontală) va cădea proiectilul și care va fi timpul de zbor?

1.3.93. O țintă de pe un deal se vede sub unghiul  $\beta = 30^\circ$  față de orizontală. Distanța pe orizontală pînă la țintă este  $d = 4.4$  km. Știind unghiul de tragere  $\alpha = 45^\circ$ , să se afle viteza obuzului.

1.3.94. Dintr-un punct se aruncă simultan o mulțime de bile identice, cu aceeași viteză  $v_0 = 4.0$  m/s, simetric în toate părțile. Care este raza cercului (situat pe suprafața Pământului) în interiorul căruia cad  $f = 0.50 = 50\%$  din numărul total de bile?

1.3.95. Două corpuri sînt aruncate simultan din același loc cu aceeași viteză  $v_0 = 2.0$  m/s, dar sub unghiurile  $\alpha_1 = 45^\circ$ , respectiv  $\alpha_2 = -45^\circ$ . Care este viteza relativă a corpului 2 față de 1?

1.3.96. Un corp este aruncat vertical în sus cu viteza  $v_0 = 30$  m/s. După un timp  $\tau$ , la distanța  $d = 20$  m, dintr-un turn de înălțime  $h = 40$  m se aruncă orizontal spre primul corp, un al doilea corp cu viteza  $u = 20$  m/s. Cît trebuie să fie intervalul de timp  $\tau$  încît cele două corpuri să se întîlnească în aer?

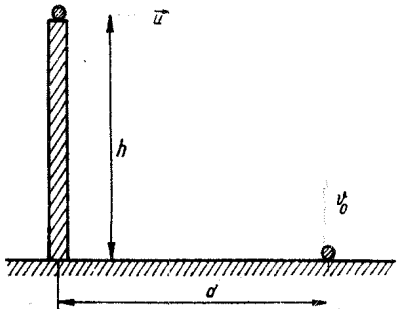


Fig. 1.3.96

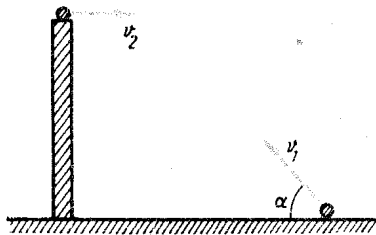


Fig. 1.3.97

1.3.97. Un corp este aruncat cu viteza  $v_1 = 20$  m/s sub unghiul  $\alpha = 30^\circ$ . Simultan dintr-un turn de înălțime  $h = 10$  m, situat la distanța  $d$  (pe orizontală) de la locul aruncării primului corp, se aruncă orizontal spre primul corp un alt corp cu viteza  $v_2 = 23$  m/s. Care este distanța  $d$ , dacă cele două corpuri se întîlnesc în aer?

1.3.98. Dintr-un turn de înălțime  $H = 10$  m cade liber un corp. Simultan de pe pămînt, la o distanță  $d = 17.3$  m față de baza turnului, se lansează un alt corp, astfel încît cele două corpuri să se întîlnească în aer. Să se afle viteza și unghiul de lansare.

### FORȚELE DE FRECARE

1.3.99. Un copil trage rectiliniu uniform o sanie pe un drum orizontal cu o forță  $F = 20$  N orientată sub un unghi  $\alpha = 60^\circ$  față de orizontală. Care este forța de frecare?

1.3.100. Un corp de masă  $m$  se mișcă uniform pe un plan orizontal sub acțiunea forței  $F$  dirijată sub unghiul  $\alpha$  față de viteza corpului. Forța de frecare este: a)  $\mu mg$ , b)  $\mu F \sin \alpha$ , c)  $F \cos \alpha$ , d)  $\mu F \cos \alpha$ , e)  $\mu (mg - F \sin \alpha)$ . Care răspuns este corect? Dar dacă mișcarea corpului este accelerată?

1.3.101. Pe o masă stă un corp de masă  $m = 1.02$  kg. Asupra sa acționează orizontal o forță, reprezentată în figura 1.3.101, a. Coeficientul de frecare la alunecare este  $\mu = 0.20$ . Care din graficele din figura 1.3.101, b reprezintă corect variația forței de frecare dintre corp și plan?

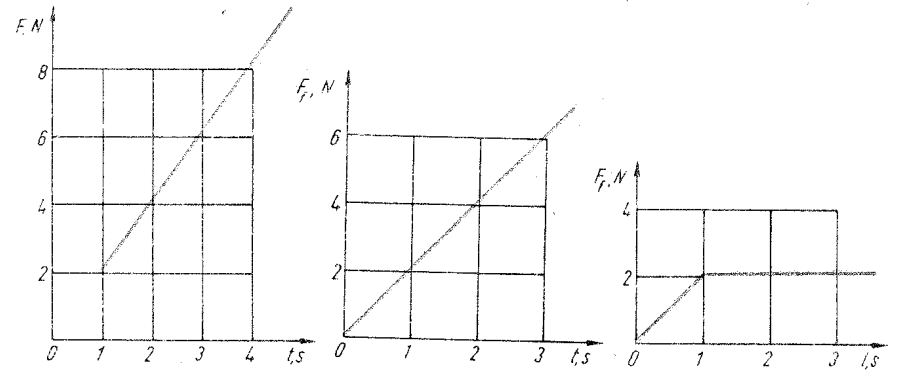


Fig. 1.3.101, a

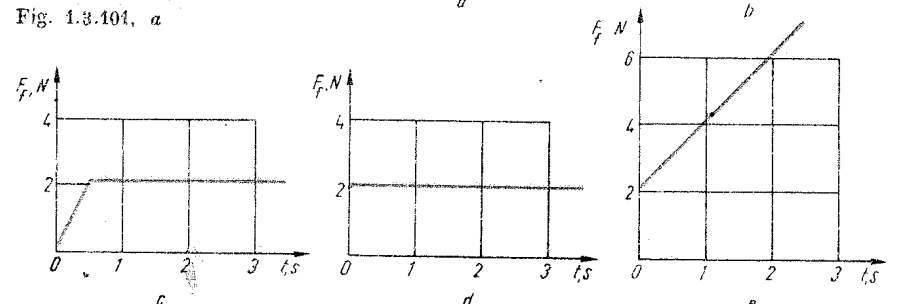


Fig. 1.3.101, b

1.3.102. Un disc, lansat orizontal pe suprafața gheții, se oprește în timpul  $t_m = 10$  s, parcurgînd distanța  $s_m = 49$  m. Să se afle coeficientul de frecare la alunecare.

1.3.103. Pentru a afla coeficientul de frecare la alunecare între anvelope și asfalt, un automobil, cu viteza inițială  $v_0 = 54$  km/h, frînează cu roțile blocate, parcurgînd o distanță  $s_m = 41$  m pînă la oprire. Să se afle coeficientul de frecare la alunecare.

1.3.104. Un tren cu viteza  $v_0 = 72$  km/h începe să frîneze uniform. Care trebuie să fie timpul minim de frinare pentru ca o farfurie așezată pe o masă în tren să nu alunece (avînd  $\mu = 0,20$ )?

1.3.105. Două mașini identice merg cu aceeași viteză pe șosea, una fiind încărcată cu marfă, iar cealaltă fără bagaje. La observarea unui obstacol, ambele mașini frînează simultan, blocînd roțile. Care din mașini se oprește mai repede?

1.3.106. Un corp de masă  $m = 100$  kg este tras de o forță  $F = 400$  N sub un unghi  $\alpha = 30^\circ$  față de orizontală, ca în figura 1.3.106. Care este accelerația corpului, dacă unghiul de frecare este  $\varphi = 15^\circ$ ? Sub ce unghi trebuie să tragem corpul astfel ca accelerația să fie maximă?

1.3.107. Un corp de masă  $m = 20$  kg este tîrit pe o suprafață orizontală cu o forță  $F = 120$  N. Dacă această forță este aplicată corpului sub unghiul  $\alpha_1 = 60^\circ$  (față de orizontală), atunci corpul se mișcă uniform. Cu ce accelerație se va mișca corpul, dacă aceeași forță se aplică sub unghiul  $\alpha_2 = 30^\circ$ ?

1.3.108. Pe polei putem merge doar făcînd pași mici, pentru a nu aluneca. Ce lungime trebuie să aibă pasul dacă lungimea piciorului este  $l = 1,0$  m, iar unghiul de frecare  $\varphi = 6^\circ$ ?

1.3.109. Dacă la o locomotivă de masă  $m = 100$  t o fracțiune  $\eta = 0,50$  din greutatea sa revine roților motoare și coeficientul de frecare la alunecare este  $\mu = 0,20$ , iar forțele de rezistență întîmpinate de tren reprezintă o fracțiune  $f = 0,010$  din greutatea trenului, ce masă maximă poate avea trenul pe un drum orizontal, dacă accelerațiile sînt sub  $a_{max} = 0,20$  m/s<sup>2</sup>?

1.3.110. Un lanț este așezat pe o masă, astfel încît o parte a sa atîrnă liber. Lanțul începe să alunece în momentul cînd această parte constituie o fracțiune  $f = 0,20$  din lungimea lanțului. Care este coeficientul de frecare la alunecare?

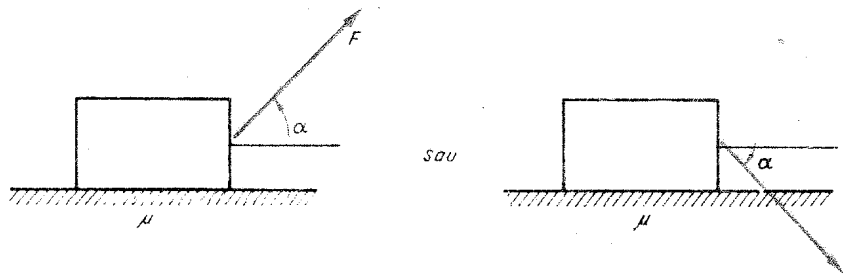
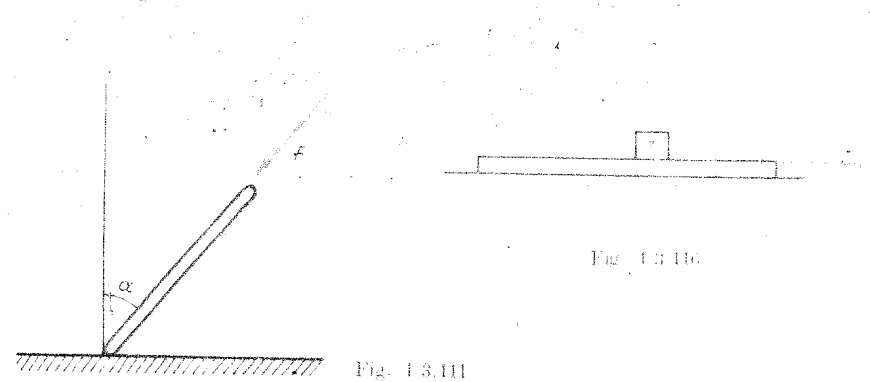


Fig. 1.3.106



1.3.111. O bară este împinsă spre pîedea cu ajutorul unei forțe  $F$  ca în figura 1.3.111. Să se demonstreze că dacă  $\alpha < \varphi =$  unghi de frecare, bara nu va putea să alunece oricare ar fi valoarea forței  $F$ .

1.3.112. Un corp cilindric omogen de lungime  $l$  este tras orizontal cu o forță  $F$ . Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și planul orizontal este  $\mu$ . Care este tensiunea din cilindru într-o secțiune situată la distanța  $x$  de capătul opus?

1.3.113. Pe o scîndură orizontală stă un corp. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și scîndură este  $\mu = 0,20$ . Cu ce accelerație orizontală trebuie trasă scîndura pentru ca să alunece corpul pe scîndură?

1.3.114. Pe platforma unui vagonet de masă  $M = 20$  kg se află o ladă de masă  $m = 2,0$  kg de care se trage orizontal cu o forță  $F = 2,0$  mN. Vagonetul se mișcă fără frecare, iar între ladă și platformă coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,25$ . Care va fi accelerația sistemului? Dar pentru  $F = 0$  N?

1.3.115. Pe o masă stă o scîndură de masă  $m_1 = 1,0$  kg peste care este așezat un corp de masă  $m_2 = 2,0$  kg. Coeficientul de frecare la alunecare dintre masă și scîndură este  $\mu_1 = 0,30$ , iar între corp și scîndură  $\mu_2 = 0,20$ . Cu ce forță minimă trebuie trasă scîndura pentru ca să alunece corpul pe scîndură?

1.3.116. Un corp de masă  $m_1 = 1,00$  kg stă pe o scîndură de masă  $m_2 = 4,00$  kg, care la rîndul ei stă pe o masă orizontală fără frecare. Coeficientul de frecare la alunecare între corp și scîndură  $\mu = 0,20$ . Asupra scîndurii se exercită o forță orizontală  $F = ct$ , unde  $c = 5,0$  N/s. Care vor fi accelerațiile corpurilor (fig. 1.3.116)?

1.3.117. Un corp este aruncat, o dată sub unghiul  $\alpha_0 = 45^\circ$  și a doua oară orizontal, cu aceeași viteză, pe o suprafață orizontală cu coeficientul de frecare  $\mu = 0,25$ . De cîte ori este mai mare distanța în ultimul caz față de primul?

1.3.118. O tijă uniformă se află în interiorul unei sfere. Lungimea tijei este egală cu raza sferei, iar coeficientul de frecare la alunecare este  $\mu = 0,20$ . Ce unghi maxim față de orizontală poate avea tija?

1.3.119. Să se afle accelerația corpului de masă  $m = 10$  kg și tensiunea din fir în cele două variante din figura 1.3.119 (pag. 22). Coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,10$ .

1.3.120. Pe un plan orizontal sînt legate unul de altul printr-un fir două corpuri de mase  $m_1 = 5,0$  kg,  $m_2 = 3,0$  kg. De corpul  $m_1$  este legat un corp de masă  $M = 2,00$  kg cu un fir trecut peste un scripete ideal (fig. 1.3.120). Coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,20$ . Să se afle accelerația sistemului și tensiunile din fire. Ce forță de apăsare se exercită asupra scripetelui?

1.3.121. Pe un plan orizontal, cu coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,30$ , sînt așezate două corpuri de mase  $m_1 = 200$  g,  $m_2 = 300$  g, legate printr-un fir. De corpul  $m_1$  este legat un alt corp de masă  $M = 200$  g printr-un fir trecut peste un scripete ideal ca în figura 1.3.120. Să se afle accelerația sistemului și tensiunile din fire. Care va fi accelerația sistemului și tensiunile din fire, în cazul în care corpul  $M$  se dezleagă și în locul său se trage în jos cu o forță egală cu greutatea sa,  $Mg$ ?

1.3.122. Pe platforma unui vagonet de masă  $M = 6,0$  kg este așezat un corp de masă  $m = 2,0$  kg. Corpul  $m$  este tras printr-un fir trecut peste doi scripeti ideali ca în figura 1.3.122. Coeficientul de frecare la alunecare între corp și platformă este  $\mu = 0,30$ . Care este forța minimă necesară, în cele două variante:

- forță orizontală;
- forță verticală,

astfel încît corpul  $m$  să alunece pe platformă?

1.3.123. Un corp alunecă pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 45^\circ$ , fără viteză inițială. După ce parcurge o distanță  $s = 0,36$  m, corpul capătă viteza  $v = 2,0$  m/s. Care este coeficientul de frecare?

1.3.124. Un corp alunecă pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 45^\circ$  după legea  $x = ct^2$ , unde  $c = 2,42$  m/s<sup>2</sup>. Care este coeficientul de frecare la alunecare?

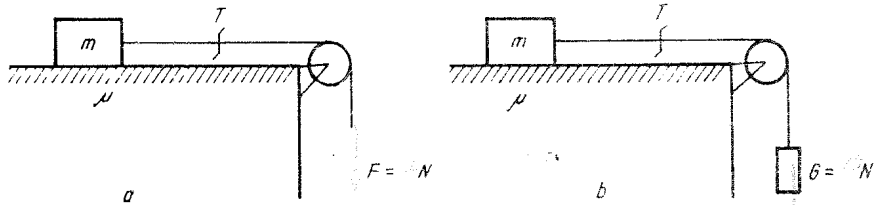


Fig. 1.3.119

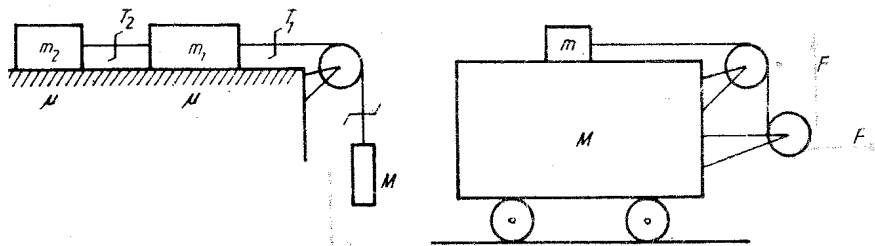


Fig. 1.3.120

Fig. 1.3.122

1.3.125. Ce lungime  $l$  trebuie să aibă un plan înclinat, de pantă  $p = 0,040$  ( $= \tan \alpha$ ), pentru ca viteza atinsă la baza planului de un corp care alunecă liber în jos, fără viteză inițială, să fie  $v_0 = 4,0$  m/s? Coeficientul de frecare la alunecare este  $\mu = 0,020$ .

1.3.126. De pe un deal de înălțime  $h = 2,0$  m și bază  $b = 5,0$  m coboară o săniuță care se oprește parcurgînd un drum orizontal  $d = 35$  m de la baza planului. Care este coeficientul de frecare?

1.3.127. În cit timp un corp coboară liber pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 60^\circ$  și înălțime  $h = 1,0$  m, dacă pe același plan înclinat de unghi  $\varphi = 30^\circ$  el coboară uniform?

1.3.128. Pe un plan înclinat stă liber un corp fără să alunece. Putem face să alunece corpul în jos apăsîndu-l cu o forță verticală?

1.3.129. Acoperișul unei case este înclinat cu  $\alpha = 15^\circ$  față de orizontală. Va putea merge în sus pe acoperiș un om, coeficientul de frecare la alunecare fiind  $\mu = 0,30$ ? Dar dacă acoperișul s-a acoperit cu polei și coeficientul de frecare la alunecare este acum  $\mu' = 0,030$ ?

1.3.130. Un corp cu masa  $m = 20$  t este lăsat să alunece uniform în jos pe un plan înclinat cu ajutorul unui cablu, întins paralel cu planul înclinat. Unghiul planului  $\alpha = 45^\circ$ , coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,20$ . Care este tensiunea din cablu? Dar dacă același corp este tras uniform în sus?

1.3.131. Un corp de masă  $m = 120$  kg este tirat uniform în sus de-a lungul unui plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  cu ajutorul unei forțe  $F = 60$  N. Cu ce accelerație va aluneca în jos corpul dacă îl lăsam liber?

1.3.132. Pe un plan este așezat un corp de masă  $m$ , coeficientul de frecare la alunecare fiind  $\mu$ . Cum depinde forța de frecare de unghiul de înclinare al planului? Să se reprezinte grafic variația forței de frecare în funcție de unghiul de înclinare.

1.3.133. Pentru a separa semințele de impurități se poate folosi o bandă rulantă înclinată convenabil care se mișcă în sus și pe care se toarnă treptat semințele cu impurități. Ce unghi de înclinare trebuie să aibă această bandă, coeficienții de frecare la alunecare pentru semințe și impurități fiind respectiv  $\mu_1 = 0,43$ ,  $\mu_2 = 0,32$ ?

1.3.134. Ce pantă trebuie să aibă planul înclinat din figura 1.3.134 pentru ca lada încărcată, de masă  $M = 1,00$  t, să ridice prin intermediul scripetelui ideal,  $N = 10$  lăzi goale, de masă  $M_0 = 20$  kg fiecare. Coeficientul de frecare la alunecare este  $\mu = 0,20$ .

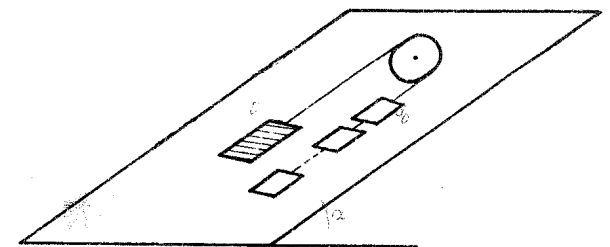


Fig. 1.3.134

1.3.135. Cu ce forță minimă orizontală trebuie să acționăm asupra unui corp de masă  $m = 1,00$  kg așezat pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  încît corpul să rămînă în repaus? Unghiul de frecare la alunecare  $\varphi = 11^\circ 20'$ .

1.3.136. O sanie de masă  $m = 70$  kg alunecă liber în jos pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 45^\circ$ , cu coeficientul de frecare  $\mu = 0,10$ . Ea împingă din partea aceluși o forță de rezistență  $F = kv^2$ , unde  $k = 0,70$  N/(m/s)<sup>2</sup>. Ce viteză maximă poate atinge sania?

1.3.137. Un corp de masă  $m = 20$  kg este împins în sus de-a lungul unui plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$ , cu coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,050$ , cu ajutorul unei forțe orizontale  $F = 500$  N. Ce accelerație are corpul?

1.3.138. Un cilindru alunecă pe un jgheab înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$ , jgheab sub formă de unghi diedru cu deschiderea  $\beta = 60^\circ$ . Coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,20$ . Ce accelerație va avea cilindrul?

1.3.139. Pentru ce valoare a coeficientului de frecare poate un om să urce uniform accelerat (fără viteză inițială) un plan înclinat de înălțime  $h = 10$  m, de unghi  $\alpha = 0,10$  rad, în timpul  $t = 10$  s? Ce viteză minimă va avea omul care coboară înapoi uniform accelerat același plan, coeficientul de frecare fiind  $\mu = 0,050$ ?

1.3.140. Între ce limite trebuie să fie cuprinsă accelerația orizontală a unui plan înclinat de unghi  $\alpha = 45^\circ$  pentru ca un corp așezat pe acest plan să rămînă în echilibru relativ față de plan, unghiul de frecare la alunecare fiind  $\varphi = 6^\circ$ ?

1.3.141. Cu ce accelerație coboară liber pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 60^\circ$  două corpuri de mase  $m_1 = 200$  g,  $m_2 = 300$  g legate între ele printr-o tijă rigidă ușoară, paralelă cu planul? Coeficienții de frecare la alunecare pentru corpuri sînt respectiv  $\mu_1 = 0,30$ ,  $\mu_2 = 0,20$ . Care este tensiunea din tijă?

1.3.142. Un corp este trîs cu accelerația  $a = 20$  m/s<sup>2</sup> în sus de-a lungul unui plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  cu o forță  $F$  care face unghiul  $\beta > \alpha$  cu orizontala. Unghiul de frecare cu planul  $\varphi = 15^\circ$ . Pentru ce unghi  $\beta$  forța  $F$  va fi minimă? Dar pentru accelerația  $a = 30,1$  m/s<sup>2</sup>?

1.3.143. O platformă de masă  $M = 140$  kg alunecă liber în jos pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 6^\circ$  cu coeficientul de frecare  $\mu = 0,20$ . Pe platformă stă un om de masă  $m = 70$  kg. Cum trebuie să meargă omul pe platformă pentru ca platforma să alunecă uniform?

1.3.144. Cu ce accelerație trebuie să coboare un automobil de masă  $M = 673$  kg pe o scîndură de masă  $m = 27$  kg așezată pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  pentru ca scîndura să alunecă uniform în sus? Coeficientul de frecare la alunecare dintre scîndură și planul înclinat  $\mu = 0,20$ .

1.3.145. Pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  este așezat un corp de masă  $M = 3,0$  kg cu coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,20$ . De corp este legat un fir întins paralel cu planul, trecut peste un scripete ideal din vârful planului și legat de un corp de masă  $m = 4,0$  kg (fig. 1.3.145).

a) Care este accelerația sistemului și tensiunea din fir?

b) Ce forță de apăsare se exercită asupra scripetelui?

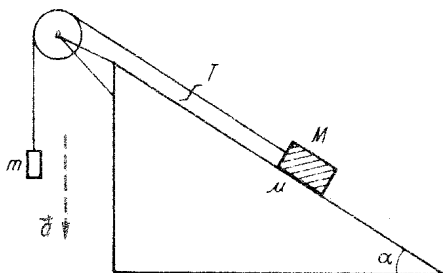


Fig. 1.3.145

1.3.146. Două corpuri de mase  $m_1 = 100$  g,  $m_2 = 200$  g sînt legate printr-un fir trecut peste un scripete ideal fixat în vârful unui dublu plan înclinat (unghi diedru) de unghiuri  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 60^\circ$  ca în figura 1.3.146. Coeficienții de frecare sînt respectiv  $\mu_1 = 0,20$ ,  $\mu_2 = 0,30$ . Să se afle:

a) accelerația sistemului și tensiunea din fir;

b) ce forță de apăsare se exercită asupra scripetelui.

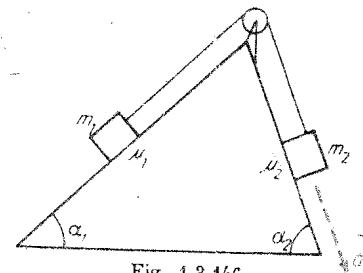


Fig. 1.3.146

1.3.147. Într-un vagon este suspendat un corp de masă  $m = 1,00$  kg printr-un fir prins de tavan. Vagonul merge cu accelerația  $|\vec{a}| = 4,9$  m/s<sup>2</sup>, o dată pe plan orizontal, apoi pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  (în sus și în jos). Care va fi unghiul de deviere al firului de suspensie față de verticală și tensiunea din fir? Dar dacă vagonul alunecă liber, unghiul de frecare la alunecare fiind  $\varphi = 15^\circ$ ?

#### MIȘCAREA CIRCULARĂ UNIFORMĂ

1.3.148. Ce viteză are un tractor cu șenile dacă roata motoare are diametrul  $D = 60$  cm și turația  $n = 90$  rot/min?

1.3.149. Care este viteza momentană (față de teren) a punctelor A, B de pe roata de automobil din figura 1.3.149, dacă automobilul merge cu viteza  $v$ ?

1.3.150. Peste un mosor orizontal de rază  $R = 10$  cm este înfășurată o ată. De un capăt se trage orizontal cu viteza  $v_1 = 2,0$  m/s, iar de celălalt cu  $v_2 = 4,0$  m/s (fig. 1.3.150). Care va fi viteza unghiulară de rotație a mosorului?

1.3.151. Un furtun de lungime  $l = 5$  m este înfășurat pe un tăvălug cilindric. Apucînd de capătul furtunului și trăgîndu-l orizontal un om se depărtează de tăvălug pînă se derulează complet furtunul. Considerînd că tăvălugul se rostogolește fără alunecare, ce distanță parcurge omul?

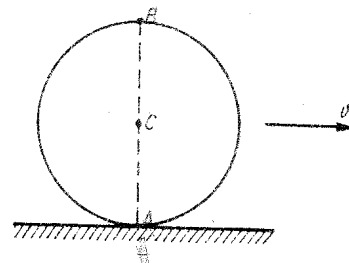


Fig. 1.3.149

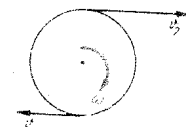


Fig. 1.3.150

1.3.152. Globul terestru are perioada de rotație proprie  $T = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}$ . De ce atunci ceasornicele noastre sînt prevăzute pentru  $24 \text{ h}$  — durata unei zile și nopți — și nu întîrzie cu  $\approx 4 \text{ min}$  pe zi?

1.3.153. Din cauza rotației Pămîntului, corpurile nu cad după direcția forței de greutate (a firului cu plumb). Să se evalueze deviația unui corp care cade de la o înălțime  $h = 490 \text{ m}$  la latitudinea  $\varphi = 60^\circ$ .

1.3.154. Care este perioada de rotație proprie a Lunii știind perioada de revoluție a Lunii în jurul Pămîntului  $T = 28 \text{ zile}$ ?

1.3.155. Cu ce viteză se deplasează umbra Lunii pe suprafața terestră în timpul eclipsei de Soare, observată la ecuator? Se va considera că axa terestră este perpendiculară pe planul orbitelor Pămîntului și Lunii. Se dau  $R_{pL} = 384 \cdot 10^3 \text{ km}$ ,  $T_L = 28 \text{ zile}$ ,  $R_p = 6400 \text{ km}$ .

1.3.156. O planetă are perioada rotației proprii  $T_0 = 24 \text{ h}$ , iar perioada de revoluție în jurul stelei  $T = 1 \text{ an}$ . Satelitul planetei are perioada de revoluție în jurul planetei  $T' = 30 \text{ zile}$ . Considerînd că toate corpurile se rotesc în același plan, să se afle perioada de repetiție a eclipsei satelitelui, observată de pe planetă. Dar observată dintr-un anumit loc al planetei?

1.3.157. De un stîlp vertical cu secțiune pătrată de latură  $b = 20 \text{ cm}$  este legat un fir orizontal de lungime  $l = nb$ , unde  $n = 10$ , cu o bilă la capăt, așezată pe un plan orizontal ca în figura 1.3.157. I se imprimă bilei o viteză  $v = 10 \text{ m/s}$  perpendiculară pe fir. Unghiul  $\alpha = 30^\circ$ . Neglijînd frecările, să se afle după cit timp firul se va înfășura pe stîlp.

1.3.158. Ce rază minimă de viraj poate lua un biciclist, cu viteza  $v = 24 \text{ km/h}$ , dacă unghiul maxim de înclinare poate fi  $\alpha = 30^\circ$ ?

1.3.159. Un om suportă acceptabil o sporire a greutății sale de  $n = 5$  ori. Ce rază minimă de viraj este atunci permisă unui avion cu reacție care zboară cu viteza  $v = 1080 \text{ km/h}$ ?

1.3.160. Cu ce unghi se înclină un planor care face un viraj de rază  $R = 250 \text{ m}$  cu viteza  $v = 180 \text{ km/h}$ ?

1.3.161. De ce o monedă, care se rostogolește pe masă, își curbează traiectoria înainte de a cădea?

1.3.162. Cu ce unghi va devia bila unui regulator centrifugal, fixată pe o tijă de lungime  $l = 22 \text{ cm}$ , avînd turația  $n = 90 \text{ rot/min}$ ?

1.3.163. La marginea unui disc de rază  $R = 0,50 \text{ m}$  este fixată o tijă-suport verticală avînd un fir de lungime  $l = 0,40 \text{ m}$ , la capătul căruia este prinsă o bilă. Cu ce turație se rotește discul dacă firul a deviat cu unghiul  $\alpha = 60^\circ$ ?

1.3.164. Într-un vagon care virează cu viteza  $v = 72 \text{ km/h}$  pe o curbă de rază  $R = 400 \text{ m}$  este cîntărit un corp cu ajutorul unui dinamometru. Cu cit la sută este mai mare greutatea aparentă, măsurată, decît cea reală?

1.3.165. O tijă uniformă de masă  $m$  și lungime  $l$  se rotește cu viteza unghi-

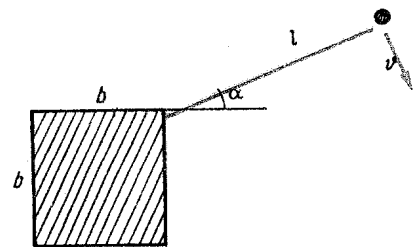


Fig. 1.3.157

lară  $\omega$  într-un plan orizontal în jurul unei axe verticale trecînd printr-un capăt al tijei. Care va fi tensiunea  $T$  în tijă în secțiunea depărtată cu  $x$  de axa de rotație?

1.3.166. În mașinile centrifuge cele două eprubete diametral opuse, trebuie umplute la fel. De ce?

1.3.167. De ce piesele turnate prin centrifugare nu conțin bule de gaz și incluziuni nemetalice?

1.3.168. Un uscător centrifugal are turația  $n = 1200 \text{ rot/min}$ . De cite ori forța centrifugă este mai mare decît greutatea unei picături situate la distanța  $R = 20 \text{ cm}$  de axa de rotație?

1.3.169. Un vapor cu masa  $m = 3000 \text{ t}$  a trecut din Arctica în regiunea ecuatorială. Cu cit se schimbă greutatea sa? Se schimbă linia de plutire?

1.3.170. Un corp de masă  $m = 1,0 \text{ kg}$ , fixat la capătul unei tije de lungimea  $l = 1,0 \text{ m}$ , este rotit uniform cu turația  $n = 1,0 \text{ rot/s}$  într-un plan vertical. Care este tensiunea din bară în punctele inferior și superior?

1.3.171. Cu ce viteză trebuie să meargă un motociclist pe un pod convex cu raza de curbură  $R = 50 \text{ m}$ , pentru ca în punctul pentru care raza cercului de curbură face unghiul  $\alpha = 60^\circ$  cu verticala, presiunea asupra podului să fie nulă?

1.3.172. Un camion poate dezvolta o forță de tracțiune maximă  $F_{max} = 15 \text{ kN}$  pe un drum orizontal. Ce forță de tracțiune maximă poate dezvolta camionul dacă merge cu viteza  $v = 72 \text{ km/h}$  pe un drum (pod) curbat, convex sau concav, cu raza  $R = 40 \text{ m}$ ?

1.3.173. Un aviator de masă  $m = 70 \text{ kg}$  execută o buclă („loop“) de rază  $R = 800 \text{ m}$  în planul vertical, cu viteza  $v = 720 \text{ km/h}$ . Cu ce forță apasă aviatorul asupra scaunului în punctul superior, respectiv inferior, al traiectoriei?

1.3.174. Cu ce viteză constantă maximă se poate mișca un camion pe un pod convex de rază  $R = 200 \text{ m}$  și de lungime  $l = 100 \text{ m}$ , coeficientul de frecare între anvelope și șosea fiind  $\mu = 0,30$ ?

1.3.175. Un șofer observă la un moment dat șoseaua barată. Cum este mai avantajos: să frneze sau să vireze pentru a evita o ciocnire?

1.3.176. Cu ce unghi maxim (față de verticală) se poate înclina un motociclist la viraj dacă unghiul de frecare este  $\varphi = 14^\circ$ ?

1.3.177. Un patinator are viteza  $v = 36 \text{ km/h}$ , coeficientul de frecare la alunecare fiind  $\mu = 0,10$ . Cu ce unghi maxim se poate înclina patinatorul fără a cădea? Care este raza minimă de viraj?

1.3.178. Pe un disc orizontal care se rotește în jurul axei sale cu turația  $n = 30 \text{ rot/min}$ , este așezat un corp la distanța  $R = 19,6 \text{ cm}$  de centru. Cit trebuie să fie coeficientul de frecare la alunecare pentru ca să nu alunece corpul pe disc?

1.3.179. La un viraj de rază  $R = 100 \text{ m}$  șoseaua este înclinată (adică partea opusă „suprainălțată“) cu unghiul  $\alpha = 15^\circ$ . Din cauza poleiului unghiul de frecare a devenit mai mic decît unghiul de înclinare  $\alpha$ . Dacă viteza maximă posibilă la viraj este  $v_{max} = 77 \text{ km/h}$ , care este unghiul de frecare și care va fi viteza minimă?

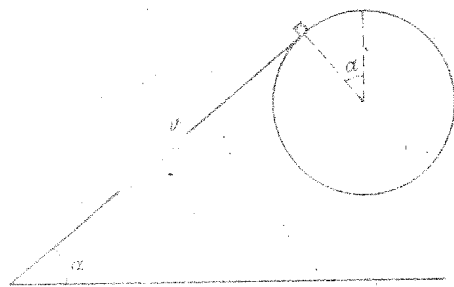


Fig. 1.3.180

1.3.180. O bandă rulantă urecă niște corpuri sub unghiul  $\alpha = 60^\circ$ . Cu ce viteză trebuie să urce banda rulantă încât corpurile să se desprindă de bandă în punctul de contact al bandei cu tamburul superior de rază  $R = 0,40$  m (fig. 1.3.180)?

1.3.181. Pentru determinarea vitezei unui glonț se iau două discuri de carton, se așază pe același ax la distanța  $d = 0,50$  m între ele, se pun în rotație cu

turația  $n = 1600$  rot/min și se trage glonțul paralel cu axul. Să se afle viteza glonțului, știind că orificiul din al doilea disc este deplasat cu unghiul  $\theta = 12^\circ$  față de orificiul din primul disc.

1.3.182. Un pahar tronconic are diametrul bazei  $D = 10$  cm și unghiul de înclinare al peretilor  $\alpha = 45^\circ$  (față de verticală). La ce turație a paharului în jurul axei sale, o bilă aflată în pahar va fi azvirlită afară? Frecarea este foarte mică.

1.3.183. Pe suprafața interioară a unei sfere de rază  $R = 60$  cm poate aluneca cu frecare foarte mică o bilă de rază  $r = 10$  cm. Care va fi poziția de echilibru a bilei (unghiul dintre raza vectorie dusă din centrul sferei spre bilă și verticală) dacă sfera se rotește cu turația  $n = 1,0$  rot/s în jurul diametrului vertical?

1.3.184. O sferă de rază  $R = 40$  cm se rotește o dată cu viteza unghiulară  $\omega_1 = 4,0$  rad/s, apoi cu  $\omega_2 = 5,0$  rad/s, în jurul diametrului ei vertical. În interiorul sferei au fost turnate mai multe fire de nisip. Considerând frecările foarte mici, unde vor sta firele de nisip?

1.3.185. La periferia unei platforme orizontale rotunde de rază  $R = 10$  m, care se rotește cu turația  $n = 2,0$  rot/min, merge un motociclist cu viteza  $v = 30$  km/h față de platformă. Cât trebuie să fie coeficientul de frecare la alunecare pentru ca motociclistul să nu alunece?

1.3.186. Unui disc subțire, așezat pe un plan orizontal, i se imprimă o mișcare de rotație și o mișcare de translație. Ce traiectorie va avea centrul discului? În ce caz discul parcurge o distanță mai mare până la oprire, cind  $\omega_0 = 0$  sau cind  $\omega_0 \neq 0$  ( $v_0$  fiind același)?

1.3.187. Pește suprafața exterioară a unui con cu deschiderea  $2\alpha = 90^\circ$  este așezat orizontal un lanțisor de masă  $m = 0,400$  kg și lungime  $l = 1,00$  m cu capetele legate între ele, astfel încât el se rotește o dată cu conul cu viteza unghiulară  $\omega = 6,0$  rad/s în jurul axei sale verticale. Că tensiune va fi în lanțisor?

1.3.189. O tijă verticală de lungime  $l = 1,00$  m are prinse la capete două fire de același fel sub unghiurile  $\alpha = 60^\circ$ , respectiv  $\beta = 30^\circ$ , astfel încât la capătul comun este prinsă o bilă de masă  $m = 0,200$  kg (fig. 1.3.189). Sistemul se pune în rotație cu viteze unghiulare din ce în ce mai mari. Care dintre fire se va rupe primul?

1.3.190. Un cilindru de masă  $m = 100$  g, adus în mișcare de rotație, este așezat într-un unghi diedru  $2\alpha = 60^\circ$ . Cunoscind unghiul de frecare cu planele,  $\varphi = 15^\circ$ , să se afle forțele care lucrează asupra cilindrului (fig. 1.3.190).

1.3.191. Prin „suprainălțarea“ părții exterioare a șoselei, la curbe, cu unghiul  $\alpha$ , viteza maximă realizabilă crește. Să se afle de cite ori crește această viteză maximă dacă  $\alpha = 10^\circ$  și unghiul de frecare la alunecare  $\varphi = 20^\circ$ .

1.3.192. Ce viteză trebuie să aibă un motociclist pentru a putea merge pe suprafața interioară a unui cilindru vertical, centrul său de masă descriind un cerc orizontal de rază  $R = 10$  m, știind că pe o șosea orizontală, la același coeficient de frecare la alunecare raza minimă de viraj la viteza  $v = 9,8$  m/s este  $R_0 = 40$  m. Cu ce unghi față de orizontală se inclină motociclistul dacă merge cu viteza  $v' = 22$  m/s pe cilindrul amintit?

1.3.193. Un pendul conic dublu are cele două fire de aceeași lungime  $l = 0,40$  m, care formează unghiurile  $\alpha = 60^\circ$  și  $\beta = 45^\circ$  cu axa verticală de rotație (fig. 1.3.193). Să se afle viteza unghiulară de rotație.

1.3.194. De pe virful unei emisfere netede fixe de rază  $R = 3,0$  m alunecă liber, fără viteză inițială, un mic corp. La ce înălțime el se va desprinde de emisferă?

1.3.195. Din virful unei emisfere fixe absolut netede (fără frecări) de rază  $R = 1,80$  m, așezate pe un plan orizontal, alunecă fără viteză inițială un corp mic. Cât va dura căderea liberă a corpului, după desprinderea sa de emisferă?

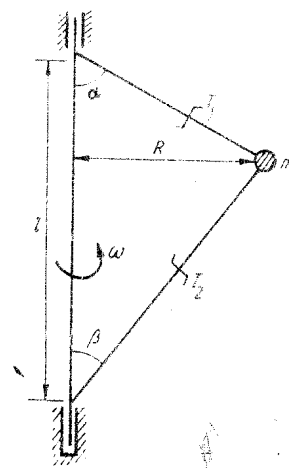


Fig. 1.3.189

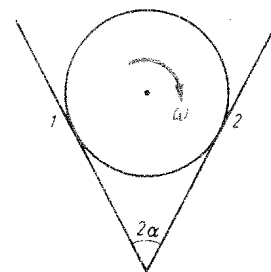


Fig. 1.3.190

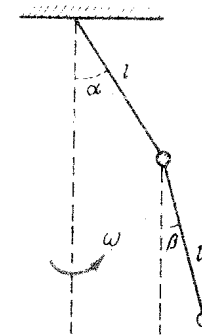


Fig. 1.3.193

1.3.196. Trei corpuri mici, identice, sînt legate unul după altul prin două fire de aceeași lungime  $l = 4,0$  cm și așezate de-a lungul unui meridian al unei emisfere fixe, netede, de rază  $R = 98$  cm, astfel încît al treilea corp este în pol. Care va fi accelerația inițială a sistemului? Pentru ce coeficient de frecare între corpuri și emisferă, corpurile vor rămîne în repaus?

1.3.197. Un automobil pornește uniform accelerat pe un arc de cerc de unghi  $\alpha = 30^\circ$  și de rază  $R = 100$  m. Ce viteză maximă finală poate atinge, coeficientul de frecare între anvelope și șosea fiind  $\mu = 0,30$ ?

1.3.198. Un autoturism se mișcă pe un pod convex (respectiv concav) de rază  $R = 50$  m, cu viteză  $v = 54$  km/h. Cu ce accelerație orizontală maximă poate frîna autoturismul la mijlocul podului, coeficientul de frecare la alunecare cu șoseaua este  $\mu = 0,30$ ?

1.3.199. La un disc de polizor de masă  $m = 1,00$  kg, uzat neuniform, centrul de greutate s-a deplasat cu  $x = 2,0$  mm de la axa de rotație. Care va fi apăsarea maximă exercitată asupra lagărelor la rotația discului cu turația  $n = 1200$  rot/min?

1.3.200. La un viraj de rază  $R = 100$  m, efectuat cu viteza  $v_0 = 10$  m/s, șoferul observă la un moment dat un obstacol și frînează cu accelerație liniară constantă maximă (astfel ca să nu alunece roțile), coeficientul de frecare la alunecare fiind  $\mu = 0,20$ . Ce distanță parcurge automobilul?

1.3.201. Un cilindru cu pereți foarte subțiri se rostogolește fără alunecare cu accelerația  $a = 4,9$  m/s<sup>2</sup>. Pe suprafața sa interioară alunecă un mic corp cu coeficientul de frecare  $\mu = 0,33$ , astfel încît raza sa vectoare (dusă din centrul cilindrului) face un unghi  $\alpha$  constant cu orizontala. Cît este acest unghi?

1.3.202. Un tub cilindric de rază  $R = 1,00$  m se rostogolește pe un plan orizontal, astfel încît axa lui se mișcă accelerat cu accelerația  $a = 4,9$  m/s<sup>2</sup>. Pe suprafața interioară a tubului se află un mic corp, care are coeficientul de frecare la alunecare cu suprafața tubului  $\mu = 0,50$ . La ce înălțime se va găsi corpul?

1.3.203. Un acrobat de masă  $m = 60$  kg stă pe un cilindru orizontal și începe să meargă uniform pe cilindru, în timp ce cilindrul se rostogolește uniform în sens opus fără să alunece. Unghiul de frecare între tălpile acrobatului și cilindru este  $\varphi = 30^\circ$ . Care este unghiul maxim față de verticală format de raza vectoare dusă din centrul cilindrului spre punctul unde calcă acrobatul și cît va fi forța de frecare în acest caz?

1.3.204. La periferia unui disc de rază  $R = 0,50$  m de masă  $M = 10$  kg este lipit un corp foarte mic de masă  $m = 100$  g. Cu ce viteză trebuie să se rostogolească discul pentru ca el, la fiecare rotație, să se desprindă de pămînt?

1.3.205. O bilă de masă  $m_1 = 10$  g, suspendată printr-un fir, este menținută în repaus, în poziție deviată cu  $\alpha = 60^\circ$  a firului față de verticală. De bila  $m_1$  este suspendată printr-un alt fir o altă bilă de masă  $m_2 = 20$  g. Să se afle accelerația bilei 2 imediat ce i se dă drumul bilei  $m_1$ .

#### FORȚE ELASTICE

1.3.206. Tensiunea elastică dintr-o bară de oțel este  $\sigma = 30$  MN/m<sup>2</sup> la o sarcină (forță de întindere)  $F = 12$  kN. Care va fi tensiunea elastică la o sarcină  $F' = 18$  kN?

1.3.207. Tensiunea elastică într-o sîrmă cu diametrul  $d = 2,0$  mm este  $\sigma = 50$  MN/m<sup>2</sup>. Care va fi tensiunea elastică într-o sîrmă din același material, supusă la aceeași sarcină, dar de diametru  $d' = 5,0$  mm?

1.3.208. Cum se schimbă deformația elastică  $\varepsilon = \Delta l/l_0$  a unei sîrme de oțel dacă mărîm de  $n$  ori: a) sarcina, b) secțiunea, c) diametrul, d) lungimea?

1.3.209. Ce înălțime maximă poate avea un zid de cărămidă dacă limita de rezistență a cărămidilor la comprimare este  $\sigma_r = 6$  MN/m<sup>2</sup>, iar coeficientul de siguranță  $s = 6$ ? Greutatea specifică a cărămidilor  $\gamma = 20$  kN/m<sup>3</sup>.

1.3.210. Două discuri de mase  $m_1 = 100$  g și  $m_2 = 300$  g sînt prinse între ele cu un resort. Suspendînd sistemul de discul superior, resortul are lungimea  $l_1 = 40$  cm, așezîndu-l pe o masă cu discul inferior, resortul are lungimea  $l_2 = 20$  cm. Care este lungimea resortului nedeformat?

1.3.211. Experiența arată că o bară întinsă suferă o contracție transversală; la fel, bara comprimată suferă o „umflare“ transversală (Poisson). Variația relativă a dimensiunilor transversale este proporțională cu variația relativă a lungimii:

$$\frac{\Delta b}{b_0} = -\mu \frac{\Delta l}{l_0} = -\mu \varepsilon,$$

unde  $b$  este dimensiunea transversală, iar  $\mu$  este coeficientul lui Poisson ( $\mu \sim 0,3$ ). Să se deducă variația relativă a volumului unei bare întinse sau comprimate (pentru deformații mici).

1.3.212. Două plăci de mase  $m_1 = 0,10$  kg și  $m_2 = 0,20$  kg sînt legate printr-un resort ca în figura 1.3.212. Cu ce forță trebuie să apăsăm pe corpul  $m_1$  pentru ca apoi lăsînd liber sistemul, corpul  $m_2$  să se desprindă de masă?

1.3.213. Un corp de masă  $m = 3,0$  kg este așezat pe talerul de masă  $M = 10$  kg al unui cîntar cu resort, ca în figura 1.3.213. Cu ce forță trebuie apăsat corpul  $m$ , pentru ca după încetarea apăsării el să se desprindă de taler?

1.3.214. Două corpuri de mase  $m_1 = 100$  g,  $m_2 = 400$  g sînt legate printr-un fir trecut peste un scripete ideal. În firul de care este legat corpul  $m_2$  este inserat un resort foarte ușor de constantă elastică  $k = 60$  N/m. Inițial sistemul este blocat. Lăsînd sistemul liber, să se afle cu cît se lungeste resortul.

1.3.215. O bilă de masă  $m = 100$  g se rotește cu turația  $n = 120$  rot/min, legată fiind de centru printr-un fir elastic. Care va fi deformația relativă a firului în timpul rotației, știînd că la o forță  $F_1 = 10$  N firul se lungeste cu  $x_1 = 6,3$  mm.

1.3.216. O bilă de masă  $m = 200$  g poate culisa fără frecări de-a lungul unei tije orizontale care se rotește în jurul unei axe verticale cu viteza unghiulară  $\omega = 2,0$  rad/s. Bila este fixată de axa de rotație printr-un resort orizontal de constantă  $k = 4,0$  N/m. Lungimea resortului nedeformat  $l_0 = 20$  cm. Care va fi alunecarea resortului?

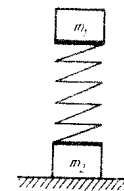


Fig. 1.3.212

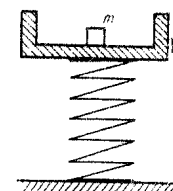


Fig. 1.3.213



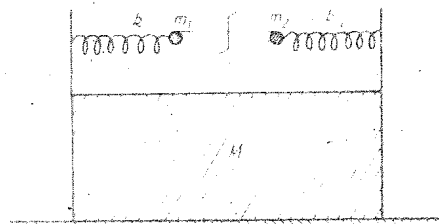


Fig. 1.3.217

**1.3.217.** Două bile de masă  $m_1 = 200$  g,  $m_2 = 300$  g pot oscila de-a lungul unei tije netede sub acțiunea unor resorturi identice. Tija este fixată pe un suport de masă  $M = 1,00$  kg. Inițial bilele sînt legate între ele printr-un fir, tensiunea din fir fiind  $T = 3,0$  N. Ce coeficient de frecare minim este necesar între suportul  $M$  și masa pentru ca suportul să nu alunece în timpul oscilațiilor bilelor, după ce se arde firul de legătură? (fig. 1.3.217).

**1.3.218.** Un fir elastic de lungime  $l = 1,00$  m, masă  $m = 100$  g și constantă elastică  $k = 2,0$  N/m este închis sub formă de inel și pus în mișcare de rotație cu viteza unghiulară  $\omega = 20$  rad/s într-un plan orizontal. Care va fi raza inelului?

**1.3.219.** Un pendul conic are firul de suspensie format dintr-un fir de cauciuc elastic, de lungime nedeformată  $l_0 = 60$  cm și constantă elastică  $k = 10$  N/m. Bila are masa  $m = 0,200$  kg. Ce viteză unghiulară are pendulul dacă firul a deviat cu unghiul  $\alpha = 60^\circ$ ?

**1.3.220.** Un corp mic de masă  $m = 0,50$  kg este așezat pe o scindură orizontală și în același timp suspendat printr-un resort vertical nedeformat de lungime  $l_0 = 0,10$  m și constantă elastică  $k = 10$  N/m. Scindura este trasă orizontal uniform, iar resortul deviază cu unghiul  $\alpha = 60^\circ$  față de verticală. Care este coeficientul de frecare dintre corp și scindură?

#### LEGEA ATRACȚIEI UNIVERSALE. CÂMPUL GRAVITAȚIONAL

**1.3.221.** Masa Pământului este  $M_p = 6,0 \cdot 10^{24}$  kg, iar a Lunii  $M_L = 7,3 \cdot 10^{22}$  kg, distanța dintre centrele lor  $R = 384\,000$  km. Care este forța de atracție gravitațională dintre Pământ și Lună?

**1.3.222.** La cite raze terestre depărtare de suprafața Pământului cîmpul gravitațional rezultat al Pământului și Lunii este nul? Distanța Pământ-Lună este egală cu 60 raze terestre, iar raportul maselor  $M_p/M_L = 81$ .

**1.3.223.** Raza Pământului este de  $\approx 2$  ori mai mare decît raza planetei Marte, iar masa Pământului este de  $\approx 10$  ori mai mare decît masa lui Marte. De cite ori greutatea unui om pe Marte este mai mică decît greutatea sa pe Pământ?

**1.3.224.** Într-un an pătrund în atmosfera terestră aproximativ  $9 \cdot 10^9$  meteoriți, de aceea masa Pământului crește anual cu  $\Delta M \approx 10^6$  kg. Cu cit la sută schimbă aceasta accelerația gravitațională?

**1.3.225.** Care este accelerația gravitațională la o altitudine egală cu  $n$  raze terestre?

**1.3.226.** Cu cit la sută scade accelerația căderii libere pe virful Omul sau Caraiman din munții Bucegi ( $h = 2500$  m)? Raza Pământului  $R = 6370$  km.

**1.3.227.** La ce altitudine deasupra unui pol, greutatea unui corp este aceeași ca la ecuator, pentru o planetă de rază  $R = 4\,000$  km, densitate medie  $\rho = 3,92$  g/cm<sup>3</sup> și perioadă de rotație  $T = 2$  h 47 min. (constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>)?

**1.3.228.** La ce altitudine deasupra unui pol greutatea unui corp este aceeași ca la ecuator. Se dau accelerațiile gravitaționale:  $g_p = 9,83$  m/s<sup>2</sup>,  $g_E = 9,78$  m/s<sup>2</sup>, raza Pământului  $R = 6\,370$  km.

**1.3.229.** Care este accelerația căderii libere  $g'$  pe o planetă de diametru  $D' = 6\,400$  km și densitate  $\rho' = 4,0$  g/cm<sup>3</sup>, știind că pe Pământ accelerația gravitațională  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>, diametrul  $D = 12,8 \cdot 10^3$  km și densitatea  $\rho = 5,5$  g/cm<sup>3</sup>.

**1.3.230.** Cu cit la sută greutatea unui corp este mai mică la ecuator decît la poli, cunoscînd raza Pământului  $R = 6\,400$  km, accelerația gravitațională  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup> și durata unei zile și nopți. Cit ar trebui să fie durata unei zile și nopți pentru ca la ecuator corpurile să n-aibă greutate?

**1.3.231.** Care este densitatea unui asteroid dacă ziua și noaptea au o durată  $D = 2,0$  h, iar la ecuator corpurile n-au greutate (constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>)?

**1.3.232.** Cunoscînd raza Pământului  $R = 6\,370$  km, densitatea medie  $\rho = 5,5$  g/cm<sup>3</sup> și accelerația gravitațională  $g_0 = 9,81$  m/s<sup>2</sup>, să se calculeze constanta gravitațională.

**1.3.233.** Să se afle accelerația gravitațională pe un asteroid de diametru  $D = 10$  km și densitate  $\rho = 5,5$  g/cm<sup>3</sup> (constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>). La ce înălțime ar putea sări un om pe acest asteroid, dacă pe Pământ poate sări la o înălțime  $h = 0,5$  m?

**1.3.234.** La ecuatorul unei planete corpurile cîntăresc de  $n = 3$  ori mai puțin decît la poli. Densitatea medie a planetei  $\rho = 3,14$  g/cm<sup>3</sup>. Care este perioada proprie de rotație a planetei? (Constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

**1.3.235.** Să se calculeze accelerația gravitațională (de cădere liberă) la suprafața Soarelui, cunoscînd durata anului  $T$ , distanța Pământ-Soare  $R = 149,5 \cdot 10^6$  km și unghiul  $\alpha = 32'$  sub care se vede de pe Pământ discul solar.

#### SATELIȚI ARTIFICIALI

**1.3.236.** Ce masă aparentă are un cosmonaut în timpul decolării navei cosmice cu accelerația  $5g$ ?

**1.3.237.** Ce accelerație maximă este admisibilă la lansarea navei cosmice, astfel încît cosmonauții să nu suporte o greutate aparentă mai mare decît  $5G$ ?

**1.3.238.** De ce rachetele cosmice se lansează de la vest spre est? De ce este avantajoasă lansarea în planul ecuatorului?

**1.3.239.** Cum depinde viteza unui satelit artificial al Pământului, plasat pe o orbită circulară, de raza  $r$  a orbitei sale? Care este viteza maximă posibilă?

**1.3.240.** Cum depinde perioada și frecvența de rotație a unui satelit artificial al Pământului, de raza  $r$  a orbitei sale circulare? Care este perioada minimă posibilă și frecvența maximă?

**1.3.241.** Să se calculeze prima viteză cosmică la suprafața Lunii, știind raza Lunii  $R = 1760$  km și accelerația gravitațională  $g_0 = 1,62$  m/s<sup>2</sup>.

1.3.242. Un satelit se mișcă pe o orbită circulară în jurul Pământului. La altitudinea la care el se mișcă accelerația gravitațională este de  $n = 4$  ori mai mică decât la suprafața Pământului. Care este viteza satelitului?

1.3.243. În ce plan și la ce altitudine trebuie lansat un satelit artificial pentru a fi staționar, adică să rămână mereu, deasupra aceluiași punct terestru?

1.3.244. Ce perioadă are un satelit artificial lansat la o altitudine egală cu raza terestră (raza Pământului  $R = 6400$  km)? Câte rotații efectuează în 24 h?

1.3.245. Ce viteză relativă față de Pământ trebuie imprimată unui corp pentru a deveni satelit la altitudine mică în planul ecuatorial al Pământului? (Raza Pământului  $R = 6400$  km.)

1.3.246. O planetă este sferică și omogenă, de densitate  $\rho = 5,5$  g/cm<sup>3</sup>. Care va fi perioada unui satelit artificial lansat la altitudine mică? (Constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

1.3.247. Prima viteză cosmică a unei planete sferice este  $v_I = 1,0$  m/s. Care este densitatea medie a planetei, dacă secțiunea transversală a planetei este  $S = 3,75 \cdot 10^6$  km<sup>2</sup> (constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)?

1.3.248. O navă cosmică se mișcă cu viteza  $v = 10$  km/s la altitudinea  $h = 1000$  km de suprafața unei planete. Care este accelerația gravitațională la suprafața planetei, dacă raza ei este  $R = 8000$  km?

1.3.249. Să se afle masa Soarelui cunoscând viteza liniară a Pământului în jurul Soarelui  $v = 30$  km/s, raza orbitei Pământului  $R = 150 \cdot 10^6$  km și constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

1.3.250. Luna se mișcă în jurul Pământului cu o viteză  $v \cong 1,0$  km/s, distanța Pământ—Lună  $R = 384000$  km. Să se afle masa Pământului. Analog, dacă viteza Pământului pe orbita sa este de aproximativ 30 km/s, iar raza orbitei sale  $150 \cdot 10^6$  km, să se afle masa Soarelui (constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>).

1.3.251. Să se calculeze perioada de revoluție a Lunii în jurul Pământului cunoscând:  $g_0 = 9,8$  m/s<sup>2</sup> — accelerația terestră a căderii libere,  $R_0 = 6400$  km — raza Pământului și  $R = 384000$  km — distanța Pământ—Lună.

1.3.252. Să se calculeze masa Soarelui cunoscând perioada de revoluție a Pământului în jurul Soarelui  $T = 1$  an, distanța Pământ—Soare  $R = 149,5 \cdot 10^6$  km și constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

1.3.253. Să se calculeze masa Pământului știind perioada unui satelit  $T = 4,0$  h și distanța Pământ—satelit  $r = 12800$  km (raza orbitei) (constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>).

1.3.254. Știind că Luna efectuează 13 rotații în jurul Pământului într-un an și că distanța Pământ—Soare este de 390 ori mai mare decât distanța Lună—Pământ, să se calculeze de câte ori masa Soarelui este mai mare decât masa Pământului.

1.3.255. Pe planeta Jupiter anul este egal cu 11,86 ani terestri. De câte ori este mai mare distanța Jupiter—Soare decât distanța Pământ—Soare?

1.3.256. Într-o galaxie s-a descoperit un analog al Soarelui nostru și al Pământului nostru, cu deosebirea că densitățile planetei și stelei sînt de  $n = 2$  ori mai mici decât densitățile respective din sistemul nostru, iar toate dimensiunile liniare sînt de  $n'$  ori mai mici decât dimensiunile respective ale sistemului nostru. Ce durată are anul pe planeta descoperită?

1.3.257. Doi sateliți ai Pământului se mișcă pe orbite circulare în același plan cu vitezele  $v_1 = 7,8$  km/h și  $v_2 = 7,7$  km/h în același sens. La ce interval sateliții se apropie periodic la distanță minimă? (Raza Pământului  $R = 6400$  km.)

1.3.258. Un cosmonaut cu masa  $m = 100$  kg se află în afara navei de masă  $M = 5,0$  t, legat de navă printr-un cablu de lungime  $l = 64$  m. Nava se mișcă pe o orbită circulară în jurul Pământului la altitudine mică. Care este tensiunea din cablu în cazul în care cosmonautul este mereu de partea opusă Pământului? (Raza Pământului  $R = 6400$  km.)

## CAPITOLUL 4

### ENERGIA MECANICĂ

1.4.1. Ce masă trebuie să aibă un corp pentru ca ridicîndu-l vertical în sus, uniform, pe o distanță  $d = 1,00$  m, să efectuăm un lucru mecanic  $L = 1,00$  J?

1.4.2. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a ridica un corp de masă  $m = 40$  kg la o înălțime  $h = 10,0$  m cu accelerația  $a = 2,20$  m/s<sup>2</sup>?

1.4.3. Un corp de greutate  $G = 200$  N este ridicat vertical în sus, pe o distanță  $h = 4,0$  m cu ajutorul unei forțe constante care efectuează un lucru mecanic  $L = 960$  J. Cu ce accelerație a fost ridicat corpul?

1.4.4. O macara ridică în picioare în timpul  $t = 2,0$  s o șină culcată pe Pământ, trăgînd-o de un capăt cu viteza  $v = 30,0$  m/min. Masa șinei  $m = 1,00$  t. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat.

1.4.5. Un remorcher trage un șlep cu viteza  $v = 18$  km/h cu ajutorul unui cablu orizontal întins cu forța  $F = 60$  kN; cablul face un unghi  $\alpha = 15^\circ$  cu direcția de înaintare. Ce putere se consumă pentru remorcarea șlepuului?

1.4.6. Ce lucru mecanic minim trebuie efectuat pentru a ridica în picioare un stîlp de telegraf căzut, de lungime  $l = 10$  m, masă  $m = 200$  kg, avînd la capăt dispozitive de cuplare și izolare de masă  $m_0 = 30$  kg?

1.4.7. Un lift de masă  $m = 400$  kg urcă  $h = 2,0$  m cu accelerația  $a = 2,2$  m/s<sup>2</sup>. Ce lucru mecanic util dezvoltă motorul?

1.4.8. Cu ce distanță pătrunde în gheață o rangă de masă  $m = 4,0$  kg, dacă forța medie de rezistență este  $F_r = 400$  N și viteza de lovire  $v = 2,0$  m/s? (Să se aplice considerații energetice.)

1.4.9. Un cub de lemn de latură  $l = 10$  cm este străpuns de jos în sus de un glonț de masă  $m = 10$  g, care are viteza  $v_0 = 100$  m/s la intrare și  $v' = 95$  m/s la ieșire din cub. Ce forță se va exercita asupra cubului? (Să se aplice considerații energetice.)

1.4.10. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a mări viteza unui corp de la  $v_1 = 2,0$  m/s la  $v_2 = 6,0$  m/s pe o distanță  $d = 20$  m, dacă forța de frecare este  $F_f = 2,0$  N? Masa corpului  $m = 2,0$  kg.

1.4.11. Un ciocan de masă  $m = 1,0$  kg lovește cu viteza  $v = 5,0$  m/s un cui de lungime  $l = 10$  cm pe care, după  $n = 5$  lovituri, îl înfige într-un perete. Ce forță trebuie aplicată pentru a scoate cuiul din perete? (Să se aplice considerații energetice.)

1.4.12. Un număr de  $N = 100$  cărămizi sînt așezate una lângă alta pe suprafața Pămîntului. Masa unei cărămizi  $m = 2,0$  kg și grosimea  $h = 10$  cm. Ce lucru minim trebuie efectuat pentru a așeza cărămizile una peste alta, formînd o coloană verticală?

1.4.13. O cabină de greutate  $G = 10$  kN este ridicată cu ajutorul unui cablu de greutate liniară  $\gamma = 20$  N/m, dintr-o mină de adîncime  $h = 200$  m. Ce lucru mecanic se efectuează? Care este randamentul de ridicare a cabinei?

1.4.14. Pentru ce putere a motorului unui automobil de masă  $m = 1,0$  t, mergînd cu viteza  $v = 60$  km/h, va începe alunecarea roților? Coeficientul de frecare la alunecare este  $\mu = 0,20$  și randamentul motorului  $\eta = 40\%$ .

1.4.15. O mașină de cosit are lățimea  $l = 10$  m. Rezistența la înaintare este  $R = 0,50$  kN/m și viteza  $v = 5,4$  km/h. Ce putere dezvoltă mașina de cosit și ce lucru mecanic efectuează pentru a cosi o arie  $S = 15$  ha?

1.4.16. Cîte tractoare sînt necesare pentru a ara o suprafață  $S = 1000$  ha într-un timp  $t = 100$  h, fiecare tractor avînd o putere  $P = 40$  kW, dacă adîncimea arăturii este  $b = 36$  cm, iar „rezistența specifică“ a solului, adică forța de rezistență întîmpinată pe unitatea de arie transversală, este  $R = 1,0 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>?

1.4.17. Care este cîștigul de forță la presa cu pană din figura 1.4.17 dacă unghiul de inclinare al panii  $\alpha = 30^\circ$ , pasul șurubului  $h = 8,0$  mm, lungimea minerului  $l = 30$  cm și randamentul  $\eta = 50\%$ ? (Să se aplice considerații energetice.)

1.4.18. Un automobil merge cu viteza  $v_0 = 72$  km/h. Înainte de obstacol șoferul frînează astfel încît roțile patinează. Știînd coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,20$ , să se afle distanța de frînare. (Să se aplice considerații energetice.)

1.4.19. O bilă de masă  $m_0 = 100$  g este prinsă de capătul unui lanț de lungime  $l = 4,0$  m și de masă  $m = 300$  g, așezat pe o masă netedă fără frecări. Datorită greutății bilei  $m_0$  lanțul începe să alunece de pe masă (fără viteză inițială). Ce viteză va avea lanțul cînd părăsește masa? (Să se aplice considerații energetice.)

1.4.20. Un vehicul de masă  $m = 1,0$  t și putere  $P = 20$  kW întîmpină forțe de rezistență proporționale cu greutatea sa:  $F_r / mg = f = 0,020$ . Ce viteză maximă poate atinge vehiculul? Ce accelerație are în momentul cînd viteza  $v = 20$  m/s?

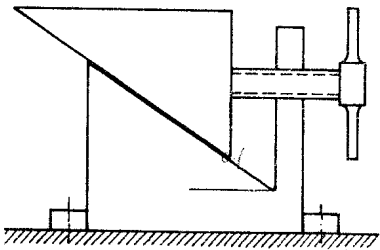


Fig. 1.4.17

1.4.21. De un tren de masă  $M = 600$  t care merge rectiliniu uniform se desprinde ultimul vagon de masă  $m = 60$  t. Ce distanță parcurge acest vagon pînă la oprire, dacă puterea locomotivei a fost tot timpul constantă  $P = 10$  MW, iar după desprindere viteza trenului a fost constantă  $v' = 40$  km/h? Se consideră că toate forțele de rezistență sînt proporționale cu greutatea.

1.4.22. Minerul unei prese cu șurub are lungimea  $l = 20$  cm, pasul șurubului  $h = 5,0$  mm, iar randamentul preseii  $\eta = 70\%$ . Dacă se aplică la capetele minerului forțele  $F = 20$  N, care va fi forța de apăsare asupra obiectului și ce lucru mecanic util se efectuează, comprimarea produsă obiectului fiind  $b = 4,0$  cm?

1.4.23. Care este debitul volumic al unei pompe de putere  $P = 0,98$  kW, care pompează apă la o înălțime  $h = 10$  m?

1.4.24. O pompă pompează apă cu debitul  $q = 5,00$  kg/s pînă la o înălțime  $h = 2,0$  m printr-un tub de diametru  $D = 0,10$  m. Care trebuie să fie puterea pompei?

1.4.25. Un om, stînd pe țârm, împinge o barcă de masă  $m = 160$  kg cu o forță  $F = 100$  N pînă cînd barca se depărtează de țârm cu o distanță  $d = 4,00$  m. Ce viteză atinge barca? Ce distanță parcurge după aceea barca pînă la oprire? Forța de rezistență întîmpinată de barcă  $F_f = 50$  N. (Să se rezolve prin considerații energetice.)

1.4.26. Un ciocan de masă  $m = 10,0$  kg cade liber de la o înălțime  $h = 1,0$  m și lovește un par de masă  $m_0 = 1,0$  kg care pătrunde vertical în sol pe o distanță  $x = 10$  cm. Considerînd ciocnirea plastică, să se afle rezistența medie întîmpinată de par din partea solului. Care este randamentul ciocanului?

1.4.27. Un corp de masă  $m = 2,0$  kg cade liber de la o înălțime într-un timp  $\tau = 2,0$  s. Să se afle energia cinetică și potențială a corpului la mijlocul înălțimii.

1.4.28. Un corp este aruncat cu viteza  $v_0 = 16$  m/s vertical în sus. La ce înălțime energia sa cinetică va fi egală cu cea potențială?

1.4.29. O bilă de masă  $m = 0,80$  kg este aruncată orizontal de la înălțimea  $h = 2,0$  m și a căzut la distanța (pe orizontală)  $d = 1,0$  m. Ce lucru mecanic a fost necesar pentru aruncarea bilei?

1.4.30. Un corp este aruncat orizontal cu viteza  $v_0 = 9,8$  m/s dintr-un turn. După cît timp energia sa cinetică devine de  $n = 5$  ori mai mare?

1.4.31. Un corp este aruncat sub unghiul  $\alpha = 30^\circ$  cu energia cinetică  $E_c = 40$  J. Care este energia potențială a corpului la înălțimea maximă? Dar energia cinetică?

1.4.32. O piatră aruncată sub unghiul  $\alpha = 30^\circ$  are energia cinetică în punctul cel mai înalt al traiectoriei  $E_c = 45$  J. Care este energia sa potențială în acest punct?

1.4.33. Un corp este aruncat sub un unghi oarecare față de orizontală, cu viteza inițială  $v_0 = 15$  m/s. Care este viteza sa la înălțimea  $h = 6,4$  m. Să se aplice considerații energetice. Care este condiția ca problema să fie posibilă?

1.4.34. Dintr-un turn de înălțime  $h$  se aruncă niște corpuri identice de masă  $m$  fiecare cu aceeași viteză inițială  $v_0$ , dar orientată sub diferite unghiuri față de orizontală. Care este energia cinetică a corpurilor la ciocnirea lor cu pămîntul?

1.4.35. Un corp cu masa  $m = 500$  g, aruncat sub unghiul  $\alpha_0 = 75^\circ$ , a căzut la o distanță  $b = 2,0$  m. Ce lucru mecanic a efectuat aruncătorul?

1.4.36. Ce turație trebuie să aibă roata de diametru  $D = 49$  cm a unei pompe centrifuge, pentru a pompa apa la înălțimea  $h = 19,8$  m?

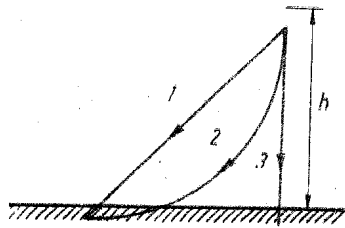


Fig. 1.4.39

Ce putere trebuie să dezvolte motorul pentru a se întoarce înapoi cu aceeași viteză?

1.4.39. Trei corpuri identice de masă  $m$  fiecare coboară de la aceeași înălțime  $h$ , respectiv pe un plan înclinat, pe un sfert de cerc și liber (vertical), ca în figura 1.4.39. Se neglijează toate frecările. Care vor fi energiile lor cinetice finale? Dar vitezele?

1.4.40. O sanie de masă  $m = 200$  kg având un motor de putere  $P = 0,80$  kW urcă un deal. Ce pantă are dealul dacă viteza  $v = 36$  km/h, iar coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,010$ ?

1.4.41. Un automobil de masă  $m = 1,0$  t coboară o pantă  $p = 0,05 = 5\%$  cu viteză constantă  $v = 54$  km/h având motorul decuplat. Ce putere trebuie să dezvolte automobilul pentru a urca aceeași pantă cu aceeași viteză?

1.4.42. Un schior, după ce atinge viteza  $v_0 = 8,0$  m/s, intră pe o pistă înclinată de pantă  $p = 10\%$ . Până la ce înălțime va urca schiorul? Coeficientul de frecare la alunecare cu zăpada este  $\mu = 0,020$ . Să se aplice considerații energetice.

1.4.43. Un corp este tras uniform de-a lungul unui plan înclinat de unghi  $\alpha = 5^\circ$ , o dată în sus cu viteza  $v_0$ , iar apoi în jos cu viteza de  $n = 2$  ori mai mare, în ambele cazuri motorul dezvoltă aceeași putere. Care este coeficientul de frecare la alunecare?

1.4.44. Un camion de masă  $m = 8,0$  t urcă, respectiv coboară, o pantă  $p = 0,05$  cu viteza  $v_0 = 36$  km/h. Cât este distanța de frinare, dacă forța de rezistență este  $F_r = 6,0$  kN? Să se rezolve prin considerații energetice.

1.4.45. Pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  este ridicat uniform un corp. Unghiul de frecare la alunecare  $\varphi = 15^\circ$ . Să se afle randamentul planului înclinat.

1.4.46. Un camion urcă o pantă mică (sub  $6^\circ$ ) cu viteza  $v_1 = 4,0$  m/s. La coborîre pe aceeași pantă el are viteza  $v_2 = 6,0$  m/s la aceeași putere a motorului. Ce viteză va avea camionul pe un drum orizontal la aceeași putere a motorului, considerînd că toate forțele de rezistență (frecare) sînt proporționale cu forțele de apăsare normale.

1.4.47. O sanie coboară liber pe un plan înclinat cu unghi  $\alpha = 30^\circ$  de la o înălțime  $h = 15$  m. Coeficientul de frecare la alunecare crește liniar de la zero la  $\mu = 0,40$  la baza planului. Ce viteză va avea sania la baza planului? (Să se aplice considerații energetice.)

1.4.37. O sanie de masă  $m = 5,0$  kg alunecă liber pe un deal înclinat cu unghiul  $\alpha = 30^\circ$ . După o distanță  $s = 50$  m, sania are viteza  $v = 4,0$  m/s. Care este pierderea de energie cinetică?

1.4.38. Un avion de masă  $m = 2,5$  t cu motor oprit planează cu viteza  $v = 144$  km/h coborînd de la o înălțime  $h_1 = 2,0$  km pînă la o înălțime  $h_2 = 1,0$  km, parcurgînd o distanță  $d = 10$  km.

1.4.48. Ce lucru mecanic trebuie cheltuit pentru a urca o sanie de masă  $m = 30$  kg pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$ , pînă la o înălțime  $h = 10$  m? Coeficientul de frecare la alunecare scade liniar de la  $\mu_1 = 0,50$ , la baza planului, pînă la  $\mu_2 = 0,10$  la vîrf:

1.4.49. Un satelit cu masa  $m = 1,00$  t zboară la altitudinea  $h_1 = 200$  km pe o orbită circulară. Datorită frecării cu straturile superioare ale atmosferei, raza orbitei satelitului scade și satelitul ajunge pe o orbită la altitudinea  $h_2 = 180$  km. Ce energie pierde satelitul prin frecare?

1.4.50. Un corp de masă  $m$  suspendat de un fir oscilează într-un plan vertical sub acțiunea greutății, cu amplitudinea unghiulară  $\alpha$ . Care este tensiunea din fir în momentul cînd firul formează unghiul  $\theta$  cu verticala? Care este tensiunea maximă? Cît devine tensiunea maximă pentru amplitudinile de oscilație  $\alpha = 60^\circ$  și  $90^\circ$ ?

1.4.51. O bilă suspendată pe un fir oscilează în planul vertical cu amplitudinea unghiulară  $\alpha = 60^\circ$ . Care va fi raportul dintre tensiunea maximă și cea minimă a firului în timpul oscilațiilor?

1.4.52. De cablul unei macarale este suspendat un cărucior cu ciment. Cu ce amplitudine unghiulară maximă poate oscila căruciorul datorită vîntului, cablul rezistînd la o forță de rupere de  $n = 2$  ori mai mare decît greutatea căruciorului?

1.4.53. O bilă de masă  $m = 0,20$  kg este suspendată printr-un fir de lungime  $l = 1,0$  m și efectuează oscilații într-un plan vertical. Cînd bila trece prin punctul inferior tensiunea din fir este  $T = 4,0$  N. La ce înălțime maximă se ridică bila față de punctul inferior?

1.4.54. O bilă de masă  $m = 100$  g oscilează în planul vertical, fiind suspendată printr-un fir de lungime  $l = 1,0$  m. Cînd firul trece prin poziția verticală tensiunea din fir este  $T = 19,6$  N. La un moment dat cînd bila este la același nivel cu punctul de suspensie, firul se rupe. La ce înălțime se va ridica bila față de acest punct?

1.4.55. O bilă de masă  $m = 200$  g suspendată pe un fir de lungime  $l = 20$  cm este deviată cu unghiul  $\alpha = 60^\circ$  față de verticală. I se imprimă bilei o viteză  $v = 2,0$  m/s, perpendicular pe fir. Care va fi tensiunea maximă din fir?

1.4.56. Un sportiv de masă  $m = 60$  kg execută o rotație completă în jurul unei bare orizontale. Dacă în punctul superior viteza sportivului este zero, care va fi forța de tracțiune a mâinilor atunci cînd trece prin punctul inferior?

1.4.57. Să se arate că pentru ca o bilă de masă  $m$  să realizeze o mișcare circulară în planul vertical, trebuie ca firul să reziste la o tensiune de rupere  $T_r = 6mg$ .

1.4.58. De la ce înălțime minimă trebuie să alunecă liber fără frecare un corp pentru a putea descrie bucla circulară de rază  $R = 40$  cm, din figura 1.4.58? Dacă acum corpul de masă  $m = 2,00$  g alunecă de la o înălțime

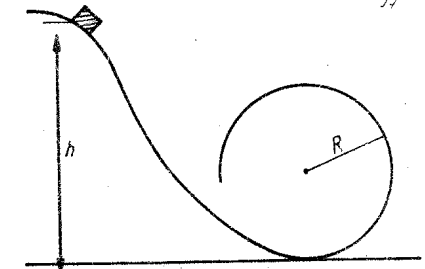


Fig. 1.4.58

$H = 2,00$  m cu frecare și apăsarea în punctul superior al buclei este zero, ce lucru mecanic efectuează forțele de frecare?

1.4.59. Pe un fir de lungime  $l$  este suspendată o bilă. Ce viteză orizontală trebuie imprimată bilei pentru ca ea să urce la aceeași înălțime ca punctul de suspensie? Dar în punctul diametral opus?

1.4.60. O bilă este suspendată pe un fir de lungime  $l = 1,00$  m. Cu ce viteză orizontală trebuie să tragem punctul de suspensie pentru ca bila să efectueze o rotație completă în planul vertical?

1.4.61. De tavanul unui lift este suspendată printr-un fir de lungime  $l = 80$  cm o bilă care oscilează cu amplitudine unghiulară  $\alpha = 60^\circ$ . Când firul trece prin poziția verticală, cablul de susținere a liftului se rupe și sistemul cade liber. Ce viteză față de pământ va avea bila atunci când lovește tavanul liftului?

1.4.62. Un lanț de lungime  $l = 2,0$  m este trecut simetric peste un scripete ideal. Printr-un impuls foarte mic lanțul începe să coboare.

a) Care va fi viteza sa în momentul părăsirii scripetelui?

b) Dar dacă lanțul este așezat pe o masă netedă fără frecări și începe să alunece de pe masă, care va fi viteza sa când părăsește masa?

c) Este mișcarea lanțului, în cele două cazuri, uniform accelerată?

1.4.63. Un camion de masă  $m = 20$  t se mișcă având aceeași viteză o dată pe un pod convex și a doua oară pe un pod concav, ambele de aceeași rază  $R = 100$  m, dezvoltând aceeași putere  $P = 25$  kW. Știind că pe podul concav apăsarea pe șosea este cu  $\Delta N = 40$  kN mai mare decât pe podul convex, să se afle forța de tracțiune a motorului.

1.4.64. Unei bile suspendate pe un fir de lungime  $l = 1,00$  m i se imprimă o viteză orizontală  $v_0 = 6,0$  m/s. La ce înălțime firul va slăbi și bila nu se va mișca pe cerc? Ce viteză va avea bila în acest moment?

1.4.65. Pe o tijă subțire ținută orizontală sunt fixate două bile de mase  $m_1 = 3,0$  kg,  $m_2 = 2,0$  kg, la distanțele  $r_1 = 1,0$  m,  $r_2 = 2,0$  m de axa orizontală transversală pe tijă, în jurul căreia se poate roti tija în planul vertical, ca în figura 1.4.65. Ce viteză va avea corpul inferior când tija, lăsată liber, va trece prin poziția verticală?

1.4.66. Pe o tijă de masă neglijabilă, având la capătul superior o articulație, sunt fixate două corpuri de mase  $m_1 = 200$  g,  $m_2 = 100$  g, la distanțe egale  $l = 40$  cm între ele și articulație. Tija este deviată cu unghiul  $\alpha = 60^\circ$  și lăsată liber. Ce viteză unghiulară va avea tija atunci când trece prin poziția verticală?

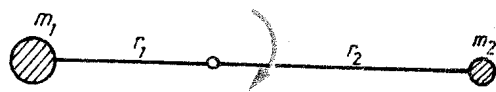


Fig. 1.4.65

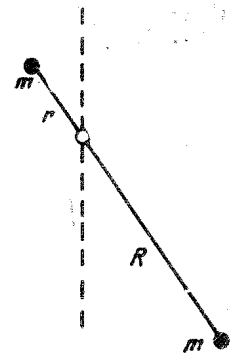


Fig. 1.4.67

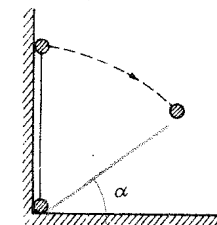


Fig. 1.4.69

1.4.67. O halteră formată din două bile identice legate printr-o tijă de masă neglijabilă, oscilează în planul vertical ca în figura 1.4.67 cu amplitudinea unghiulară  $\alpha = 60^\circ$ ,  $r = 10$  cm,  $R = 30$  cm. Ce viteză unghiulară are haltera când trece prin poziția verticală?

1.4.68. O halteră formată din două bile legate între ele printr-o tijă subțire de lungime  $l = 0,50$  m și de masă neglijabilă, este fixată printr-o articulație la distanța  $fl$ , unde  $f = 1/4$ , de una din bile, astfel încât se poate roti liber în jurul articulației, în planul vertical. Lăsată liber din poziția orizontală, ce viteză va avea bila inferioară când haltera trece prin poziția verticală?

1.4.69. O halteră formată din două bile mici de masă  $m$  fiecare, legate printr-o tijă subțire, lungă, este menținută în poziție verticală, sprijinită de un perete vertical (fig. 1.4.69). Cu ce forță va apăsa bila inferioară asupra peretelui vertical în momentul când în căderea sa liberă tija halterei formează unghiul  $\alpha$  cu orizontala? (Se neglijează frecările.)

1.4.70. Un cablu de secțiune  $S = 10$  mm<sup>2</sup> este înfășurat pe un tambur cu viteza liniară  $v = 1,0$  m/s. Puterea motorului  $P = 2,0$  kW. Care este tensiunea din cablu?

1.4.71. Un avion aterizează cu viteza  $v_0 = 100$  km/h pe puntea unui port avion. Cuplindu-se cu un cablu elastic de frinare, avionul parcurge distanța  $d = 50$  m pînă la oprire. De câte ori crește greutatea aparentă a pilotului?

1.4.72. Sub acțiunea unei forțe  $F_1 = 60$  N un resort se întinde cu  $x_1$ . Aplicînd suplimentar o forță  $F_2 = 80$  N resortul se lungeste suplimentar cu  $x_2 = 2,0$  cm. Ce lucru mecanic suplimentar se efectuează?

1.4.73. De câte ori lucrul mecanic de alungire, a unui resort cu prima jumătate din alungire, este mai mic decât lucrul mecanic efectuat pentru alungirea cu a doua jumătate din alungire?

1.4.74. Un corp este atârnat pe două resorturi legate în serie, de constante elastice  $k_1 = 1,0$  N/cm,  $k_2 = 2,0$  N/cm. Care este raportul energiilor potențiale ale resorturilor?

1.4.75. De un resort vertical elastic a fost suspendat un corp de masă  $m_1 = 0,50$  kg și lăsat liber. După amortizarea oscilațiilor s-a constatat că lucrul mecanic împotriva forțelor de frecare a fost  $L_1 = 10$  J. Ce lucru mecanic va fi efectuat împotriva forțelor de frecare dacă înlocuim corpul cu unul de masă  $m_2 = 1,0$  kg?

1.4.76. La o sarcină  $F = 10$  kN o bară se alungește cu  $\Delta l = 10$  mm. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a alungi bara cu  $\Delta l' = 40$  mm?

1.4.77. Să se deducă expresia densității de energie potențială, adică energia potențială pe unitatea de volum (nedeformat), a unei bare elastice întinse, cunoscând modulul Young  $E$  și deformația elastică  $\epsilon = \Delta l/l_0$  sau tensiunea elastică  $\sigma = F/S_0$ .

1.4.78. O bilă suspendată pe un fir elastic și flexibil îl întinde cu  $x = 5,0$  cm. Bila este ridicată cu  $h = 20$  cm de la capătul inferior al firului nedeformat și lăsată liber. Care va fi întinderea maximă a firului produsă de bila care cade?

1.4.79. Un corp de masă  $m = 1,0$  t este coborât uniform cu viteza  $v = 10$  m/s cu ajutorul unui cablu elastic de oțel de constantă elastică  $k = 10^6$  N/m. Care va fi tensiunea maximă în cablu dacă este oprit brusc capătul său superior? (Să se aplice considerații energetice.)

1.4.80. Un fir elastic de lungime  $l = 1,00$  m este fixat la capătul superior, iar la capătul inferior are atârnată o bilă de masă  $m = 50$  g. Ridicând bila pînă la punctul de suspensie și dîndu-i drumul, ea produce o alungire maximă  $x = 0,20$  m. Să se afle constanta elastică.

1.4.81. Cu ce viteză pleacă o pietricică de masă  $m = 20$  g dintr-o praștie al cărei șnur de cauciuc a fost întins cu lungimea  $x = 10$  cm. Pentru a întinde șnurul cu  $x_0 = 2,0$  cm este necesară o forță  $F_0 = 9,0$  N.

1.4.82. Dacă asupra unui resort cade o bilă de la înălțimea  $h_1 = 1,00$  m, resortul capătă o comprimare maximă  $x_1 = 1,0$  cm. Ce comprimare maximă va avea resortul dacă aceeași bilă cade de la înălțimea  $h_2 = 2,00$  m?

1.4.83. Pe un resort elastic de constantă  $k = 400$  N/m și de lungime nedeformată  $l = 1,00$  m, deviat de la verticală, este atârnat un corp de masă  $m = 1,50$  kg. Lăsat liber, resortul arată o forță  $F = 30$  N cînd trece prin poziția verticală. Cu ce unghi a fost deviat resortul inițial?

1.4.84. Un fir rezistă pînă la o tensiune de rupere  $T_r = 14,7$  N. Un capăt al firului, de lungime  $l = 2,0$  m, este fixat la înălțimea  $h = 4,00$  m deasupra solului, iar de celălalt se atîrnă o bilă de masă  $m = 1,00$  kg. Devîind firul cu bila pînă la orizontală, i se dă drumul. La ce distanță (pe orizontală) de punctul de suspensie va cădea bila de Pămînt?

1.4.85. Un fir elastic sub acțiunea unei forțe de întindere  $F = 1,00$  N se alungește cu  $x = 2,0$  cm. Un capăt se fixează, iar de celălalt se atîrnă un corp de masă  $m = 25$  g. De la ce înălțime (față de poziția sa de repaus) trebuie să cadă acest corp pentru a produce aceeași alungire maximă  $x$ ?

1.4.86. Un vagon de masă  $m = 5,0$  t se desprinde de tren avînd viteza  $v_0 = 4,0$  m/s. După un anumit timp, el se ciocnește cu tamponale unui opritor, resoartele comprimîndu-se cu  $x = 10$  cm. Ce distanță a parcurs vagonul de la desprindere pînă la ciocnire, dacă forțele de rezistență (frecare) sînt proporționale cu greutatea, cu constanta de proporționalitate  $f = 0,010$ , iar constanta elastică a fiecărui tampon este  $k = 0,50$  MN/m?

1.5.1. Un om stînd pe un cîntar obișnuit de stradă citește masa lui. Care va fi indicația cîntarului dacă omul se ghemuiește brusc? Dar dacă apoi se ridică brusc?

1.5.2. Un om stă pe platforma orizontală a unui cîntar. Ce indicație arată cîntarul dacă omul face un pas pe platformă (la începutul și sfîrșitul pasului)?

1.5.3. Ce indică un cîntar cu platformă mare, pe care se plimbă un om?

1.5.4. De ce la ciocnirea perfect elastică a unei bile cu un perete impulsul bilei se schimbă, iar energia cinetică nu?

1.5.5. În ce caz un elicopter apasă cu o forță mai mare asupra Pămîntului: cînd stă pe Pămînt sau cînd plutește imobil în aer la o înălțime mică deasupra solului?

1.5.6. Să se afle poziția centrului de masă la plăcile plane omogene din figura 1.5.6.

1.5.7. Peste un scripete ideal este trecut un fir cu două corpuri, de mase  $m_1 = 100$  g,  $m_2 = 200$  g la capete. Care va fi accelerația centrului de masă al celor două corpuri?

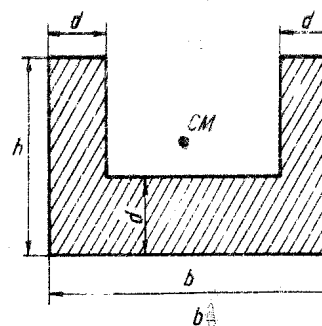
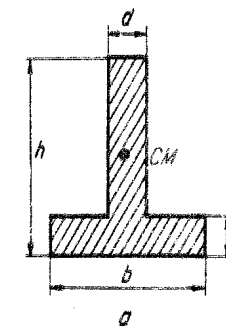


Fig 1.5.6

1.5.8. Două stele se rotesc în jurul centrului de masă comun cu viteze constante în modul  $v_1 = 10$  km/s,  $v_2 = 20$  km/s și cu perioada  $T = 100$  zile. Care sînt masele stelelor și distanța dintre ele? (Constanta gravitațională  $K = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

1.5.9. Un lăntșor este suspendat de capetele sale în două puncte A, B de care sînt suspendate două tije uniforme, articulate între ele, de aceeași lungime totală ca și lăntșorul. Care din cele două sisteme are centrul de masă mai jos (fig. 1.5.9)? (Să se aplice considerații energetice.)

1.5.10. Un corp de masă  $m_1 = 1,0$  kg se mișcă cu viteza  $v_1 = 6,0$  m/s și ajunge din

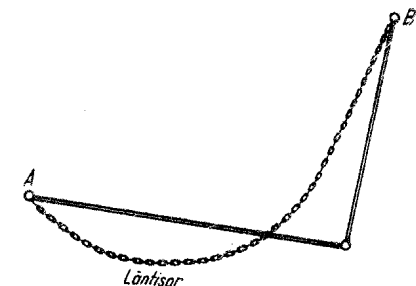


Fig. 1.5.9

urmă un alt corp de masă  $m_2 = 3,0$  kg care se mișcă în același sens cu viteza  $v_2 = 2,0$  m/s. Cu ce viteză se deplasează centrul de masă al corpurilor?

1.5.11. Într-o barcă de masă  $M = 70$  kg, aflată în repaus, stau la extremități doi pescari de mase  $m_1 = 60$  kg,  $m_2 = 70$  kg, la distanța  $d = 6,0$  m unul de altul. Pescarii își schimbă locurile. Cu cât se va deplasa barca?

1.5.12. Două corpuri de mase  $m_1 = 200$  g,  $m_2 = 300$  g legate printr-un fir orizontal de lungime  $l = 0,50$  m sînt puse în mișcare de rotație în planul orizontal, cu turația  $n = 5,0$  rot/s, în jurul axei verticale care trece prin centrul de greutate. Care va fi tensiunea din fir?

1.5.13. Pe o masă orizontală netedă, fără frecări, este așezat un cub de masă  $M = 10$  kg peste care este așezat un corp de masă  $m_1 = 1,0$  kg. Corpul  $m_1$  este legat printr-un fir orizontal, trecut peste un scripete ideal, de un alt corp de masă  $m_2 = 4,0$  kg, situat la înălțimea  $h = 1,50$  m deasupra mesei. Lăsînd liber sistemul, cu cât se deplasează cubul  $M$ , pînă în momentul în care corpul  $m_2$  atinge masa (fig. 1.5.13)?

1.5.14. Un avion cu reacție, zburînd cu viteza  $v = 900$  km/h, lovește o pasăre cu masa  $m = 2,0$  kg. Care va fi forța medie de impact dacă durata ciocnirii este  $\Delta t = 1,00$  ms? Dar presiunea medie exercitată dacă aria de contact este  $S = 5,0$  dm<sup>2</sup>?

1.5.15. De ce resorturile și arcurile vehiculelor reduc șocurile resimțite de călători?

1.5.16. O șalupă cu hidrorație absoarbe și ejectează apa mării cu debitul  $Q = 0,50$  m<sup>3</sup>/s. Viteza de ejectare  $v = 15$  m/s, iar masa șalupei  $m = 2,5$  t. Ce accelerație va căpăta șalupa? (se neglijează forțele de rezistență).

1.5.17. La un avion cu reacție viteza aerului la intrare este  $v_1 = 200$  m/s, iar a gazelor la ieșire  $v_2 = 400$  m/s. Să se calculeze forța reactivă, dacă debitul de ejectare  $Q = 20$  kg/s.

1.5.18. De ce puterea avioanelor cu reacție scade cu creșterea temperaturii și altitudinii de zbor?

1.5.19. O rachetă cu masa inițială  $m_0 = 200$  kg și viteza inițială  $v_0 = 1,0$  m/s ejectează gaze în porții  $m_r = 100$  g practic instantaneu cu viteza  $v_r = 1,0$  km/s față de rachetă. Ce viteză atinge racheta după ejectarea a  $n = 10$  porții de gaze? Se neglijează gravitația terestră.

1.5.20. La ciocnirea unei bile cu un perete, variația de impuls a peretelui nu poate fi neglijată, în timp ce variația energiei cinetice, da. De ce?

1.5.21. Să se demonstreze că în cazul ciocnirii plastice oblice a două particule, energia cinetică pierdută este:

$$Q = -\Delta E_c = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2 = \frac{1}{2} \mu v^2.$$

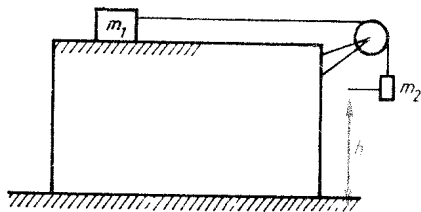


Fig. 1.5.13

1.5.22. Dintr-o masă de plastilină, dată, au fost confecționate două bile. Pentru ce raport al maselor acestor bile pierderea de energie cinetică la ciocnirea lor plastică va fi maximă?

1.5.23. Un flux orizontal de apă de secțiune  $S = 1,00$  dm<sup>2</sup>, densitatea  $\rho = 1,00$  kg/dm<sup>3</sup> și de viteză inițială  $v_0 = 10$  m/s, este folosit pentru a efec-

tua lucru mecanic, astfel încît el prin frinare își micșorează uniform viteza de la  $v_0$  la  $v' = 2,0$  m/s. Ce putere dezvoltă?

1.5.24. Roata unei mori de rază  $R = 1,00$  m, cu palete radiale plane este pusă în mișcare cu un jet de apă de viteză  $v = 8,0$  m/s, ca în figura 1.5.24. Pentru ce turație a roții randamentul va fi maxim?

1.5.25. Un fascicul paralel de particule identice, fiecare de masă  $m = 1,0$  mg și viteză  $v = 12$  m/s în direcția fasciculului, lovește perpendicular o placă masivă (perete) care se mișcă în aceeași direcție cu viteza  $u = 2,0$  m/s. Concentrația particulelor în fascicul este  $n = 10^8$  m<sup>-3</sup> și o fracțiune  $f = 0,50$  din ele sînt absorbite de perete, iar restul reflectate absolut elastic. Ce presiune se exercită asupra peretelui?

1.5.26. Un sportiv de masă  $m = 70$  kg sare în jos de la o înălțime  $h = 5$  m. În timpul șocului el se ghemuiește coborîndu-și centrul de masă cu  $d = 1,0$  m. Ce forță medie suportă sportivul?

1.5.27. La marginile unei bărci de lungime  $l = 10$  m și masă  $M = 500$  kg stau doi oameni de mase  $m_1 = 60$  kg,  $m_2 = 40$  kg. La un moment dat ei încep să alerge unul spre celălalt cu vitezele  $v_1 = 3,0$  m/s și  $v_2 = 1,5$  m/s. Cu ce distanță se deplasează barca atunci cînd primul ajunge la capăt? (Se neglijează frecările bărcii cu apa.)

1.5.28. La marginea unei scinduri de lungime  $l = 1,00$  m și masă  $m = 1,00$  kg este așezat un mic corp de masă  $m_0 = 100$  g. Scindura poate aluneca fără frecare pe planul orizontal, iar coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și scindură este  $\mu = 0,20$ . Ce viteză trebuie imprimată scindurii (printr-o lovitură) pentru ca ea să iasă de sub corp?

1.5.29. Asupra unui corp de masă  $m = 5,0$  kg, aflat inițial în repaus, începe să acționeze o forță liniar descrescătoare ca în figura 1.5.29. Ce viteză va căpăta corpul?

1.5.30. Un vagonet de masă  $M = 30$  kg se mișcă cu viteza  $v_0 = 2,0$  m/s. Un om de masă  $m = 70$  kg aleargă cu viteza  $v = 3,0$  m/s și sare din mers în vagonet. Ce viteză capătă vagonetul?

1.5.31. Un om stă pe platforma unui vagonet, care se mișcă cu viteza  $v_0 = 2,0$  m/s. Ce viteză va căpăta vagonetul dacă omul începe să fugă pe plat-

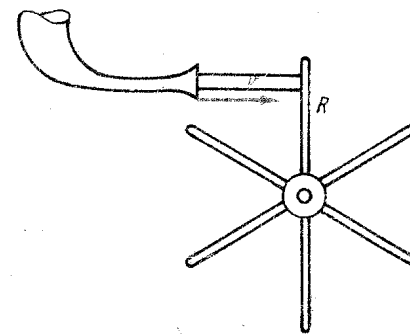


Fig. 1.5.24

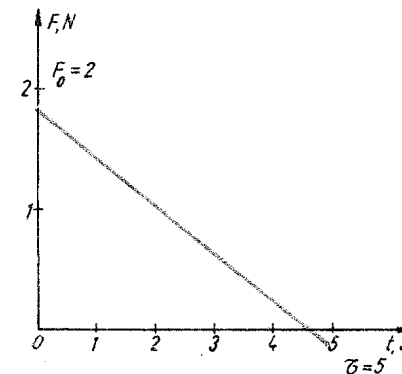


Fig. 1.5.29

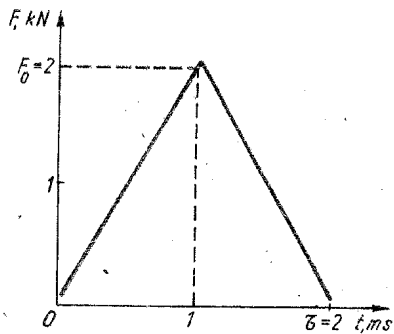


Fig. 1.5.38

formă cu viteza  $u = 3,0$  m/s față de platformă? Greutatea omului este de  $n = 2$  ori mai mică decât greutatea platformei.

**1.5.32.** Două bărci se mișcă rectiliniu uniform cu aceeași viteză  $v = 0,60$  m/s pe direcții paralele în sensuri opuse. Când ajung una în dreptul celeilalte, din prima barcă se transferă în a doua un corp de masă  $m = 20$  kg. Prin aceasta barca a doua își micșorează viteza până la  $v_2 = 0,40$  m/s. Care este masa bărcii 2?

**1.5.33.** Un patinator de masă  $M = 60$  kg aruncă orizontal un corp de masă  $m = 6,0$  kg cu viteza  $v_0 = 2,0$  m/s. Ce lucru mecanic efectuează patinatorul și care este coeficientul de frecare la alunecare dacă el se deplasează după aruncare cu distanța  $d = 0,10$  m?

**1.5.34.** Un ciocan de masă  $m = 0,50$  kg lovește o nicovală cu viteza  $v = 2,0$  m/s și ricoșează înapoi cu o viteză de  $n = 2$  ori mai mică.

✓ Care este cantitatea de căldură degajată prin ciocnire?  
Care este variația impulsului ciocanului?

**1.5.35.** O minge de masă  $m = 100$  g cade fără viteză inițială de la o înălțime  $h = 54,5$  cm. După fiecare lovire a podelei viteza mingii reprezintă o fracțiune  $k = 0,90$  din viteza de dinainte de ciocnire, iar timpul de contact cu podeaua reprezintă o fracțiune  $f = 0,20$  din timpul de cădere respectiv. Să se afle timpul până la oprirea definitivă a bilei și căldura totală degajată.

**1.5.36.** Un vagonet de masă  $m = 20$  kg se mișcă rectiliniu uniform cu viteza  $v_0 = 8,0$  m/s, în virtutea inerției. Pe platforma vagonetului se așază o cărămidă de masă  $m_0 = 4,0$  kg. Ce distanță va parcurge cărămidă pe platformă până la oprirea sa, coeficientul de frecare cu platforma fiind  $\mu = 0,20$ ?

**1.5.37.** Un tren merge cu viteza  $v_0 = 72$  km/h. La un moment dat, cade vertical asupra trenului ploaia cu debitul  $q = 100$  kg/s, care apoi se scurge pe pereții vagonului. Cu cât trebuie să crească puterea locomotivei pentru a păstra viteza neschimbată?

**1.5.38.** Un corp de masă  $m = 1,0$  kg și viteză  $v = 10$  m/s lovește un corp de masă  $M = 2,0$  kg aflat în repaus. Ciocnirea este unidimensională, iar forța de interacție dintre corpuri este reprezentată în figura 1.5.38. Care sînt vitezele corpurilor după ciocnire și care este pierderea de energie cinetică?

**1.5.39.** Pe o masă netedă, o bilă de masă  $m_1$  lovește o altă bilă de masă  $m_2$ , aflată în repaus. Pentru ce raport al maselor, după ciocnirea perfect elastică (unidimensională) a bilelor, ele se vor depărta cu viteze egale în modul și opuse ca semn?

**1.5.40.** Două bile se mișcă una spre cealaltă, viteza bilei mai grele fiind de  $n = 4$  ori mai mare decât a celei ușoare. După o ciocnire perfect elastică bila grea se oprește. Care este raportul maselor bilelor?

**1.5.41.** Cu ce viteză trebuie aruncată în jos o minge pentru ca ea să urce cu  $\Delta h = 4,9$  m mai sus de punctul de aruncare? Ciocnirea cu podeaua este perfect elastică.

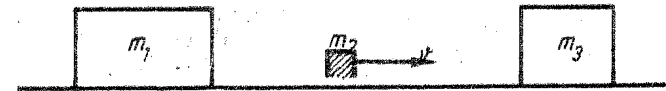


Fig. 1.5.42

**1.5.42.** Trei corpuri de mase  $m_1, m_2, m_3$  pot aluneca fără frecare pe o masă orizontală. Știind că masele corpurilor extreme sînt mult mai mari decât masa corpului mijlociu ( $m_1 \gg m_2, m_3 \gg m_2$ ), să se afle vitezele maxime pe care le pot câștiga corpurile extreme dacă inițial ele erau în repaus, iar corpul  $m_2$  avea viteza orizontală  $v$  (fig. 1.5.42).

**1.5.43.** O sferă de lemn de masă  $m' = 1,00$  kg este așezată pe un suport inelar. De jos în sus se trage un glonț de masă  $m_0 = 20$  g și viteză  $v_0 = 380$  m/s. Glonțul străpunge sfera, care saltă pînă la o înălțime  $h = 1,60$  m. La ce înălțime va urca glonțul?

**1.5.44.** Un corp este aruncat vertical în sus cu viteza  $v_0 = 10,0$  m/s. În punctul de înălțime maximă el se dezintegrează în două fragmente. Fragmentul de masă egală cu o fracțiune  $f = 0,20$  din masa corpului cade vertical în jos și lovește Pămîntul cu viteza  $v' = 20$  m/s. Cu ce viteză cade pe Pămînt cel de-al doilea fragment și după cît timp de la căderea primului?

**1.5.45.** Unui corp de masă  $m = 1,0$  kg aflat la înălțimea  $h = 4,9$  m i se aplică o lovitură cu o forță orizontală  $F = 1,0$  kN care durează  $\tau = 1,0$  ms. La ce distanță (pe orizontală) va cădea corpul?

**1.5.46.** O minge este aruncată orizontal de la o înălțime  $h = 10$  m. Ea suferă  $n = 9$  ciocniri perfect elastice pe cei doi pereți verticali situați la distanța  $d = 2,0$  m și cade la baza peretelui opus, ca în figura 1.5.46. Cu ce viteză a fost aruncată mingea?

**1.5.47.** O minge este aruncată cu viteza  $v_0 = 4,0$  m/s sub un unghi  $\alpha = 30^\circ$  față de orizontală. La distanța  $d = 1,0$  m se află un perete. La ce distanță de perete va cădea mingea după ciocnirea perfect elastică cu peretele?

**1.5.48.** La capătul unei bărci ușoare de lungime  $l = 2,0$  m și de masă  $M = 20$  kg stă un om de masă  $m = 60$  kg. Cu ce viteză minimă trebuie să sară ca să ajungă la celălalt capăt al bărcii?

**1.5.49.** Un atlet își ia vînt într-un timp  $t = 4,0$  s și sare în lungime. Să se evalueze lungimea maximă posibilă a săriturii sale știind că el atinge înălțimea maximă (față de centrul de greutate) pe care o poate realiza  $h = 80$  cm, iar coeficientul de frecare la alunecare este  $\mu = 0,30$ .

**1.5.50.** Un atlet de masă  $m = 60$  kg ținînd în mîini o bilă de masă  $m_0 = 4,0$  kg sare sub un unghi  $\alpha = 60^\circ$  cu viteză inițială  $v = 6,0$  m/s. Cînd ajunge la înălțimea maximă, el azvirle bila orizontal în sens opus cu viteza  $v_0 = 4,0$  m/s față de el, cu scopul de a-și mări lungimea săriturii. Cu cît se lungeste săritura?

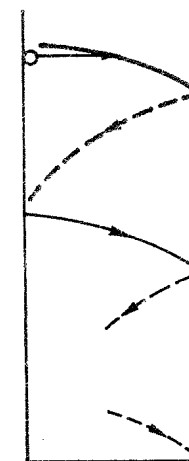


Fig. 1.5.46



1.5.51. O minge este aruncată cu viteza  $v_0 = 12$  m/s sub unghiul  $\alpha = 60^\circ$  față de orizontală într-o sală de sport de înălțime  $h = 4,0$  m. La ce distanță va cădea mingea după ciocnirea perfect elastică cu tavanul?

1.5.52. Un jucător lansează mingea cu viteza  $v_0 = 14$  m/s spre un perete aflat la distanța  $d = 4,0$  m. Mingea se reflectă perfect elastic și atinge înălțimea maximă la distanța  $d = 6,0$  m de perete. Să se afle unghiul de lansare a mingii.

1.5.53. O bilă lovește cu viteza  $v_0 = 4,9$  m/s sub unghiul de incidență  $\alpha = 30^\circ$  o masă orizontală netedă și pierde prin ciocnire o fracțiune  $f = 0,11$  din energia sa cinetică. La ce distanță bila va lovi din nou masa?

1.5.54. De la o altitudine  $H = 10$  m cade liber o sferă. Când sfera ajunge la altitudinea  $h = 5,0$  m, ea este lovită plastic, orizontal, cu viteza  $v_0 = 10$  m/s, de o bilă. Cu ce viteză ajunge sfera la Pământ dacă masa ei este de  $n = 4$  ori mai mare decât a bilei?

1.5.55. Două bile de mase  $m_1 = 100$  g,  $m_2 = 200$  g sînt suspendate pe două fire de lungime  $l_1 = 1,5$  m,  $l_2 = 1,0$  m, astfel încît bilele se ating. Prima bilă este deviată cu unghiul  $\alpha_1 = 60^\circ$  și lăsată liber. Să se afle unghiurile cu care deviază bilele după ciocnire elastică, respectiv plastică.

1.5.56. Două corpuri mici de mase  $m_1 = 100$  g și  $m_2 = 300$  g alunecă liber fără frecare pe interiorul unei sfere, pornind de la capetele diametral opuse ale unui diametru orizontal al sferei. Cu ce unghi față de verticală vor devia corpurile după ciocnirea lor plastică?

1.5.57. O bilă de oțel suspendată pe un fir de lungime  $l = 0,80$  m a fost deviată pînă cînd firul de suspensie a devenit orizontal, apoi lăsată liber. La revenire cînd firul formează un unghi  $\alpha = 30^\circ$  cu verticala, bila lovește perfect elastic un perete vertical. La ce înălțime se va ridica bila?

1.5.58. Dintr-o pușcă de masă  $m = 2,0$  kg, suspendată orizontal, se trage un glonț de masă  $m_0 = 20$  g. Ce fracțiune din energia exploziei se pierde inutil pentru reculul puștii?

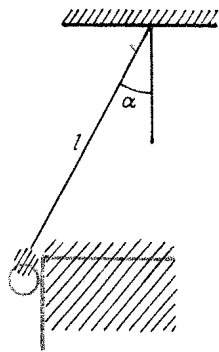


Fig. 1.5.57

1.5.59. Pentru a afla viteza unui glonț de masă  $m_0 = 10$  g, se suspendă pușca de masă  $m = 2,0$  kg în poziție orizontală prin două fire paralele. După tragere, pușca se ridică cu  $h = 20,2$  cm. Ce viteză a avut glonțul?

1.5.60. Un glonț de masă  $m_0 = 20$  g lovește o bilă de lemn de masă  $m = 4,0$  kg și rămîne infipt în ea. Bila de lemn este suspendată printr-un fir de lungime  $l = 40,4$  cm și deviază cu  $\alpha = 60^\circ$  (pendulul balistic). Ce viteză a avut glonțul?

1.5.61. O sferă de masă  $M = 2,0$  kg este suspendată de un fir de lungime  $l = 5,0$  m. Firul este deviat cu unghiul  $\alpha = 60^\circ$  și lăsat liber. Cînd sfera trece

prin poziția de echilibru, ea se ciocnește plastic cu o bilă de masă  $m = 80$  g care vine în sens opus vitezei sferei. Știînd unghiul de deviere  $\alpha' = 30^\circ$  a corpurilor să se afle viteza bilei.

1.5.62. Într-un leagăn șade un elev ținînd în mină o bilă de masă  $m_1 = 2,0$  kg, masa elevului cu scaunul leagănului fiind  $m_2 = 60$  kg, iar lungimea tije de suspensie a leagănului  $l = 1,0$  m. Cu ce viteză ar trebui să arunce elevul orizontal bila  $m_1$  pentru a devia cu unghiul  $\alpha = 15^\circ$ ? Ce lucru mecanic ar trebui să efectueze elevul pentru aceasta?

1.5.63. O bilă suspendată pe un fir de lungime  $l = 32$  cm se află la înălțimea  $h = 18$  cm deasupra unei mese orizontale. Bila este deviată cu  $90^\circ$  și lăsată liber. Cînd firul trece prin poziția deviată cu  $\alpha = 60^\circ$ , el se rupe. Să se afle la ce înălțime se va ridica bila după ciocnirea perfect elastică cu masa.

1.5.64. O bilă de lemn de masă  $M = 1,0$  kg este suspendată pe un fir. Un glonț de masă  $m = 20$  g străpunge bila dacă viteza sa  $v \geq v_0 = 200$  m/s. Cu ce viteză se va mișca bila dacă glonțul are viteza  $v = nv_0$ , unde  $n = 2$ ? Pentru ce viteză a glonțului bila va avea viteză maximă?

1.5.65. Un lăntișor închis suspendat printr-un fir se rotește în planul orizontal cu viteza unghiulară  $\omega = 10,0$  rad/s. Firul de suspensie face unghiul  $\alpha = 45^\circ$  cu verticala (fig. 1.5.65). Care este distanța centrului de masă al lăntișorului pînă la axa de rotație?

1.5.66. O bilă de masă  $m = 10$  g suspendată pe un fir de lungime  $l = 1,0$  m a fost deviată pînă la poziția orizontală a firului de suspensie și lăsată liber. În punctul inferior al traiectoriei bila lovește un corp de masă  $M = 200$  g care parcurge o distanță  $s = 2,0$  m pînă se oprește, în timp ce bila ricoșează, firul devînd pînă la  $\alpha = 45^\circ$ . Care este valoarea maximă posibilă a coeficientului de frecare dintre corp și planul orizontal?

1.5.67. Se dă pendulul conic din figura 1.5.67,  $l = 40$  cm,  $m = 300$  g; masa discului  $M = 0,50$  kg și raza  $R = 15$  cm. Ce unghi  $\alpha$  maxim este admisibil pentru ca discul să nu se desprindă de masă (frecarea este suficient de mare ca discul să nu alunecă)?

1.5.68. Un cerc de butoi de rază  $R = 1,0$  m, rostogolindu-se (fără alunecare) cu viteza  $v = 10$  m/s pe un drum orizontal, lovește inelastic un prag de înălțime  $h = 10$  cm, astfel încît componenta radială a vitezei (cătreg virful pragului) se anulează. Ce viteză va avea cercul după ce urcă pragul? Ce viteză minimă trebuie să aibă cercul pentru a putea urca pragul?

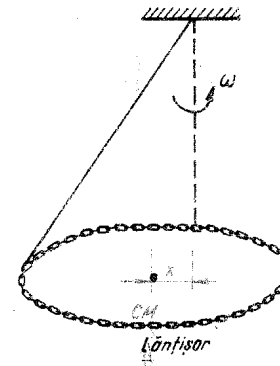


Fig. 1.5.65

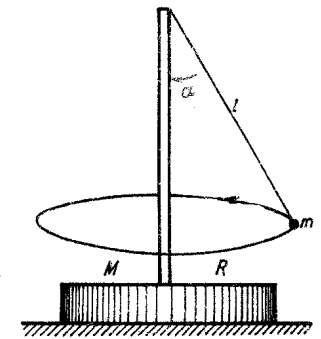


Fig. 1.5.67

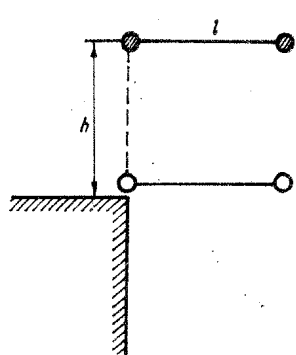


Fig. 1.5.69

**1.5.69.** O halteră formată din două bile identice legate printr-o tijă subțire de lungime  $l = 0,80$  m și de masă neglijabilă, cade în poziție orizontală de la o înălțime  $h = 1,00$  m, după care una din bile lovește perfect elastic marginea mesei (fig. 1.5.69). Ce distanță parcurge haltera de la ciocnire până când a doua bilă lovește partea verticală, laterală, a mesei?

**1.5.70.** O sanie de masă  $m_1 = 40$  kg intră cu viteza  $v_1 = 10$  m/s pe un suport de masă  $m_2 = 60$  kg avind forma de sfert de cerc, și ajunge exact în punctul superior. Neglijind frecările, să se afle vitezele finale ale corpurilor.

**1.5.71.** Un schior de masă  $m = 60$  kg coboară liber pe o pistă de unghi  $\alpha = 30^\circ$  cu coeficientul de frecare  $\mu = 0,040$ , ținind în mâini un corp de masă  $m_0 = 9,0$  kg. După ce parcurge o distanță  $d = 19,6$  m, schiorul aruncă vertical corpul, în sus cu viteza  $u = 4,0$  m/s față de el. Ce viteză va căpăta schiorul după aceasta?

**1.5.72.** Un schior de masă  $M = 60$  kg coboară liber o pistă ținind în mână o bilă de masă  $m = 2,0$  kg. Unghiul de inclinare al planului  $\alpha = 30^\circ$  și coeficientul de frecare  $\mu = 0,10$ . După parcurgerea distanței  $s = 9,8$  m, schiorul aruncă bila orizontal față de el. Cu ce viteză ar trebui să arunce corpul pentru ca să se oprească?

**1.5.73.** Două corpuri de mase  $m_1 = 100$  g,  $m_2 = 200$  g situate la aceeași înălțime  $h = 90$  cm alunecă la un moment dat, simultan, pe profilul din figura 1.5.73 și se ciocnesc plastic. La ce înălțime se va ridica ulterior sistemul?

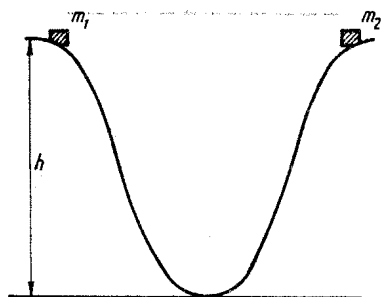


Fig. 1.5.73

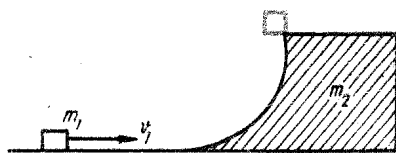


Fig. 1.5.70

**1.5.74.** Un sac cu făină alunecă liber, fără viteză inițială de la o înălțime  $h = 2,0$  m pe un plan inclinat de unghi  $\alpha = 45^\circ$ . După coborâre, sacul continuă mișcarea pe un plan orizontal. Coeficientul de frecare este peste tot  $\mu = 0,50$ . La ce distanță de baza planului inclinat se va opri sacul?

**1.5.75.** Un sac cu făină lunecă liber, fără viteză inițială, pe un plan inclinat de unghi  $\alpha = 60^\circ$ . Planul inclinat continuă cu un plan orizontal unde coeficientul de frecare este  $\mu = 0,70$ . Unde se va opri sacul?

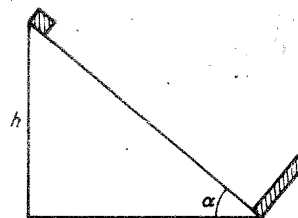


Fig. 1.5.76

**1.5.76.** Un corp alunecă liber de la o înălțime  $h = 9,8$  m pe un plan inclinat de unghi  $\alpha = 45^\circ$  cu coeficientul de frecare la alunecare  $\mu = 0,20$ . La baza planului corpul se ciocnește elastic cu un perete așezat perpendicular pe planul inclinat (fig. 1.5.76). La ce înălțime va urca acel corp?

Cît timp va dura mișcarea pînă la oprirea definitivă a corpului (neglijind timpurile de ciocnire)?

**1.5.77.** Un corp mic alunecă liber fără frecări pe un plan inclinat de lungime  $l = 16$  cm și unghi de inclinare  $\alpha = 30^\circ$ . După părăsirea planului inclinat corpul cade pe un plan orizontal fără frecări situat cu  $h = 20$  cm mai jos de capătul inferior al planului inclinat. La ce înălțime maximă urcă acest corp după ciocnirea perfect elastică cu planul orizontal?

**1.5.78.** O bilă de masă  $m_1 = 100$  g, zburind orizontal cu viteza  $v_1 = 10$  m/s lovește perfect elastic o prismă echilaterală de masă  $m_2 = 0,50$  kg, aflată în repaus pe o masă orizontală netedă (fig. 1.5.78). După ciocnire bila zboară vertical în sus. Să se afle vitezele corpurilor după ciocnire.

**1.5.79.** O bilă de masă  $m = 2,0$  kg lovește orizontal, perfect elastic un plan inclinat de masă  $M = 9,8$  kg și ricoșează vertical în sus. La ce înălțime se ridică bila, dacă planul inclinat capătă după lovire viteza  $v' = 2,0$  m/s?

**1.5.80.** O bilă cade liber de la o înălțime  $H = 10,0$  m. La înălțimea  $h = 6,0$  m ea lovește absolut elastic o placă fixă inclinată sub unghiul  $\alpha = 30^\circ$  față de orizontală. La ce înălțime față de placă se ridică bila după ciocnire?

**1.5.81.** Pe un plan inclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  cade vertical, fără viteză inițială, de la o înălțime  $h = 1,0$  m, o bilă. Considerind ciocnirea perfect elastică, să se afle la ce depărtare pe planul inclinat va lovi bila a doua oară planul.

**1.5.82.** Două bile sînt azvîrlite orizontal cu aceeași viteză peste un plan inclinat, scurt. Prima bilă lovește planul perfect elastic, iar a doua inelastic (doar componenta normală a vitezei se anulează). Ce unghi trebuie să aibă planul pentru ca bilele să cadă la aceeași distanță de plan?

**1.5.83.** O bilă lovește perfect elastic, cu viteza  $v_1 = 2,0$  m/s sub un unghi de incidență  $\alpha = 60^\circ$ , un perete de masă mare care se mișcă spre bilă, cu viteza  $v_2 = 1,00$  m/s, sub unghiul  $\beta = 30^\circ$  față de normala sa. Să se afle unghiul de reflexie și viteza bilei după ciocnire (Se rezolvă întii în S.C. legat de perete.)

MOMENTUL FORȚEI MOMENTUL CINETIC

1.6.1. Ce forță trebuie aplicată la capătul unei țevi de greutate  $G = 2,0 \text{ kN}$  pentru a ridica acest capăt?

1.6.2. Două conductoare sînt fixate pe cele două izolatoare din figura 1.6.2. Cînd conductoarele sînt întinse, unul din cîrlige se va răsuci. Care din ele este fabricat incorect?

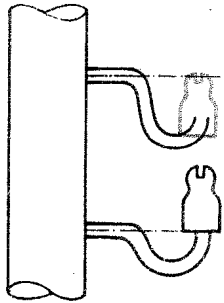


Fig. 1.6.2

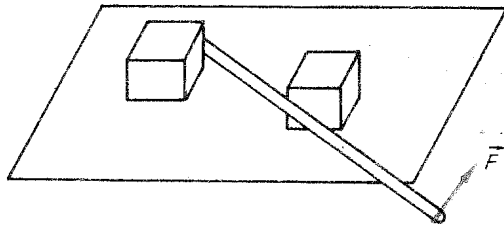


Fig. 1.6.3

1.6.3. Două lăzi identice, așezate pe un plan orizontal, sînt deplasate cu ajutorul unei tije ca în figura 1.6.3. Care din lăzi se va deplasa?

1.6.4. Cu ce forță este comprimată o scindură într-o menghină, dacă pasul șurubului menghinii este  $h = 1,0 \text{ cm}$ , lungimea minerului  $R = 20 \text{ cm}$  și forța de la capătul minerului  $F = 10 \text{ N}$ ? Se neglijează frecările.

1.6.5. Un șurub este suspendat pe un fir ca în figura 1.6.5. Dacă tăiem șurubul după planul buclei firului, vor fi egale greutatețile celor două părți obținute?

1.6.6. Vrem să cîntărim pe un cîntar cu platformă, de 10 t, un camion care a fost încărcat peste 10 t. Cum să procedăm?

1.6.7. Cum se va mișca barca dacă mișcăm vislele în sensuri opuse?

1.6.8. O ladă cu dimensiunile  $a = 1,00 \text{ m}$  și  $b = 2,00 \text{ m}$  este tîrîtă orizontal uniform cu o forță  $F$  sub unghiul  $\alpha$  față de orizontală, ca în figura 1.6.8. Coeficientul de frecare la alunecare este  $\mu = 0,40$ . Pentru ce unghi  $\alpha$  lada începe să se ridice?

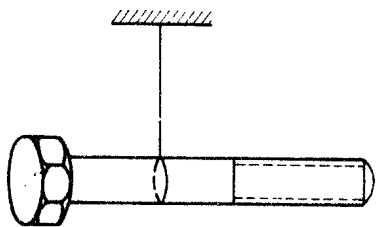


Fig. 1.6.5

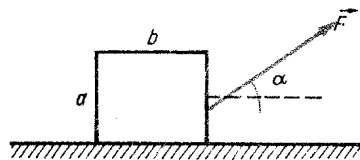


Fig. 1.6.8

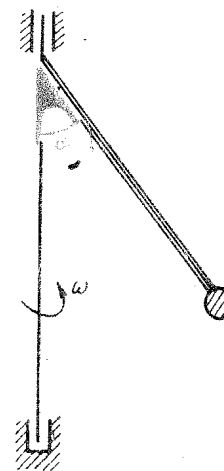


Fig. 1.6.9

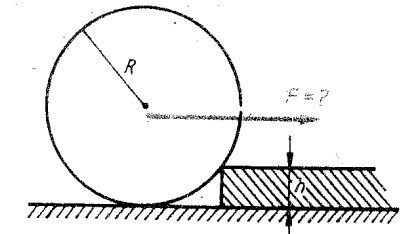


Fig. 1.6.12

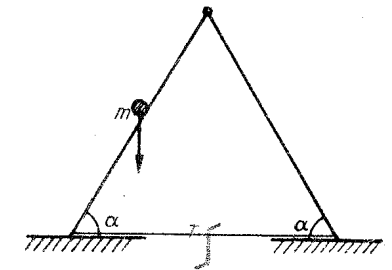


Fig. 1.6.13

1.6.9. O tijă subțire rigidă de lungime  $l = 0,50 \text{ m}$  este prinsă rigid, sub un unghi  $\alpha = 30^\circ$ , de un ax vertical. La capătul tijeii este prinsă o bilă de masă  $m = 100 \text{ g}$  (fig. 1.6.9). Sistemul se rotește cu turația  $n = 60 \text{ rot/min}$ . Să se calculeze reacțiunea bilei asupra tijeii și momentul reacțiunii față de punctul de fixare de ax.

Pentru ce perioadă de rotație acest moment este nul?

1.6.10. La ce viteză un automobil care virează cu raza  $R = 130 \text{ m}$  se poate răsturna, dacă centrul său de greutate este la înălțimea  $h = 1,00 \text{ m}$ , iar distanța dintre roți  $d = 1,5 \text{ m}$ ?

1.6.11. O scară uniformă de masă  $m = 4,0 \text{ kg}$  este sprijinită de un perete absolut neted (fără frecări), capătul inferior fiind așezat pe o podea cu frecări. Unghiul de înclinare al scării față de orizontală  $\alpha = 45^\circ$ . Ce forță se exercită asupra capătului inferior al scării și sub ce unghi față de orizontală?

1.6.12. Ce valoare minimă trebuie să aibă forța orizontală  $F$  aplicată axului roții, de masă  $m = 10 \text{ kg}$  și rază  $R = 50 \text{ cm}$ , pentru ca roata să urce treapta (pragul) de înălțime  $h = 10 \text{ cm}$  (fig. 1.6.12)?

1.6.13. Pe o scară dublă foarte ușoară (de masă negliabilă) articulată sus și legată printr-un fir la capetele inferioare, se suie un om de masă  $m = 60 \text{ kg}$  pînă la mijlocul scării. Să se afle tensiunea din fir, neglijînd toate frecările. Unghiul format de fiecare latură cu podeaua  $\alpha = 60^\circ$  (fig. 1.6.13).

1.6.14. O scară neuniformă de lungime  $l = 2,0 \text{ m}$  poate sta în echilibru sprijinită de un perete vertical pînă la un unghi maxim  $\alpha = 45^\circ$ , format cu podeaua. Știînd coeficientul de frecare la alunecare cu peretele și podeaua  $\mu = 1/\sqrt{3}$ , să se afle înălțimea la care se află centrul de masă al scării.

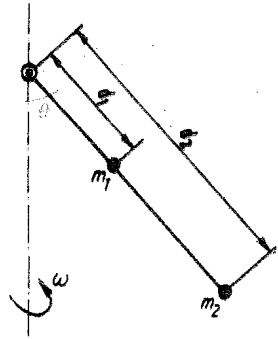


Fig. 1.6.15

1.6.15. Pe o tijă de masă neglijabilă sînt fixate două bile de mase  $m_1 = 200$  g,  $m_2 = 100$  g la distanțele  $d_1 = 20$  cm,  $d_2 = 50$  cm, ca în figura 1.6.15. Tijă se rotește cu viteza unghiulară  $\omega = 1,28$  rad/s în jurul axei verticale trecînd printr-o articulație la capătul superior al tijei. Să se afle unghiul de deviere a tijei.

1.6.16. O tijă subțire de masă neglijabilă are la capete două corpuri de mase  $m_1 = 1,00$  kg și  $m_2 = 3,00$  kg. Tijă este sprijinită la mijloc pe un reazem. Inițial tijă este ținută în poziție orizontală, apoi se lasă liberă. Să se afle apăsarea exercitată de tijă pe reazem *imediat* ce tijă este lăsată liber (fig. 1.6.16).

1.6.17. O scîndură omogenă de masă  $m$  și lungime  $l$  este așezată pe o masă orizontală cu coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$ . La un capăt al scîndurii se aplică o forță orizontală  $F$ , perpendiculară pe scîndură. Care este valoarea minimă a forței  $F$  necesară pentru ca scîndura să se rotească și în jurul cărui punct se va roti atunci scîndura?

1.6.18. O sîrmă de oțel fixată la un capăt, fiind răsucită la celălalt capăt cu unghiul  $\theta$ , generează un cuplu de forțe elastice cu momentul  $M = C\theta$ , unde  $C$  este constanta de torsiune. Din această sîrmă se confecționează un resort spiralat de rază  $R$  și cu pasul mic ( $h \ll R$ ). Să se calculeze constanta elastică a resortului obținut.

1.6.19. Să se calculeze momentul cinetic orbital al Lunii și Pămîntului. Se dau masele:  $M_L = 7,3 \cdot 10^{22}$  kg,  $M_P = 6,0 \cdot 10^{24}$  kg, distanțele:  $R_{PL} = 384\,000$  km,  $R_{PS} = 150 \cdot 10^6$  km și vitezele orbitale:  $v_L = 1,0$  km/s,  $v_P = 30$  km/s.

1.6.20. La un satelit artificial al Pămîntului distanța minimă a traiectoriei (perigeu) este la altitudinea  $h_{min} = 600$  km și cea maximă (apogeu) la  $h_{max} = 7\,600$  km. Care este raportul vitezelor la apogeu și perigeu? (Raza Pămîntului  $R = 6400$  km.)

1.6.21. O particulă este aruncată oblic în câmpul gravitațional terestru (în vid) cu viteza  $\vec{v}_0$  sub unghiul  $\alpha_0$  față de orizontală. Care este momentul forței și momentul cinetic față de punctul de lansare? Să se verifice că  $\vec{M} = d\vec{L}/dt$ .

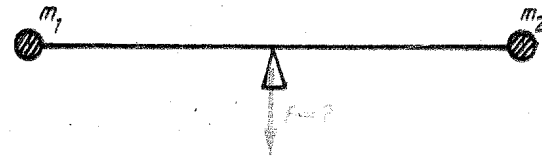


Fig. 1.6.16

1.7.1. Ce fel de mișcare descriu părțile componente ale bicicletei față de cadrul său? (Se consideră cazul cînd bicicleta se mișcă rectiliniu și uniform.)

1.7.2. Care punct al roților unui tractor aflat în mișcare uniformă se deplasează cu o viteză periferică mai mare? Cel de la periferia roții din spate ori cel de la periferia roții din față? Care din aceste puncte descriu un număr mai mic de rotații într-un minut? Există vreun punct al roților care nu se mișcă față de tractor?

1.7.3. Se știe că Luna execută o mișcare de revoluție în jurul Pămîntului. Cum se explică faptul că este vizibilă numai o anumită parte a Lunii pe cînd cealaltă parte nu?

1.7.4. Una din condițiile funcționării corecte a unui magnetofon este aceea ca viteza de deplasare a benzii să fie riguros constantă. Ce mișcări execută punctele rozelor pe care se înfășoară, respectiv pe care se desfășoară banda?

1.7.5. În tehnica turnării unei piese cu forme rotunde se toarnă metalul topit în forme care sînt supuse unei mișcări de rotație. Să se explice de ce piesele turnate prin acest procedeu sînt compacte și reproduc cele mai mici detalii ale pereților formeii.

1.7.6. Cum s-ar modifica indicația unui dinamometru de care atîrnă un corp oarecare aflat la suprafața Pămîntului (de exemplu la Ecuator), dacă Pămîntul s-ar roti mai repede în jurul axei sale?

1.7.7. Tijă unui pendul este supusă unei forțe de întindere constantă în tot timpul în care acesta descrie o oscilație? De ce?

1.7.8. De ce la viraje șoferul sau biciclistul micșorează viteza?

1.7.9. Se obișnuiește ca pentru a deosebi un ou fiert de unul crud să se așeze oul pe masă și să i se dea o mișcare de rotație. Oul fiert se rotește un timp mai îndelungat decît cel crud. Cum se explică acest fapt?

1.7.10. De ce o monedă, un cerc, o roată, se rostogolesc în plan vertical, putînd parcurge distanțe mari fără să cadă?

1.7.11. Pentru ce atunci cînd se imprimă o mișcare de rotație unui lanț cu chei ori unei sfiri de care este legată o piatră, așa încît să se înfășoare pe un deget, viteza de rotație crește?

1.7.12. Dacă un patinator execută o piruetă stringîndu-și brațele lingă corp și mărîndu-și viteza de rotație, energia sa cinetică se mărește? De ce?

1.7.13. De ce un șut puternic nu trimite totuși mingea prea departe dacă piciorul n-a lovit balonul central, făcînd-o în schimb să se învîrtească foarte repede?

1.7.14. Pentru ce o monedă căreia i se imprimă o mișcare de rotație suficient de rapidă în jurul unui diametru vertical se rotește un timp îndelungat și nu cade?

1.7.15. Un disc execută o mișcare uniformă de rotație în jurul axului său central. Un punct de la periferia discului se deplasează cu  $v = 1,2$  m/s

iar un alt punct situat la distanța  $r = 0,125$  m de ax se deplasează cu  $v' = 0,4$  m/s. Calculați:

- raza  $R$  a discului;
- viteza unghiulară;
- acceleerațiile normale (centripete) ale celor două puncte.

**1.7.16.** O placă plană  $ABCD$  are dimensiunile  $1,2 \times 2,4$  m. Placa se rotește uniform în planul său în jurul unui ax ce trece prin  $A$  făcând  $n = 60$  rotații într-un minut. Calculați vitezele unghiulare și liniare, precum și acceleerațiile punctelor  $B, C, D$  și a centrului  $O$  al plăcii. Figurați vectorii viteze și acceleerație pentru punctele indicate.

**1.7.17.** Peste un scripete fix de rază  $R$  și masă  $M$  este trecută o sfoară, iar la capetele ei sînt prinse două mase  $m_1$  și  $m_2$ . Să se afle:

- acceleerația corpurilor  $m_1$  și  $m_2$ ;
- acceleerația unghiulară a scripetelui;
- tensiunile din fire;
- efortul din punctul de sprijin al scripetelui.

**1.7.18.** O roată care se învîrtește cu turația 1500 rot/min, se oprește prin frinare după 30 s mișcîndu-se cu acceleerația unghiulară constantă. Să se găsească acceleerația unghiulară și numărul de rotații efectuate pînă la oprire.

**1.7.19.** Un corp începe să se rotească cu o acceleerație unghiulară constantă de  $0,04$  s<sup>-2</sup>. După cît timp de la începerea mișcării acceleerația totală a unui punct oarecare al corpului poate fi orientată sub unghiul de  $76^\circ$  față de viteza aceluiasi punct?

**1.7.20.** Doi cilindri, unul gol și celălalt plin, au același moment de inerție și aceeași viteză liniară, dar raze diferite. Știind că cel gol are masa de 1 kg și momentul cinetic  $0,4$  kg · m · s<sup>-2</sup>, iar cel plin are momentul cinetic  $0,6$  kg · m · s<sup>-2</sup>, să se calculeze masa cilindrului plin.

**1.7.21.** Momentul de inerție al unui cilindru plin, omogen, în raport cu axul său este  $I = 1/2 MR^2$ . Să se calculeze momentul de inerție al unui cilindru plin de platină cu raza  $R = 2$  cm, înălțimea  $h = 2$  cm și  $\rho = 21,5 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>.

**1.7.22.** Două corpuri cu masele  $m_1$  și  $m_2$  sînt legate de capetele unui fir care trece peste un scripete cu masa  $M$  și cu momentul de inerție  $I$  (fig. 1.7.22). Se consideră că firul nu alunecă pe scripete. Să se calculeze:

- acceleerația corpurilor;
- tensiunea în fir și efortul în suportul scripetelui.

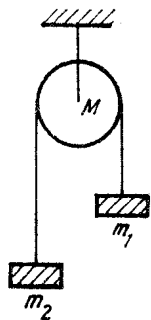


Fig. 1.7.22

**1.7.23.** Un cilindru omogen de rază  $R$  se rotește, fără alunecare, pe un plan inclinat cu unghiul  $\alpha$  față de orizontală. Cilindrul este lăsat liber de la înălțimea  $h$  ( $h > R$ ). Viteza inițială a cilindrului este nulă. Să se calculeze:

- Viteza centrului de masă și viteza unghiulară de rotație a cilindrului în momentul cînd acesta atinge planul orizontal;
- forța de frecare a cilindrului pe plan;
- coeficientul de frecare  $\mu$  pentru care cilindrul se poate rostogoli fără alunecare, pe planul inclinat.

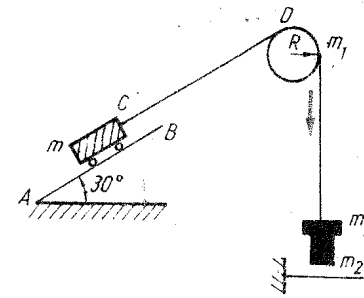


Fig. 1.7.25

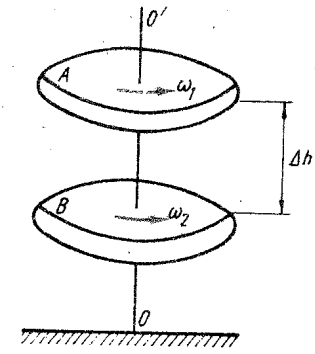


Fig. 1.7.27

**1.7.24.** O roată sub forma unui disc cu masa  $M = 8$  kg și  $R = 30$  cm se află în repaus. Să se calculeze:

- Lucrul mecanic necesar pentru a aduce roata în mișcare de rotație cu  $\omega = 10$  rad/s<sup>-1</sup>;
- lucrul mecanic cheltuit dacă discul ar fi avut o grosime mai mică dar o rază de 2 ori mai mare, masa rămînd aceeași.

**1.7.25.** Scripetele unei mașini Atwood are o masă  $m_1 = 10$  g și  $R = 10$  cm. Cei doi cilindri suspenși de capetele firului trecut peste scripete au fiecare o masă  $m_2 = 50$  g. Pe cilindrul de pe platformă se așază o suprasarcină de masă  $m_3 = 10$  g. Masa firului este neglijabilă.

- Sistemul este pus în mișcare făcînd să cadă platforma. Care va fi viteza unghiulară a scripetelui în momentul în care cilindrul care poartă suprasarcina a parcurs o distanță  $S = 1$  m? Se va rezolva problema neglijînd la început masa scripetelui, apoi țînd seama de ea.
- Se înlocuiește al doilea cilindru cu un cărucior mobil care urcă fără frecare pe un plan  $AB$ , inclinat cu un unghi  $\alpha = 30^\circ$  față de orizontală (fig. 1.7.25). Căruciorul are o masă  $m = 50$  g și firul  $CD$  care îl trage are mereu aceeași direcție paralelă cu  $AB$  în planul scripetelui. Să se răspundă la aceleași întrebări ca la punctul  $a$ .

**1.7.26.** Un cilindru omogen de masă  $M$  și rază  $R$  este mobil în jurul axei sale situată orizontal. Cilindrul este pus în mișcare cu ajutorul unui fir, de diametru și masă neglijabile, înfășurat regulat pe cilindru, fixat la un capăt într-un punct de la margine și avînd la celălalt capăt un corp de masă  $m$  supus acțiunii gravitației. Neglijînd frecările să se calculeze:

- După cît timp turația cilindrului va fi de  $0$  rot/s, sistemul plecînd din repaus ( $R = 10$  cm,  $M = 25$  kg și  $m = 20$  g);
- relația dintre  $M$  și  $m$  pentru ca acceleerația corpului de masă  $m$  să fie  $1/10$  din  $g$ .

**1.7.27.** Două discuri identice se rotesc în jurul axei verticale  $OO'$  cu viteze unghiulare  $\omega_1$  și  $\omega_2$  (fig. 1.7.27). Discul  $A$  cade încet pe discul  $B$ . Viteza pe verticală a discului  $A$  cînd ajunge pe  $B$  se consideră nulă. Diferența  $\Delta h$  între discuri se neglijează. Din momentul atingerii discurilor ele se rotesc împreună datorită coeficientului mare de frecare între suprafețele lor. Se cere:

- Viteza unghiulară  $\omega$  cu care discurile se rotesc împreună și variația de energie cinetică a discurilor;
- să se compare cu ciocnirea neelastică a două corpuri de mase egale.

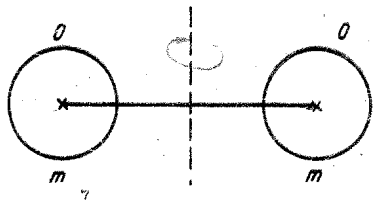


Fig. 1.7.28

1.7.28. Molecula de oxigen are o masă totală de  $5,30 \cdot 10^{-26}$  kg și un moment de inerție de  $1,94 \cdot 10^{-46}$  kg  $\cdot$  m<sup>2</sup> în jurul unei axe perpendiculare pe mijlocul distanței dintre atomi (fig. 1.7.28). Să presupunem că o astfel de moleculă are o viteză medie de 500 m/s și că energia cinetică de rotație este egală cu 2/3 din energia sa cinetică de translație. Să se afle viteza unghiulară medie a moleculii.

1.7.29. Un cerc cu raza de 3 m are masa de 150 kg. Cercul se rostogolește pe o podea orizontală astfel încât centrul său de masă are o viteză de 0,10 m/s. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a opri cercul din mișcarea sa?

1.7.30. Se presupune că Pământul este o sferă de densitate uniformă.  
a) Care este energia sa cinetică de rotație ( $R_p = 6,4 \cdot 10^3$  km și  $M_p = 6 \cdot 10^{24}$  kg);

b) să presupunem că această energie ar fi utilizată de om. Cit timp ar putea Pământul furniza o putere de 1 kW fiecăreia din cele  $3,5 \cdot 10^9$  persoane de pe Pământ ( $I = \frac{2}{5} MR^2$ )?

1.7.31. Motorul unui automobil, rotindu-se cu o turație de 1800 rot/min dezvoltă o putere de 100 CP. Care este valoarea momentului dezvoltat de acest motor?

## CAPITOLUL 8

### ECHILIBRUL MECANIC AL CORPURILOR

1.8.1. De ce ne este mai greu să tragem o sanie sau un cărucior când sfoara este mai scurtă? De ce ne este, de asemenea, greu să tragem când ținem mâna prea sus?

1.8.2. Când trebuie să fie mai rezistentă sfoara care susține un tablou? Când este mai lungă, sau când este mai scurtă?

1.8.3. Un biciclist pune bicicleta în mișcare, apăsând pedala cu piciorul. De ce când piciorul și pedala sînt în poziția din figura 1.8.3, a bicicleta se pune mai ușor în mișcare decît cînd sînt în poziția din figura 1.8.3, b? În ce poziție a pedalei apăsarea piciorului nu determină nici o mișcare?

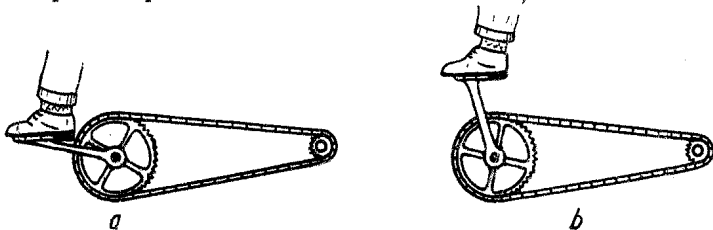


Fig. 1.8.3

1.8.4. De ce putem desface șuruburile mai ușor cu o șurubelniță care are minerul gros decît cu o șurubelniță cu miner subțire?

1.8.5. Se schimbă poziția centrului de greutate al unui creion dacă folosim 5 cm din el? În ce direcție se deplasează și cu cît?

1.8.6. De ce ne este mult mai greu să mergem pe un fir decît pe o șină?

1.8.7. Două camioane identice, se încarcă, unul cu baloturi de bumbac iar altul cu saci cu grâu. Încărcătura celor două camioane are aceeași masă. Care din cele două camioane are stabilitate mai mare?

1.8.8. Pentru ce cînd vrem să ne ridicăm de pe scaun este neapărat necesar să ne aplecăm înainte? De ce omul care poartă un corp greu în spate se apleacă înainte?

1.8.9. Care corp alunecă, ajungînd cu o viteză mai mare la baza unui plan înclinat: unul mai greu sau unul mai ușor (Coeficientul de frecare este același iar corpurile pleacă din același punct al planului)?

1.8.10. Într-un punct A acționează două forțe  $F_1 = 16$  N și  $F_2 = 4$  N, ale căror direcții fac unghiul  $\alpha = 60^\circ$ . Să se calculeze valoarea rezultantei R a acestor forțe.

1.8.11. Să se calculeze valoarea rezultantei a trei forțe egale,  $F_1 = F_2 = F_3$ , aplicate în același punct, care formează între ele unghiuri de  $120^\circ$ .

1.8.12. Două forțe egale  $F_1$  și  $F_2$  care formează între ele unghiul  $\alpha_1 = 90^\circ$  sînt aplicate unui corp. Sub ce unghi trebuie aplicate aceluiași corp, și în planul primelor două forțe, alte două forțe egale  $F_3$  și  $F_4$ , pentru ca acel corp să fie în echilibru?

1.8.13. Un corp de greutate G se află pe un plan înclinat cu unghiul  $\alpha$  față de orizontală. Se cer:

a) componentele greutății: în lungul planului și normală pe plan;

b) unghiul planului pentru care componenta normală a greutății este de două ori mai mare decît componenta în lungul planului. Se dau  $G = 200$  N,  $\alpha = 30^\circ$ .

1.8.14. Un corp poate fi menținut în echilibru pe un plan înclinat cu forța  $F_1 = 3$  N paralelă cu planul sau cu forța  $F_2 = 5$  N orizontală. Știînd că între corp și plan nu există frecări să se afle:

a) greutatea corpului;

b) unghiul format de plan cu direcția orizontală;

c) reacțiunea normală a planului în cele două cazuri.

1.8.15. O scindură de greutate G este fixată pe un perete vertical, prin apăsare, cu o forță F care face unghiul  $\alpha$  cu orizontala. Coeficientul de frecare între scindură și perete este  $\mu$ . Să se stabilească între ce limite poate varia valoarea forței F pentru ca scindura să rămînă în echilibru pe perete.

1.8.16. O placă pătrată de masă  $m = 20$  kg presupusă omogenă este suspendată în poziție orizontală cu ajutorul a patru fire de lungime  $l = 2$  m. Diagonala pătratului fiind  $d = 2\sqrt{3}$  m să se determine valorile tensiunilor ce se exercită în firele suspendate în același punct.

1.8.17. Un corp de masă m se află pe o suprafață orizontală pe care se poate deplasa fără frecare. Corpul este legat printr-un resort orizontal cu constanta elastică k. Lungimea resortului în stare netensionată este  $x_0$ . Începînd cu momentul  $t_0 = 0$  asupra corpului acționează forța constantă F.

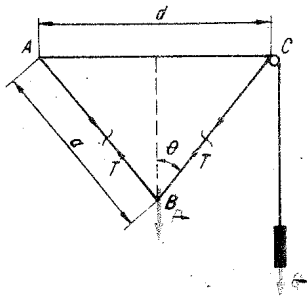


Fig. 1.8.19

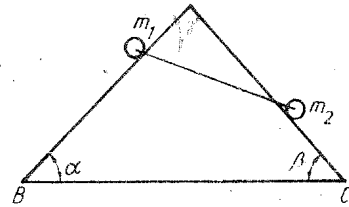


Fig. 1.8.21

Să se calculeze:

- deplasarea maximă de la poziția de echilibru sub acțiunea forței  $F$ ;
- deplasarea maximă de la poziția de echilibru dacă forța  $F$  crește foarte încet de la zero la valoarea  $F$ .

**1.8.18.** O riglă de un metru este în echilibru pe muchia unui cuțit în dreptul diviziunii 50 cm. Dacă două monede sînt lipite pe diviziunea 12 cm, rigla astfel încărcată este în echilibru în dreptul diviziunii 45,5 cm. O monedă are masa de 5 g. Care este masa riglei?

**1.8.19.** Un fir legat în  $A$  poartă o greutate  $P$  în  $B$ , trece în  $C$  peste un scripete și este întins de o greutate  $Q$  la capătul său liber. Greutatea  $P$  aflîndu-se pe perpendiculara ridicată pe mijlocul segmentului  $AC$ , să se determine raportul între  $P$  și  $Q$  cînd sistemul se află în echilibru (fig. 1.8.19).

**1.8.20.** Pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 45^\circ$  față de orizontală se află un corp cu greutatea  $G = 490$  N. Corpul este tras în sus de o forță  $Q$ , care face cu planul înclinat unghiul  $\beta = 30^\circ$ . Cunoscînd coeficientul de frecare dintre corp și plan  $\mu = 0,27$  se cere:

- între ce limite variază  $Q$  pentru a menține corpul în echilibru?
- forța maximă de apăsare pe plan;
- forța de frecare maximă.

**1.8.21.** Un cadru rigid de sîrmă în formă de triunghi,  $ABC$ , este așezat într-un plan vertical. Pe laturile  $AB$  și  $AC$  ale triunghiului alunecă fără frecare două bile de mase  $m_1$  și  $m_2$  legate între ele printr-un fir (fig. 1.8.21). Firul este mai mic decît latura  $BC$ . Să se determine:

- unghiul  $\gamma$  format de fir cu latura  $AB$ , în cazul echilibrului;
- tensiunea din fir în acest caz. Aplicație numerică  $m_1 = 1$  kg;  $m_2 = 2$  kg;  $\alpha = \beta = 45^\circ$ .

**1.8.22.** Un fir este suspendat în două puncte  $A$  și  $B$ . Pe el poate aluneca fără frecare un inel de greutate  $G$ , de care e prins un alt fir, care trece peste un cui  $D$  (fig. 1.8.22). De capătul firului atîrnă un corp de greutate  $P$ .

- Se cere greutatea  $P$  pentru ca firul să se așeze sub unghi drept formînd cu orizontala unghiul  $\alpha$  în  $A$  și unghiul  $(90 - \alpha)$  în  $B$ ;
- se presupune că cele două porțiuni de fir  $AC$  și  $BC$  sînt legate separat de punctul  $C$ . În acest caz nu mai este necesar corpul de greutate  $P$ . Se cer tensiunile  $T_1$  în  $AC$  și  $T_2$  în  $BC$ .

**1.8.23.** Două fire identice ( $AB$ ) sînt ținute sub unghiul  $\alpha$  prin firul desenat punctat, de care atîrnă, la capete, corpurile de greutate  $G$  și care trece prin

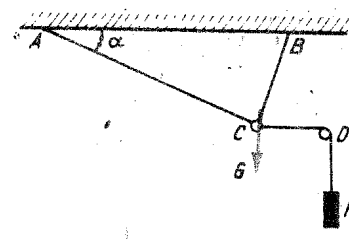


Fig. 1.8.22

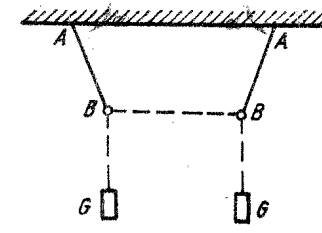


Fig. 1.8.23

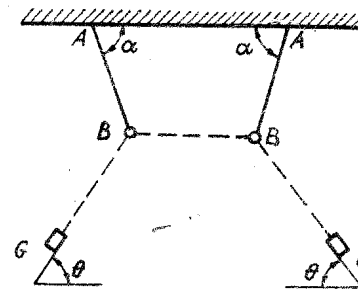


Fig. 1.8.24

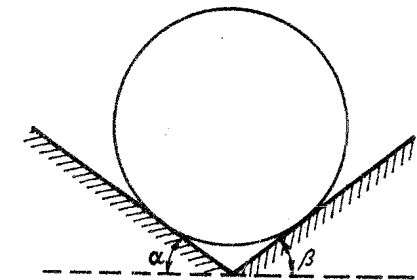


Fig. 1.8.25

doiă inele, fără greutate proprie,  $B$ . Să se determine unghiul  $\alpha$ ; discuție. Să se rezolve aceeași problemă presupunînd că inelele au greutatea  $P$  (fig. 1.8.23).

**1.8.24.** Două pendule identice  $AB$  sînt ținute sub unghiul  $\alpha$  cu ajutorul firului, (desenat punctat în fig. 1.8.24), care are la capete două corpuri, fiecare de greutate  $G$ . Firul trece prin inelele  $B$  de greutate  $P$  iar corpurile de greutate  $G$  sînt situate pe plane înclinate sub unghiul  $\theta$ . Se cere unghiul  $\alpha$  și tensiunea  $T$  în firul pendulelor.

**1.8.25.** O sferă cu masă de 5 kg se sprijină pe două suprafețe netede,  $\mu = 0$ , formînd cu orizontala unghiurile  $\alpha = 35^\circ$  și  $\beta = 20^\circ$ , figura 1.8.25. Să se afle forțele cu care sfera apasă pe cele două suprafețe.

**1.8.26.** Fie o bară de greutate  $G$  și lungime  $l$ , ținută în echilibru sub unghiul de  $60^\circ$  de un fir pe care poate aluneca un corp de greutate  $P$  (fig. 1.8.26). Se cere  $P$  astfel încît firul să facă  $30^\circ$  cu orizontala.

**1.8.27.** Fie o bară  $BC$  de greutate  $G$  și lungime  $l$ , rezemată în  $A$ , (fig. 1.8.27). Se cere forța  $F$ , la echilibru, în funcție de  $BA = x$ .

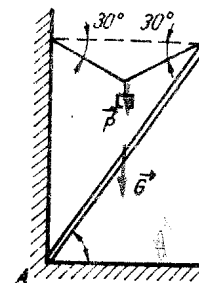


Fig. 1.8.26

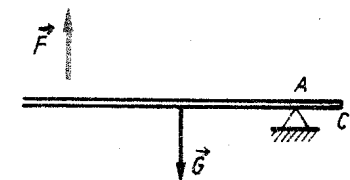


Fig. 1.8.27

1.8.28. O riglă omogenă  $AB$  este mobilă în jurul unei axe orizontale ce trece prin centrul său  $O$ . În punctul  $M$  aflat la jumătatea distanței  $AO$  se așază un corp cu greutatea  $G_1$  de 1 N. Ce forță,  $G_2$ , trebuie să acționeze la extremitatea  $B$  pentru a menține rigla orizontală?

1.8.29. Pentru a ridica roțile din față ale unui automobil trebuie să se aplice în mijlocul dreptei care unește axele roților o forță de 455 N. Aceeași operație asupra roților din spate necesită o forță de 345 N. Care este greutatea automobilului?

1.8.30. Un camion cu masa  $M = 6000$  kg se deplasează cu viteza  $v$  pe o șosea rectilinie. La intrarea pe un pod orizontal cu lungimea  $l = 120$  m, camionul este frinat astfel încât acesta se deplasează până la oprire pe pod în timpul  $t = 8$  s. Coeficientul de frecare pe pod este  $\mu = 0,25$ . Să se calculeze:

a) viteza camionului la intrarea pe pod;

b) forțele de apăsare exercitate de camion pe cele două capete de pod, după oprire. Se consideră  $g = 10$  m · s<sup>-1</sup>.

1.8.31. O bară omogenă de lungime  $l$  se sprijină în punctele  $A$  și  $B$ . Distanțele de la punctele  $A$  și  $B$  până la capetele barei sînt  $l_1$  și respectiv  $l_2$ . Greutatea barei este  $G$ . Să se calculeze reacțiunile  $F_1$  și  $F_2$  în punctele de sprijin.

1.8.32. Se consideră o bară  $AB$  rigidă și de greutate neglijabilă. Asupra barei acționează un sistem de forțe paralele:  $F_1 = 2$  N;  $F_2 = 1$  N,  $F_3 = 3$  N,  $F_4 = 4$  N,  $F_5 = 5$  N. Bara are lungimea  $AB = 6a$ . Să se calculeze forțele paralele  $F_A$  și  $F_B$  cu care trebuie acționat la capetele barei astfel încît aceasta să se afle în echilibru sub acțiunea sistemului format din cele șapte forțe.

1.8.33. O scară de lungime  $l = 6$  m și masă  $m_s = 50$  kg se sprijină pe un perete într-un punct situat la înălțimea  $h = 4,8$  m deasupra solului. Centrul de greutate al scării este la o treime de bază. Un om cu masa  $m = 80$  kg se urcă pînă la jumătatea scării.

a) Presupunind că între scară și perete nu există frecări, să se afle forța de frecare dintre scară și sol.

b) Coeficientul de frecare dintre sol și scară fiind  $\mu = 0,4$ , cît de sus se poate urca omul, fără ca scara să alunece ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>)?

1.8.34. O locomotivă avînd greutatea de  $12 \cdot 10^6$  N se oprește pe un pod cu deschiderea de 30 m. Dacă unul din picioarele podului suportă  $8 \cdot 10^6$  N să se calculeze la ce distanță de picioarele podului s-a oprit locomotiva.

1.8.35. Asupra unui corp acționează două forțe paralele  $F_1 = 20$  N și  $F_2 = 50$  N îndreptate în sens contrar. Să se găsească mărimea și punctul de aplicație al rezultantei, distanța dintre cele două forțe fiind de 75 cm.

1.8.36. Pîrghia unei balanțe are brațele neegale. Dacă se așază un obiect pe platanul din stînga el cîntărește 36 N iar dacă îl punem pe cel din dreapta obiectul cîntărește 39 N. Care este greutatea reală a obiectului (fig. 1.8.36)?

1.8.37. Trei muncitori transportă o grindă cu lungimea de 4 m și greutatea de 900 N. Unul o susține la un capăt iar ceilalți doi, prin intermediul unei bare, susțin celălalt capăt al grindei.

a) Să se determine distanța la care s-a așezat bara sub grindă știind că cei trei muncitori depun același efort.

b) Se sprijină capetele grindei pe doi pereți; la 1 m față de capătul din dreapta se atîrnă un corp cu greutatea de 2 kN. Care sînt forțele de apăsare pe pereți?

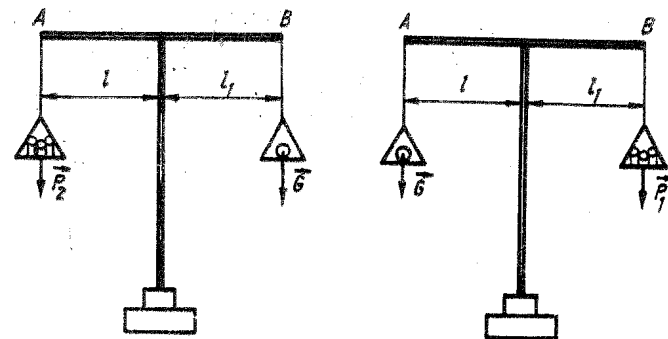


Fig. 1.8.36

1.8.38. Un stîlp vertical  $AB$  este tras sub un unghi  $\alpha$  cu un cablu de lungime constantă  $l$ . Forța cu care este tras este de asemenea constantă și egală cu  $F$  (fig. 1.8.38). Capătul  $D$  al cablului se află tot timpul pe orizontală. Să se afle în funcție de unghiul  $\alpha$  valoarea momentului forței  $F$  în raport cu punctul  $A$ . Pentru ce unghi  $\alpha'$  momentul forței este maxim?

1.8.39. O bară omogenă de lungime  $l = 2$  m are densitatea liniară de masă  $f_0 = 5$  kg/m. Bara este fixată și la capetele ei sînt suspendate masele  $m_1 = 4$  kg respectiv  $m_2 = 6$  kg. Să se determine punctul în care, suspendînd bara, aceasta rămîne orizontală.

1.8.40. O bară de lungime  $l = 0,7$  m este formată prin sudarea a două bucăți de lungimi egale și de mase  $m_1 = 10$  kg și respectiv  $m_2 = 20$  kg. Să se determine poziția centrului de greutate al barei.

1.8.41. O bară omogenă are greutatea  $G_0 = 40$  N și lungimea  $l = 2$  m. La capetele barei sînt așezate două corpuri de greutate  $G_1 = 60$  N și respectiv  $G_2 = 100$  N. Să se afle:

a) punctul unde trebuie sprijinită bara pentru a fi în echilibru orizontal;

b) legea de mișcare a corpului de greutate  $G_2$  astfel încît bara să rămînă orizontală dacă i se imprimă corpului de greutate  $G_1$  o mișcare uniformă cu viteza  $v_1$  spre punctul de suspensie ( $v_1 = 0,1$  m/s);

c) în ce moment echilibrul barei se modifică?

1.8.42. Patru bile de mase  $m_1 = 1$  kg,  $m_2 = 2$  kg,  $m_3 = 3$  kg și  $m_4 = 4$  kg sînt dispuse astfel încît centrele lor se află la distanțe egale  $d = 0,6$  m. Să se afle poziția centrului de masă al sistemului format de cele patru bile, dacă ele sînt dispuse:

a) în linie dreaptă,

b) în vîrfurile unui pătrat.

1.8.43. Dintr-un punct  $A$  situat la înălțimea  $h = 1280$  m față de Pămînt se lasă un corp să cadă liber. În același moment se lansează un corp identic cu primul, cu viteza inițială  $v_0 = 80$  m/s, în direcție orizontală.

a) Exprimați dependența de timp a poziției centrului de masă al sistemului format de cele două corpuri în timpul mișcării;

b) aflați traiectoria centrului de masă al sistemului.

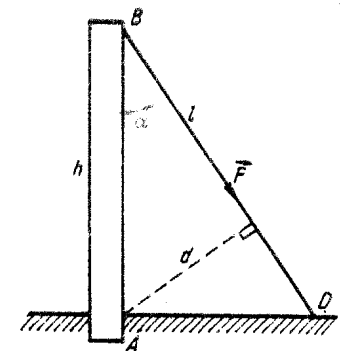


Fig. 1.8.38



1.8.44. La capetele unei bare cu lungimea de 12 m se găsesc două corpuri cu greutatea  $G_1 = 500$  N și  $G_2 = 700$  N. Corpurile se mișcă unul spre celălalt cu vitezele  $v_1 = 2$  cm/s și  $v_2 = 4$  cm/s. Neglijând greutatea barei să se determine:

- poziția centrului de masă al sistemului la începutul mișcării;
- poziția centrului de masă în momentul întâlnirii corpurilor;
- viteza cu care s-a deplasat centrul de masă.

1.8.45. Trei lucrători trebuie să ducă o placă pătrată, omogenă, de latură  $a$  și greutate  $3P$ , menținând planul său orizontal. Unul ține de vârful  $A$  ceilalți 2 țin de periferia plăcii plasându-se pe o perpendiculară la diagonala  $AC$  (fig. 1.8.45). Să se afle poziția celor doi lucrători care țin de periferie astfel încât toți trei să fie egali încărcăți.

1.8.46. Un disc circular de 5 mm grosime avind 80 cm diametru este suspendat de un fir într-un punct situat la 4 cm de centrul său (fig. 1.8.46). În ce poziție trebuie să se așeze pe acest disc un altul de 20 mm grosime, 20 cm diametru și din același material pentru ca sistemul de discuri să stea orizontal?

1.8.47. Care este poziția centrului de greutate al unei plăci omogene de forma și dimensiunile date în figura 1.8.47, dacă greutățile porțiunilor plăcii sînt proporționale cu suprafețele lor?

1.8.48. O bară de 20 cm lungime este formată din două bucăți egale de cupru și aluminiu. Care este poziția centrului de greutate al barei dacă secțiunea barei este constantă pe toată lungimea?

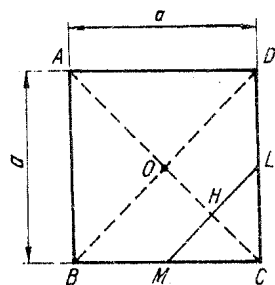


Fig. 1.8.45

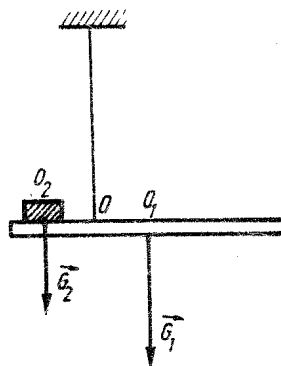


Fig. 1.8.46

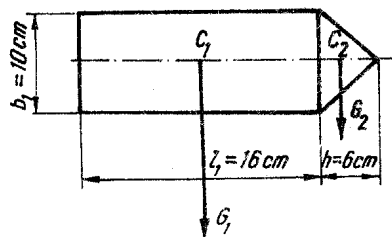


Fig. 1.8.47

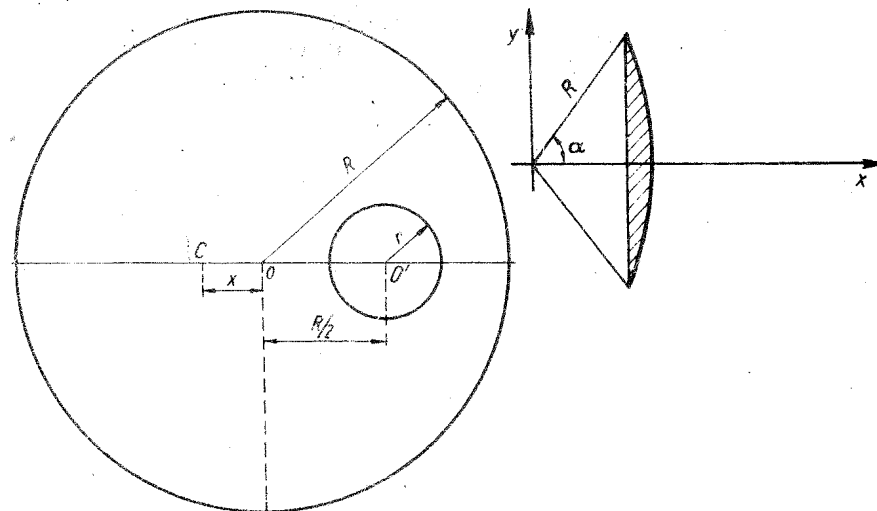


Fig. 1.8.49

Fig. 1.8.50

1.8.49. Într-un disc omogen de rază  $R$  se practică o deschidere sub forma unui cerc de rază  $r \ll R/2$  (fig. 1.8.49). Centrul  $O'$  al deschiderii se află la o distanță  $OO'$  egală cu  $R/2$  de centrul discului. Să se calculeze distanța  $x$  de la centrul  $O$  al discului la centrul de greutate  $C$  al corpului în funcție de razele  $r$  și  $R$ .

1.8.50. Să se determine poziția centrului de greutate al unui corp cu secțiunea de forma unui segment de cerc de rază  $R$  (fig. 1.8.50) avind unghiul la centru  $2\alpha$  radiani.

## CAPITOLUL 9

### MECANICA FLUIDELOR

#### STATICA FLUIDELOR

1.9.1. Presiunea este o mărime scalară, în timp ce forța care o determină este o mărime vectorială. Cum se explică aceasta? Exemplificați.

1.9.2. Avem trei vase, ca în figura 1.9.2, care au aceeași suprafață a bazei.

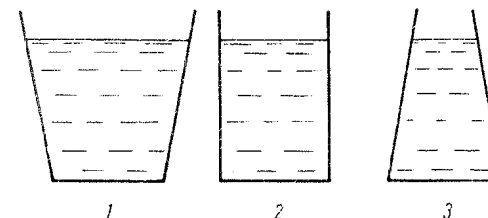


Fig. 1.9.2

a) Se toarnă în cele trei vase un lichid, până la aceeași înălțime. Cântărind lichidele din fiecare vas, se constată că ele au mase diferite. Presiunea la baza vasului va fi diferită sau nu? Explicați.

b) Dacă în cele trei vase se toarnă lichide diferite cu densitățile  $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$ , până la aceeași înălțime, greutatea lichidelor vor fi diferite. Cum va fi presiunea la baza fiecărui vas?

**1.9.3.** Un vas cilindric cu raza  $R = 5$  cm și înălțimea  $h = 60$  cm se umple cu apă. Să se determine forța de apăsare exercitată de apă:

- la baza cilindrului;
- pe suprafața laterală a cilindrului.

**1.9.4.** La baza unui cilindru se află un piston cu masa  $M = 2$  kg și raza  $R = 5$  cm, care se poate mișca în cilindru fără frecare. În mijlocul pistonului se taie un orificiu cu raza  $r = 1$  cm, de care se sudează o țevă. Prin aceasta se toarnă 1 kg de apă (fig. 1.9.4). La ce înălțime  $h$  față de baza cilindrului se ridică pistonul?

**1.9.5.** Cu ajutorul unui manometru în formă de U, cu capetele deschise și cu diametrele ramurilor diferite, se măsoară presiunea dintr-o incintă. Legindu-se la incintă ramura cu diametrul mai mic manometrul indică o presiune  $p = H - \rho gh$ . Ce presiune va indica manometrul dacă se cuplează la incintă ramura de diametru mai mare? Trebuie recalibrat manometrul, sau nu?

**1.9.6.** Cu un manometru în formă de U se măsoară presiunea dintr-o incintă. Diferența de nivel a lichidului din cele două ramuri,  $A$  și  $B$ , este  $h$ , iar lungimea coloanei de lichid din ramura  $B$  este  $L_0 = 17,07$  cm (fig. 1.9.6). Se înclină ramura  $B$  cu un unghi  $\alpha = 45^\circ$  față de orizontală. Să se determine:

- presiunea din incintă;
- lungimea coloanei de lichid din ramura  $B$ ;
- presiunea din incintă și lungimea coloanei de lichid din ramura  $B$ , dacă aceasta se află în poziție orizontală.

**1.9.7.** Într-un tub vertical în formă de U se introduce un lichid omogen, a cărui coloană are lungimea  $l$ . Printr-un mijloc oarecare se dezechilibrează lichidul din tub. Să se calculeze perioada micilor oscilații ale lichidului din tub, dacă se neglijează forțele de frecare și forțele capilare.

**1.9.8.** Să se calculeze lucrul mecanic consumat pentru a ridica pistonul mare al unei prese hidraulice pe distanța  $l_1 = 0,7$  m, dacă raportul diame-

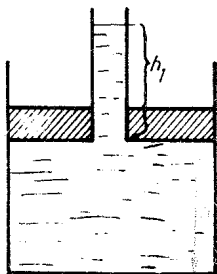


Fig. 1.9.4

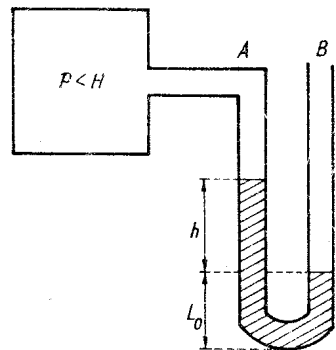


Fig. 1.9.6

trilor pistoanelor este  $d_1/d = 10$ , iar pistonul mic este acționat de o pârghie la care unul din brațe este de  $n = 5$  ori mai mare decât celălalt. Forța care acționează brațul mare este de 600 N, iar randamentul preseii hidraulice de 70 %.

**1.9.9.** Cu ajutorul unei prese hidraulice trebuie să comprimăm un corp cu o forță  $F_1 = 10^6$  N. Dacă raportul suprafețelor pistoanelor este  $S_1/S = 10$ , puterea consumată de 5 kW, cu un randament de 70 %, iar pistonul mic coboară cu  $l = 10$  cm la o apăsare, să se calculeze frecvența apăsărilor pe acest piston.

**1.9.10.** Într-un vas cilindric se toarnă mercur, după care se toarnă apă, astfel încât greutatea celor două lichide să fie egale. Înălțimea pe care o au cele două lichide în vasul cilindric este de  $h = 14,6$  cm. Să se determine presiunea pe care o exercită cele două lichide la baza vasului cilindric, dacă se dă: densitatea apei  $\rho_a = 10^3$  kg/m<sup>3</sup>, densitatea mercurului  $\rho = 13,6 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

- 1.9.11.** Un vas în care se găsește un fluid de densitate  $\rho$  se mișcă astfel:
- pe verticală în sus cu o accelerație  $a$ ;
  - pe verticală în jos cu accelerația  $a$ ;
  - cade liber.

Să se deducă pentru toate aceste trei cazuri expresia presiunii hidrostatice la adâncimea  $h$  din fluid.

**1.9.12.** Un corp paralelipipedic este introdus în poziție verticală într-un vas în care se află un fluid, astfel încât se cufundă parțial în fluid. Se schimbă nivelul fluidului din vas, dacă se introduce corpul în poziție orizontală? Explicați. Dar când corpul are altă formă?

- 1.9.13.** O bucată de gheață plutește într-un pahar cu apă. Dacă gheața se topește complet, nivelul apei din pahar se schimbă? Răspundeți în cazurile:
- gheața este perfect omogenă;
  - gheața conține în ea un corp străin;
  - gheața conține bule de aer.

**1.9.14.** Într-un pahar cu apă se află cufundată o cutie în care se află un corp cu densitatea  $\rho_c > \rho_a$ . Se schimbă nivelul apei din pahar, dacă se scoate corpul din cutie și se introduce în paharul cu apă?

**1.9.15.** Un corp de formă cilindrică plutește într-un vas cu apă, astfel încât apa acoperă 0,9 din înălțimea corpului. Se toarnă apoi ulei în vasul cu apă, până când corpul este complet acoperit de ulei. Să se determine cât din înălțimea cilindrului se află în apă și cât se află în ulei, dacă densitatea apei  $\rho_a = 10^3$  kg/m<sup>3</sup>, iar densitatea uleiului  $\rho_u = 8 \cdot 10^2$  kg/m<sup>3</sup>. Rezultatul se schimbă când corpul are altă formă?

**1.9.16.** Un corp de formă paralelipipedică plutește pe apă, fiind cufundat jumătate din volumul său. Introdus în ulei, se cufundă 0,625 din volumul său. Să se determine densitatea corpului și densitatea uleiului, dacă densitatea apei este  $\rho_a = 10^3$  kg/m<sup>3</sup>.

**1.9.17.** Un corp având densitatea  $\frac{26}{27} \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>, de formă conică, cu raza bazei  $R = 30$  cm, introdus într-un vas cu apă în poziție verticală, cu vârful conului în sus, se cufundă parțial. Să se determine raza  $r$  a cercului de intersecție a suprafeței apei cu conul.

**1.9.18.** Un corp de formă sferică, cu densitatea  $\rho_1 = 800$  kg/m<sup>3</sup>, gol pe dinăuntru, are raza interioară  $R_i = 1$  cm și raza exterioară  $R_e = 2$  cm.

Ce valoare trebuie să aibă densitatea materialului,  $\rho_2$ , cu care se umple corpul sferic pentru ca acesta să plutească în interiorul lichidului?

**1.9.19.** Se cîntărește un corp cu o balanță aflată sub un clopot de sticlă. Corpul are masa  $m = 200$  g iar volumul  $V = 1$  l, mult mai mare decît volumul corpurilor de masă etalon cu care s-a făcut cîntărirea. Să se determine greutatea reală a corpului, dacă se ține seamă de legea lui Arhimede și dacă sub balon se află aer la presiunea atmosferică. Care este eroarea de măsură față de cazul inițial?

Ce se întîmplă cu brațele balanței dacă:

a) presiunea aerului de sub clopotul de sticlă este mai mică decît presiunea atmosferică;

b) presiunea aerului de sub clopotul de sticlă este mai mare decît presiunea atmosferică. Se dă: densitatea aerului la presiunea atmosferică,  $\rho_0 = 1,25$  kg/m<sup>3</sup>, densitatea etaloanelor de cîntărire  $\rho_1 = 8\ 800$  kg/m<sup>3</sup>.

**1.9.20.** Un corp se cîntărește cu o balanță analitică de precizie, aflată sub un clopot de sticlă. Cînd sub clopotul de sticlă se află aer la presiunea atmosferică, brațele balanței sînt în echilibru. Ce se întîmplă cu brațele balanței dacă:

a) este scoasă o parte din aerul de sub clopotul de sticlă;

b) este pompat aer din exterior sub clopotul de sticlă.

Să se studieze toate cazurile posibile și să se comenteze.

**1.9.21.** Un sac mare de hirtie, împăturit, se cîntărește cu ajutorul unei balanțe de precizie. După aceea, sacul se desface, el se umple cu aer și se cîntărește din nou. Va avea aceeași greutate ca în primul caz? Dar dacă balanța este acoperită cu un clopot de sticlă din care s-a scos complet aerul (vid), cum vor fi cele două cîntăriri?

**1.9.22.** Un pahar cu apă este pus pe brațul unei balanțe și balanța se echilibrează. Se cufundă în paharul cu apă un corp metalic suspendat de un fir. Se schimbă echilibrul balanței? Dar dacă se înlocuiește corpul metalic cu un dop de plută, ce se întîmplă?

**1.9.23.** Apa unui fluviu este oprită de un dig care are forma unui paralelipiped, cu lungimea  $L = 20$  m, avînd densitatea  $\rho = 3 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. Să se determine:

a) forța exercitată de apă asupra digului, dacă înălțimea fluviului este de  $h = 6$  m, iar direcția de curgere a fluviului este perpendiculară pe lungimea digului;

b) grosimea minimă  $D$  pe care trebuie să o aibă digul pentru ca apa să nu-l răstoarne, dacă forța de presiune are punctul de aplicație la o treime din înălțimea apei, măsurată de la albia fluviului.

**1.9.24.** O tijă subțire are un capăt fixat într-o articulație față de care se poate roti fără frecare, articulația fiind prinsă de peretele unui vas în care se află un lichid de densitate  $\rho_0$ . Să se determine densitatea tijei  $\rho$  dacă aceasta se cufundă parțial în lichid, astfel încît la echilibru o fracțiune  $K < 1$  din lungimea totală a tijei se află în aer. Se neglijează forțele capilare.

**1.9.25.** Un corp aflat deasupra unui bazin cu apă este aruncat pe verticală, în jos, cu viteza de 1 m/s. Pătrunzînd în apă, se constată că în timp de 0,4 s parcurge un spațiu de 1 m. Să se determine densitatea corpului, dacă se neglijează toate forțele de frecare (în aer și în apă), și se consideră  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

**1.9.26.** Un submarin se află la o adîncime  $h = 50$  m sub nivelul mării. Pentru ca un scafandru să iasă din submarin în mare, el intră inițial într-o

cameră de evacuare care este prevăzută cu un capac metalic circular cu masa  $m = 5$  kg și cu diametrul  $d = 1$  m, fiind înclinat față de orizontală cu unghiul  $\alpha = 45^\circ$ . Se umple camera de evacuare cu apă apoi, cu multă ușurință, scafandru poate să ridice capacul și să iasă în mare. Dacă însă în camera de evacuare se află aer la presiunea atmosferică, cu ce forță  $F$  trebuie împins capacul, de la partea inferioară, fiind articulată la partea superioară, ca el să se deschidă. Se dă: densitatea apei de mare  $\rho_a = 1\ 026$  kg/m<sup>3</sup>,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

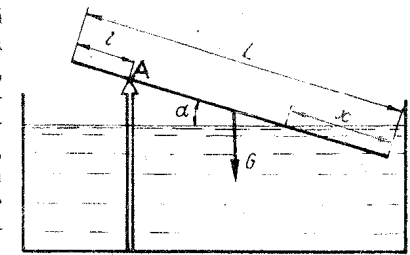


Fig. 1.9.27

**1.9.27.** O tijă subțire de lungime  $L$  și densitate  $\rho$  este sprijinită ca în figura 1.9.27 intrînd parțial în apă, distanța de la punctul de sprijin, A, la partea superioară a tijei fiind  $l$ . Să se determine cît din lungimea tijei se află în apă, dacă se neglijează forțele capilare.

**1.9.28.** Un densimetru are volumul balonului de sticlă  $V$ , de două ori mai mare decît volumul tijei de sticlă situată la capătul superior al densimetruului. Introducînd densimetruul într-un vas cu apă, tija lui intră în apă pînă la o treime din lungimea sa. Să se determine:

a) densitățile, minimă și maximă, care pot fi măsurate cu acest densimetru;

b) cît pătrunde tija densimetruului într-un lichid cu densitatea  $\rho = 900$  kg/m<sup>3</sup>.

**1.9.29.** Se introduce densimetruul din problema precedentă vertical într-un vas cu lichid și pe scara gradată a tijei de sticlă se citește diviziunea  $d = 15$ . Se scoate lichid din vas suficient de mult ca densimetru să nu mai poată pluti vertical, acesta înclinîndu-se cu unghiul  $\alpha$  față de orizontală, astfel încît suprafața lichidului să fie în dreptul scalei gradate a tijei. Să se arate că noua diviziune  $d'$  nu depinde de unghiul de înclinare  $\alpha$ . Să se determine diviziunea  $d'$  dacă se cunosc: lungimea vasului  $V$ ,  $l_1 = 10$  cm, distanța de la baza densimetruului la centrul de presiune,  $l_2 = 6$  cm, distanța de la baza densimetruului la centrul său de greutate,  $l_3 = 5$  cm, lungimea tijei superioare,  $l = 10$  cm.

**1.9.30.** O tijă cilindrică din lemn, care are prinsă o bucată de plumb la partea inferioară, se introduce într-un vas umplut cu un lichid. La echilibru tija se cufundă parțial în lichid, în poziție verticală. Apăsăm ușor pe capătul superior al tijei, aceasta intră în lichid, după care se lasă tija liberă. Ea începe să oscileze. Să se arate că mișcarea de oscilație a tijei este o mișcare oscilatorie armonică și să se calculeze perioada de oscilație. Se neglijează forțele de frecare și forțele capilare.

## DINAMICA FLUIDELOR

**1.9.31.** De ce apa, printr-o conductă verticală, curge în jos ca un curent continuu, în timp ce apă în cădere liberă se sparge în picături?

**1.9.32.** Fie două vase cilindrice mari. În primul vas se introduce apă și în al doilea se introduce un lichid necunoscut. Pe fața laterală a fiecărui

vas se face cite un orificiu,  $S_1$  și  $S_2$ , astfel încît  $S_2 = 1,25 S_1$ , la aceeași adîncime  $h = 20$  cm față de suprafața lichidelor. Să se determine:

- densitatea lichidului necunoscut, dacă debitele masice ale lichidelor ce ies prin orificii sînt egale;
- debitele volumice, dacă  $S_1 = 1$  cm<sup>2</sup>.
- Ce putem face pentru ca debitele volumice prin cele două orificii să fie egale? Se dau: densitatea apei  $\rho_1 = 10^3$  kg/m<sup>3</sup>,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

**1.9.33.** Într-o găleată curge apă de la un robinet cu debitul volumic  $Q_V = 10^2$  cm<sup>3</sup>/s. Să se determine nivelul maxim pe care îl atinge apa în găleată dacă aceasta are la bază un orificiu cu secțiunea  $S = 0,5$  cm<sup>2</sup> ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>).

**1.9.34.** Un vas se umple cu apă de la o conductă de secțiune  $S$ . În vas se fac două orificii, unul de secțiune  $S_1$ , la jumătatea distanței dintre nivelul apei și baza vasului și altul, de secțiune  $S_2 = S_1/\sqrt{2}$ , la baza lui. Să se determine secțiunea  $S$  a conductei astfel încît nivelul apei din vas să rămînă constant. Viteza apei la ieșirea din conductă este egală cu viteza ei la trecerea prin secțiunea  $S_2$ .

**1.9.35.** Două vase au la baza lor cite un orificiu circular și sînt puse unul peste altul. Se dă drumul la un robinet de apă, aceasta intră în primul vas, iese prin primul orificiu de rază  $R_1 = 1$  cm, intră în al doilea vas și prin al doilea orificiu, de rază  $R_2 = 1,1$  cm, iese. În regim staționar, apa din primul vas are o adîncime  $H_1 = 20$  cm. Să se determine:

- debitul volumic al robinetului de umplere;
- înălțimea lichidului din al doilea vas.

**1.9.36.** O fîntină arteziană ridică apa la o înălțime  $h = 30$  m. Știînd că secțiunea conductei de apă la ieșire este de 30 cm<sup>2</sup>, să se calculeze:

- viteza jetului de apă la ieșire;
- debitul volumic al jetului;
- puterea necesară pentru a putea ridica apa la înălțimea  $h$ .

**1.9.37.** Un vas cilindric are două orificii plasate pe aceeași generatoare. De la un robinet se umple vasul cilindric cu apă, astfel încît în regim staționar nivelul lichidului rămîne constant, la distanța  $h_1$  de primul orificiu și la distanța  $h_2$  față de orificiul al doilea. Să se determine coordonatele punctului de intersecție al celor două jeturi de apă care ies prin cele două orificii.

**1.9.38.** Un vas cilindric are două orificii așezate pe aceeași verticală, la distanța  $d = 10$  cm unul de altul. Se umple cu apă de la un robinet vasul cilindric, iar în regim staționar nivelul apei se menține constant, la înălțimea  $h = 20$  cm. Prin orificii curg două jeturi de apă care se întîlnesc într-un punct aflat pe același plan cu baza vasului. Să se determine distanța de la suprafața lichidului la primul orificiu.

**1.9.39.** De ce asupra a două vehicule (autoturisme, bărci, vapoare) care se mișcă paralel între ele și în același sens, apare o forță care tinde să le apropie?

**1.9.40.** Printr-o conductă cu secțiune variabilă, ca aceea din figura 1.9.40, circulă un lichid. Secțiunea  $S_1 = 5 \cdot 10^{-2}$  m<sup>2</sup>, secțiunea  $S_2 = 4 \cdot 10^{-2}$  m<sup>2</sup>,

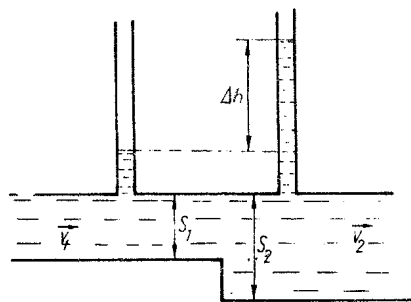


Fig. 1.9.40

iar diferența de nivel indicată de cele două manometre este  $\Delta h = 20$  cm. Să se determine debitul volumic al conductei ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>).

**1.9.41.** Printr-un furtun de grădină, cu secțiunea  $S_1 = 2$  cm<sup>2</sup>, ținut la nivelul solului, iese un jet de apă, vertical, cu debitul volumic  $Q_V = 60$  l/min. Să se determine secțiunea  $S_2$  a jetului de apă la înălțimea  $h = 1$  m, dacă se neglijează frecările cu aerul și se presupune că jetul nu se dispersează ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>).

**1.9.42.** O seringă aflată în poziție orizontală, plină cu apă, de lungime  $l = 5$  cm, are suprafața pistonului  $S_1 = 2$  cm<sup>2</sup>, iar suprafața orificiului de ieșire  $S_2 = 1$  mm<sup>2</sup>. În cit timp va fi scoasă apa din seringă, dacă asupra pistonului acționăm cu o forță constantă  $F = 3,6$  N.

**1.9.43.** Să se determine debitul volumic dintr-o conductă cu secțiune variabilă, prin care circulă apă, dacă tubul Venturi aplicat la două secțiuni diferite ale conductei,  $S_1 = 0,2$  m<sup>2</sup> și  $S_2 = 0,1$  m<sup>2</sup>, indică o diferență de presiune  $\Delta p = 10^3$  N/m<sup>2</sup>.

**1.9.44.** Pentru a determina viteza unui avion față de aer, se montează pe avion un tub Pitot (fig. 1.9.44). Tubul Pitot măsoară presiunea totală a aerului și indică o diferență de nivel,  $\Delta h = 13$  cm, a lichidului cu care este umplut și care are o densitate de 800 kg/m<sup>3</sup>. Să se determine viteza avionului față de aer ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>), dacă densitatea aerului este  $\rho_0 = 1,3$  kg/m<sup>3</sup>.

**1.9.45.** Printr-o conductă orizontală, ca aceea din figura 1.9.45, curge un fluid. Înălțimile de fluid în cele două tuburi verticale sînt:  $h_1 = 10$  m,  $h_2 = 20$  cm. Să se determine viteza de curgere a fluidului, dacă se ia  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

**1.9.46.** Cum este mai bine să decoleze un avion: împotriva vîntului sau în sensul vîntului? Dar să aterizeze?

**1.9.47.** O sferă de plumb, cu diametrul  $d = 2$  mm, este lăsată să cadă liber într-un vas cu glicerină care are adîncimea  $h = 2$  m. Să se determine timpul necesar ca sfera de plumb să parcurgă uniform vasul cu glicerină (curgere laminară pentru care forța de rezistență  $F = 6\pi\eta rv$ ), dacă se cunosc:  $\rho_{Pb} = 11,3 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_{gl} = 1,3 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>, coeficientul de viscozitate al glicerinii  $\eta = 15 \cdot 10^{-3}$  kg/m·s,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

**1.9.48.** O picătură sferică de apă, cu diametrul  $d = 2$  mm, este lăsată să cadă liber în aer. Să se calculeze viteza de cădere a picăturii de apă, în cazurile:

- curgerea este laminară și forța de rezistență este  $F = 6\pi\eta rv$ ;
- curgerea este turbionară iar rezistența la înaintarea în aer este

$$F = \frac{1}{2} C_S \rho_0 v^2. \text{ Se dau: densitatea aerului } \rho_0 = 1,3 \text{ kg/m}^3, \text{ densitatea}$$

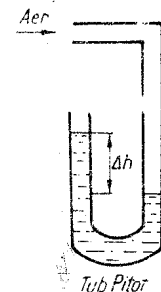


Fig. 1.9.44

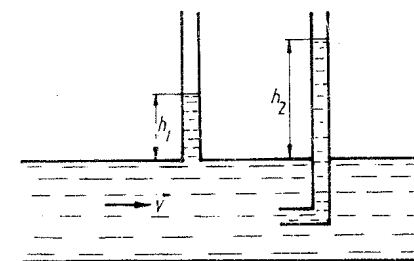


Fig. 1.9.45

apei  $\rho_a = 10^3 \text{ kg/m}^3$ , coeficientul de viscozitate al aerului  $\eta = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ , coeficientul de formă în regim turbulent  $C = 0,256$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**1.9.49.** O sferă de sticlă, de densitatea  $\rho_s = 2,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , este lăsată să cadă liber într-un vas cu glicerină, în care are o viteză constantă  $v = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ . Să se determine raza sferei de sticlă, dacă se cunosc:  $\rho_{gl} = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , coeficientul de viscozitate al glicerinei  $\eta = 15 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**1.9.50.** Un avion, zburind cu viteză constantă, antrenează prin frecare aerul din jurul său pe o distanță  $z = 4 \text{ cm}$ . Știind că forța de frecare pe unitatea de suprafață este  $f = \frac{P}{S} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}^2$  iar coeficientul de viscozitate

al aerului  $\eta = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ , să se determine viteza de zbor a avionului.

**1.9.51.** De un fir vertical se prinde o sferă de diametru  $d = 3 \text{ cm}$  și densitate  $\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Sub acțiunea unui jet de aer orizontal, firul formează un unghi  $\alpha = 30^\circ$  față de poziția inițială, în același plan vertical. Să se determine viteza jetului de aer, dacă se cunosc: densitatea aerului  $\rho_0 = 1,3 \text{ kg/m}^3$ , coeficientul de formă în regim turbulent  $C = 0,23$  și  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**1.9.52.** Să se calculeze viteza maximă pe care o poate atinge un autoturism de putere  $P = 80 \text{ C.P.}$ , dacă secțiunea sa normală este  $S = 2 \text{ m}^2$ , coeficientul de formă în regim turbulent  $C = 0,8$ , iar densitatea aerului  $\rho_0 = 1,3 \text{ kg/m}^3$ . Se va lua în considerare numai rezistența pe care o întâmpină autoturismul în mișcare datorită prezenței aerului și se neglijează toate celelalte tipuri de frecări.

## CAPITOLUL 10

### UNDE ELASTICE. NOȚIUNI DE ACUSTICĂ

**1.10.1.** Doi elevi, unul mai înalt și celălalt mai scund, se țin cu mâinile de aceeași bară orizontală, căutând să se lege cu aceeași frecvență. Vor reuși ei aceasta?

**1.10.2.** Un fir de iarbă descrie oscilații repezi când suflă vântul. Dacă se așază pe el o insectă mai mare, atunci firul de iarbă nu mai oscilează decât lent. De ce?

**1.10.3.** Perioada și amplitudinea unui pendul elastic s-ar modifica atunci când pendulul ar fi dus de pe Pământ pe Lună?

**1.10.4.** Uneori, la o anumită viteză a mașinii de cusut, masa pe care este așezată oscilează puternic. Cum se explică acest fenomen?

**1.10.5.** De ce dacă sărim într-un anumit ritm pe o scindură destul de lungă, sprijinită la capete, o putem rupe cu ușurință?

**1.10.6.** De ce un vagon de cale ferată începe să oscileze vertical cu amplitudini mari la o anumită viteză?

**1.10.7.** Un tenor a făcut următoarea demonstrație: el a luat un pahar de cristal, l-a lovit ușor ascultând sunetul produs, apoi ducând paharul în

dreptul gurii a cântat acea notă muzicală pe care o putea da și paharul lovit, pînă cînd paharul s-a spart. Cum explicați acest fapt?

**1.10.8.** Grecii antici, ca să amplifice sunetele din amfiteatrele de spectacol, așezau în locuri potrivite amfore mari sau făceau construcția în așa fel încît în unele locuri rămîneau goluri (nișe). De ce, în acest fel, se amplificau sunetele?

**1.10.9.** Ce simț aparte permite meduzelor să descopere cu multe ore înainte apropierea unei furtuni pe mare?

**1.10.10.** De ce „cercurile“ care se depărtează de locul unde a căzut o piatră în apă nu sînt alungite de curentul apei și rămîn mereu de aceeași formă?

**1.10.11.** Un cosmonaut ajuns pe Lună ar putea auzi zgomotul produs la plecarea de acolo a unei rachete?

**1.10.12.** Sunetele se aud mai greu, sau chiar deloc, cînd vîntul bate dinspre cel care ascultă spre sursa sonoră. De ce?

**1.10.13.** Ce se întîmplă cu energia unei unde sonore cînd sunetul a încetat să se mai audă?

**1.10.14.** Cum se explică faptul că auzim cînd zboară o muscă sau un țîțar, dar nu auzim un fluture?

**1.10.15.** De ce cînd vrem să auzim mai bine, ținem mina pîlnie pe după ureche?

**1.10.16.** De ce în pădure este greu să definim direcția de unde vine sunetul?

**1.10.17.** Cum explicați faptul că în timpul umplerii unui vas cu apă se aude un sunet a cărui frecvență (înălțime) variază? În ce sens variază frecvența?

**1.10.18.** Din întîlnirea a două unde sonore poate să rezulte liniște?

**1.10.19.** De un resort elicoidal se suspendă un corp cu masa de  $4 \text{ kg}$  sub acțiunea cărui resortul se alungește cu  $5 \text{ cm}$ . Să se calculeze frecvența oscilațiilor unui corp, cu masa de  $1 \text{ kg}$ , suspendat de același resort.

**1.10.20.** Un oscilator liniar cu amplitudinea oscilației de  $8 \text{ mm}$  se află după  $0,01 \text{ s}$  de la începerea oscilației la distanța de  $4 \text{ mm}$  de poziția de echilibru. Să se calculeze:

- pulsația oscilatorului;
- frecvența oscilației;
- perioada oscilației;
- viteza oscilatorului în poziția dată;
- acelerația oscilatorului în poziția dată.

**1.10.21.** Un punct material execută  $150$  oscilații pe minut, cu o amplitudine  $A = 0,05 \text{ m}$ . Să se calculeze:

- frecvența și pulsația oscilațiilor;
- viteza și accelerația maximă a punctului material, scriindu-se ecuația mișcării oscilatorii, dacă faza inițială  $\varphi_0 = 15^\circ$ ;
- raportul între energia cinetică și energia potențială a punctului material în momentul în care elongația este jumătate din amplitudine.

**1.10.22.** Un oscilator constituit dintr-un punct material cu masa  $m = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ , atîrnat la capătul unui resort, vibrează sub acțiunea forței elastice a resortului, conform ecuației:  $y = 10^{-1} \sin\left(\frac{\pi}{8} t + \frac{\pi}{8}\right) (\text{m})$ .

Se cere:

- perioada și frecvența oscilației;
- viteza maximă și accelerația maximă a punctului material;
- valoarea maximă a forței care acționează asupra punctului material;
- relațiile care exprimă dependența de timp a energiilor: cinetică, potențială și totală ale punctului material;
- timpul în care punctul material efectuează drumul de la jumătatea amplitudinii la  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  din amplitudine.

**1.10.23.** Un punct material cu masa  $m = 10$  g oscilează după legea  $x = 5 \sin \frac{\pi}{6} t$  (cm). Să se stabilească:

- timpul  $t_1$  după care este atinsă viteza maximă și timpul  $t_2$  după care este atinsă accelerația maximă;
- forța elastică maximă care acționează asupra punctului material;
- expresiile pentru energia cinetică, potențială și energia totală.

**1.10.24.** Un corp de masă  $m = 2$  g; plecând din repaus, efectuează o mișcare oscilatorie armonică. Se cere:

- să se scrie ecuația de mișcare a corpului, știind că pentru a îndepărta corpul din poziția de echilibru pînă într-un punct situat la distanța maximă de această poziție se cheltuiește lucrul mecanic  $L = 23 \cdot 10^{-3}$  J, iar forța elastică maximă,  $F_{max} = 1,15$  N;
- perioada mișcării;
- energia cinetică și energia potențială cînd corpul trece prin punctul aflat la distanța  $y = 2$  cm de poziția de echilibru.

**1.10.25.** Un mobil efectuează o mișcare oscilatorie armonică. Știind că pentru elongațiile  $x_1 = 2$  cm și  $x_2 = 3$  cm, mobilul are vitezele  $v_1 = 5$  m·s<sup>-1</sup> și respectiv  $v_2 = 4$  m·s<sup>-1</sup>, să se calculeze amplitudinea și perioada mișcării oscilatorii a mobilului.

**1.10.26.** Accelerația unui punct ce execută o mișcare oscilatorie armonică este dată de legea  $a = -\pi^2 \sin \frac{\pi}{2} t$ . La momentul inițial punctul se află în centrul de oscilație și are viteza  $v_0 = 2\pi$  m·s<sup>-1</sup>. Să se afle ecuația mișcării oscilatorii și să se reprezinte grafic dependența de timp a elongației și vitezei mișcării.

**1.10.27.** De un resort atîrnă un astfel de corp încît perioada de oscilație a sistemului este de 0,5 s. Se atîrnă de resort încă un corp, perioada de oscilație devenind 0,6 s. Să se determine alungirea resortului după adăugarea celui de-al doilea corp.

**1.10.28.** Un corp suspendat de un resort oscilează armonic cu perioada  $T_1 = 0,2$  s. Se leagă, întîi în serie și apoi în paralel cu resortul, un alt resort, de constantă elastică  $k_2 = 2k_1$ . Calculați perioada de oscilație a sistemului nou format.

**1.10.29.** Să se afle raportul  $T_s/T_p$  dintre perioadele de oscilație ale unui corp suspendat de două resorturi (de masă neglijabilă) de constante elastice  $k_1$  și  $k_2$  legate întîi în serie ( $T_s$ ) și apoi în paralel ( $T_p$ ). Să se arate că perioada  $T_s$  este cel puțin dublul perioadei  $T_p$ .

**1.10.30.** Un motor cu masa de 392 kg este montat pe patru resorturi fiecare avînd același coeficient de elasticitate. Motorul este astfel amplasat încît nu poate oscila pe resorturi, decît pe direcție verticală. Știind că perioada de oscilație proprie a sistemului astfel format este de 0,1256 s, să se determine coeficientul de elasticitate al resortului.

**1.10.31.** Un motor cu masa de 128 kg este montat pe patru resorturi identice avînd constanta elastică  $k = 2 \cdot 10^{14}$  N/m. Să se determine perioada și frecvența de oscilație a sistemului.

**1.10.32.** O masă de 10 g suspendată de un fir de cauciuc oscilează cu perioada  $T = 0,2$  s. Din două fire elastice de acest fel se confecționează un arc. Cît se va întinde coarda arcului, dacă o piatră de 5 kg este aruncată la o înălțime de 32 m, vertical, în sus? Se presupune că întreaga energie potențială a coardei se transformă în energie potențială a pietrei.

**1.10.33.** Un punct material de masă  $m = 5$  kg efectuează o mișcare oscilatorie armonică cu frecvența  $\nu = 0,5$  Hz și amplitudinea  $A = 3$  cm. Să se calculeze:

- viteza  $v$  a oscilatorului în momentul cînd elongația sa este  $y = 1,5$  cm;
- forța elastică maximă care acționează asupra punctului material;
- energia totală a oscilatorului.

**1.10.34.** Un corp de masă  $m = 8$  kg suspendat de un arc oscilează rectiliniu în jurul poziției de echilibru. Arcul se întinde cu 0,2 m sub acțiunea unei forțe  $F = 98$  N. Se cer:

- perioada de oscilație a corpului;
- frecvența și pulsația oscilațiilor;
- amplitudinea oscilațiilor în absența amortizărilor;
- energia de oscilație a corpului suspendat;

*e)* viteza corpului de masă  $m$  în punctul în care acesta ar fi în echilibru în absența oscilațiilor și viteza corpului în punctul în care elongația este maximă.

**1.10.35.** De un resort elastic,  $k = 10^3$  N·m<sup>-1</sup>, este suspendat un corp cu  $m = 0,1$  kg. Se produc oscilații astfel încît, la distanța  $y_1 = 3$  cm față de punctul de echilibru, impulsul corpului este  $p_1 = 0,3 \sqrt{3}$  kg·m·s<sup>-1</sup>.

- Scrieți ecuația de oscilație a corpului ( $\varphi_0 = 0$ ).
- Calculați valoarea maximă a impulsului corpului în timpul mișcării.
- Calculați energia cinetică și potențială a corpului cînd elongația mișcării este  $y_2 = 2$  cm.

**1.10.36.** În ce poziție trebuie să se afle un oscilator liniar armonic față de poziția de echilibru, pentru ca energia lui cinetică să fie egală cu energia sa potențială. Se presupune cunoscută amplitudinea oscilatorului,  $A$ .

**1.10.37.** Un oscilator liniar armonic, după 0,01 s, se află la 3 mm față de poziția de echilibru. Amplitudinea oscilației fiind de 0,6 cm să se calculeze:

- viteza oscilatorului corespunzătoare elongației date;
- raportul dintre energia cinetică și cea potențială corespunzătoare elongației date;
- la ce valoare a elongației energia cinetică va fi egală cu cea potențială.

**1.10.38.** Un punct material descrie o mișcare oscilatorie după legea  $y = A \sin \left( 2\pi t + \frac{\pi}{6} \right)$ . Să se calculeze:

- momentul în care energia potențială este egală cu energia cinetică;

- b) energia totală a punctului material de masă  $m$ ;  
 c) forța sub acțiunea căreia corpul descrie mișcarea oscilatorie dată.

**1.10.39.** Un pendul elastic cu masa  $m = 10$  g începe să oscileze. Când elongația sa este jumătate din amplitudine, viteza sa este  $v_1 = \sqrt{17}$  cm/s, iar accelerația sa este  $a_1 = \sqrt{7}$  cm/s<sup>2</sup>. Se cere:

- a) frecvența și amplitudinea mișcării;  
 b) faza inițială și energia totală a oscilatorului;  
 c) constanta elastică a pendulului.

**1.10.40.** Un pendul elastic execută o mișcare oscilatorie armonică avind amplitudinea de 8 cm și perioada de 4 s. La momentul inițial pendulul are viteza  $v = 6,28$  cm/s. Să se scrie ecuația acestei mișcări.

**1.10.41.** O bilă din fier cu raza de 20 mm este suspendată de un resort. Legea de mișcare a sistemului bilă-resort este  $y = A \sin \omega t$ . Să se determine:

- a) forța care scoate bila din poziția de echilibru știind că frecvența cu care oscilează bila este 2 Hz;  
 b) energia cinetică a bilei după un sfert de perioadă de la începerea mișcării;  
 c) valorile lui  $t$  pentru care bila are energie cinetică maximă și valoarea maximă a energiei cinetice.

**1.10.42.** Un mobil execută o mișcare oscilatorie armonică dată de legea  $y = A \sin \omega t$ . În momentul în care elongația mișcării este jumătate din amplitudine, un șoc instantaneu face ca viteza mobilului să se dubleze. Calculați noua amplitudine a mișcării.

**1.10.43.** Un pendul lung de 0,5 m și avind masa de 200 g oscilează după un arc de cerc. Să se afle valoarea forței care produce mișcarea pendulului, pentru elongațiile: a) 30 cm; b) 15 cm și c) 0 cm.

**1.10.44.** Un pendul simplu efectuează 200 oscilații pe minut iar altul, în același loc, efectuează 300 oscilații pe minut. Să se calculeze raportul lungimilor celor două pendule.

**1.10.45.** Două pendule gravitaționale oscilează în același timp și în același loc. În același interval de timp primul face 10 oscilații iar al doilea face 6 oscilații. Să se calculeze lungimile celor două pendule, știind că unul este mai lung decât celălalt cu 20 cm.

**1.10.46.** Să se calculeze accelerația  $g$  într-un punct oarecare  $A$  de pe Pământ, știind că un ceasornic cu pendul care indică ora exactă în punctul  $B$ , întârzie în  $A$  cu 35 s în 24 ore. Pentru punctul  $B$ ,  $g_B = 981,5$  cm/s<sup>2</sup>.

**1.10.47.** Un pendul gravitațional efectuează oscilații cu amplitudinea unghiulară  $\alpha = 45^\circ$ . Pendulul revine în poziția de echilibru cu viteza  $v = 3,39$  m · s<sup>-1</sup>. În locul considerat,  $g = 9,81$  m · s<sup>-2</sup>, iar masa bilei suspendate de capătul firului este  $m = 0,5$  kg. Să se determine:

- a) lungimea pendulului și perioada oscilațiilor sale;  
 b) energia potențială în punctul de elongație maximă.

**1.10.48.** Să se calculeze energia cinetică și potențială a unui pendul gravitațional pentru elongația unghiulară de  $5^\circ$ . Se dă: lungimea pendulului  $l = 3$  m, masa pendulului  $m = 800$  g și amplitudinea unghiulară de  $8^\circ$ . (Se consideră lungimea arcului descris de pendul egală cu lungimea corzii subținse.)

**1.10.49.** Impulsul  $p$ , sub acțiunea căruia un pendul cu masa  $m = 0,5$  kg începe să oscileze cu amplitudinea unghiulară  $\alpha = 30^\circ$ , are valoarea

$1,5$  kg · m · s<sup>-1</sup>. Știind că  $g$ , în locul în care oscilează pendulul, are valoarea  $9,8$  m · s<sup>-2</sup> să se determine:

- a) energia primită de pendul sub acțiunea exterioară;  
 b) accelerația maximă a pendulului;  
 c) lungimea pendulului.

**1.10.50.** Un pendul de lungime  $l$ , care bate secunda într-o localitate cu  $g = 9,8$  m · s<sup>-2</sup>, are amplitudinea unghiulară de  $45^\circ$ . Fîind lăsat liber, în momentul în care trece prin poziția de echilibru, firul întilnește un cui bătut la o distanță  $x$  sub punctul de sprijin și pe aceeași verticală cu el. Din această cauză își continuă mișcarea ca un nou pendul cu lungimea  $l - x$ . Să se calculeze:

- a) distanța  $x$ , astfel încît amplitudinea unghiulară a noului pendul să fie  $60^\circ$ ;  
 b) perioada noului pendul, în condiții de izocronism.

**1.10.51.** Un corp de masă  $m = 0,1$  kg este suspendat la capătul unui fir cu lungimea  $l = 0,64$  m. Se scoate firul din poziția de echilibru astfel încît să formeze cu direcția verticală unghiul  $\alpha = 45^\circ$ . Să se afle:

- a) perioada pendulului în condiții de izocronism;  
 b) energia cinetică și potențială în momentul în care firul formează cu verticala unghiul  $\alpha = 30^\circ$  (se consideră energia potențială nulă pentru  $\alpha = 0$ );  
 c) tensiunea din fir cînd unghiul format de fir cu verticala este  $\alpha = 30^\circ$ .

**1.10.52.** Un pendul de lungime  $l = 50$  cm este montat pe platforma unui vagon de cale ferată, care se deplasează uniform cu viteza  $v_0 = 80$  km · h<sup>-1</sup>. În timpul frînării vagonului, pendulul face cu verticala unghiul  $\alpha = 30^\circ$ . Masa pendulului este  $m = 3 \cdot 10^{-2}$  kg. După oprirea vagonului, pendulul oscilează în jurul poziției de echilibru. Să se calculeze:

- a) distanța parcursă de vagon pînă la oprire, din momentul în care se aplică frîna;  
 b) energia cinetică maximă în mișcarea de oscilație a pendulului;  
 c) perioada de oscilație a pendulului, considerînd oscilațiile izocrone.

**1.10.53.** Un pendul a cărui perioadă de oscilație este 0,5 s se fixează de un cărucior ce coboară pe un plan înclinat și apoi se mișcă pe un plan orizontal. Unghiul format de planul înclinat cu orizontala este de  $45^\circ$ . Neglijînd frecările să se determine perioada de oscilație a pendulului gravitațional cînd:

- a) căruciorul coboară pe plan înclinat;  
 b) căruciorul se deplasează pe plan orizontal.

**1.10.54.** Un resort elastic cu coeficientul de elasticitate  $k = 100$  N · m<sup>-1</sup> avînd la capăt o masă de 1 kg e suspendat cu celălalt capăt de tavanul cabinei unui ascensor. Cabina urcă uniform accelerat cu  $a = 5$  m · s<sup>-2</sup> timp de 10 s, apoi își continuă mișcarea uniformă.

- a) Cu cît se va lungi resortul în timpul accelerării?  
 b) Ce valoare are perioada de oscilație a pendulului în timpul mișcării uniforme?

**1.10.55.** Un pendul gravitațional cu lungimea  $l_0 = 0,2$  m este plasat într-un ascensor. Cursa ascensorului este  $h = 200$  m. Plecînd din repaus ascensorul se deplasează cu accelerația  $a_1 = g/10$  un timp  $t_1 = 8$  s, după care își continuă mișcarea uniform și spre a se opri la înălțimea  $h$  frînează cu aceeași valoare a accelerației,  $a_3 = g/10$ . Determinați numărul oscilațiilor efectuate de pendul în decursul mișcării ascensorului.

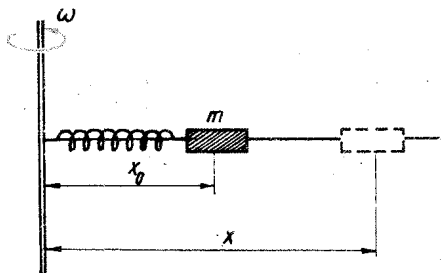


Fig. 1.10.56

**1.10.56.** Un resort elastic cu lungimea inițială  $x_0$  și cu pulsația de oscilație proprie  $\omega_0$  are un capăt fixat pe un ax iar la celălalt capăt are un corp cu masa  $m$ . Acest oscilator este rotit uniform cu viteza unghiulară  $\omega$ .

a) Determinați poziția de echilibru a oscilatorului pentru viteza unghiulară  $\omega$ .

b) Ce se întâmplă în cazul în care  $\omega_0 = \omega$  (fig. 1.10.56)?

**1.10.57.** Un pendul, care la

București bate secunda, este ridicat la altitudinea de 3 000 m. Să se arate ce se va întâmpla cu pendulul la această altitudine? Ce modificări trebuie făcute pentru ca pendulul gravitațional să bată din nou secunda la aceeași altitudine?

**1.10.58.** Un ceas cu pendul gravitațional care bate secunda la suprafața Pământului este mutat la o altitudine de 200 m în aceeași localitate. Ce influență va avea această mutare asupra mersului ceasului și cu câte secunde se va modifica mersul lui în 24 ore?  $R_p = 6400$  km.

**1.10.59.** Un pendul matematic bate secunda la ecuator și la nivelul mării. Se transportă pendulul la altitudinea  $h = 318,5$  km.

a) Ce diferență de timp va înregistra acest pendul față de un pendul identic aflat la sol în decurs de  $t = 4$  ore? ( $R_p = 6370$  km.)

b) Ce lungime ar trebui să aibă pendulul transportat la altitudinea  $h$  pentru a avea aceeași perioadă ca la sol? ( $\pi^2 = g$ .)

**1.10.60.** Un punct material este supus simultan oscilațiilor  $y_1 = \sin \pi t$  și  $y_2 = 2 \sin \pi (t + 0,5)$ , unde  $y_1$  și  $y_2$  sînt exprimate în cm. Să se afle amplitudinea și faza mișcării rezultante.

**1.10.61.** Se compun următoarele mișcări oscilatorii armonice, paralele:  $x_1 = 2 \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{6} \right)$  și  $x_2 = 3 \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{2} \right)$  cm. Să se scrie ecuația mișcării oscilatorii rezultante.

**1.10.62.** Un mobil este supus simultan următoarelor mișcări oscilatorii:  $x_1 = 4 \cos 12 t$ ;  $x_2 = 8 \cos \left( 12 t + \frac{\pi}{3} \right)$ . Aflați amplitudinea și faza inițială a mișcării rezultante atât analitic cit și fazorial.

**1.10.63.** Prin compunerea a două mișcări oscilatorii de aceeași direcție și de aceeași frecvență, cu amplitudinile  $A_1 = 2$  cm și  $A_2 = 4$  cm se obține o oscilație armonică cu amplitudinea  $A = 5$  cm. Să se calculeze diferența de fază dintre cele două mișcări oscilatorii care se compun.

**1.10.64.** Un punct material execută o mișcare oscilatorie armonică formată din două oscilații care se propagă pe aceeași direcție și care au ecuațiile:  $y_1 = 4 \sin 2\pi \left( t + \frac{1}{3} \right)$  și  $y_2 = 3 \sin \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ . Să se scrie ecuația oscilației rezultante,  $y$ .

**1.10.65.** O perturbare se propagă într-un mediu elastic și străbate 9 900 m în 3 s. Să se calculeze:

a) viteza de propagare a acestei mișcări;

b) perioada și frecvența ei, știind că lungimea de undă este  $\lambda = 33$  m.

**1.10.66.** Într-un mediu elastic, cu modulul de elasticitate  $E = 6768,9 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$  și densitatea  $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , se propagă vibrații cu frecvențe de 50 Hz. Să se calculeze lungimea de undă a perturbațiilor propagate.

**1.10.67.** Oscilații longitudinale cu frecvența  $\nu = 500$  Hz se transmit într-un mediu elastic al cărui modul de elasticitate  $E = 4,32 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$  și care are densitatea  $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Să se determine:

a) viteza de propagare a oscilațiilor în mediul respectiv;

b) lungimea de undă  $\lambda$ ;

c) distanța dintre două puncte ale mediului elastic între care diferența de fază este  $\Delta\varphi = \pi$ .

**1.10.68.** Să așezăm pe masă, alături, două pahare identice umplute un sfert cu apă. Pe marginea unui pahar așezăm o sîrmuță subțire, îndoită. Din ce cauză dacă lovim cu un ciocănel celălalt pahar, paharul cu sîrmă începe să vibreze, fapt ce se poate ușor observa privind atent sîrmuța îndoită?

**1.10.69.** Legea de propagare a unei unde plane este  $y = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ .

a) Cum se reflectă planeitatea undei în această expresie?

b) Ce condiție trebuie pusă intervalului de timp  $t$  pentru ca expresia matematică a legii să aibă un sens fizic?

c) Pe ce se întemeiază ideea că legea de oscilație a oricărui punct din mediul elastic este de același tip cu legea de oscilație a punctelor izvorului de undă?

**1.10.70.** Viteza cu care o undă se propagă într-o coardă de densitate  $\rho$  și lungime  $l$ , întinsă sub acțiunea unei forțe  $F$ , este  $v$ . Se cer:

a) raza secțiunii corzii;

b) frecvența sunetului fundamental și a primelor sale două armonici.

**1.10.71.** Două surse de oscilații, aflate la distanța  $d$  (fig. 1.10.71), oscilează după legea  $y = A \sin \omega t$ . Să se stabilească ecuația oscilației în punctul  $B$  aflat pe dreapta care unește cele două surse.

**1.10.72.** O undă transversală se propagă în lungul unui cablu elastic cu viteza  $v = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Perioada vibrațiilor punctelor cablului este  $T = 1,2$  s, iar amplitudinea  $A = 2$  cm. Să se calculeze:

a) lungimea de undă  $\lambda$ ;

b) faza  $\varphi$ , elongația  $y$ , viteza  $v$  și accelerația  $a$ , pentru un punct al cablului aflat la distanța  $x = 45$  m de sursa de oscilație, la momentul  $t = 4$  s;

c) diferența de fază  $\Delta\varphi$  a două puncte de pe cablu aflate la distanțele  $x_1 = 20$  m și respectiv  $x_2 = 24,5$  m de sursa de unde.

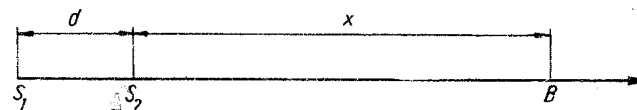


Fig. 1.10.71



**1.10.73.** 1) Extremitatea  $A$  a unei coarde elastice, lungi, este pusă într-o mișcare oscilatorie de forma  $y = 4 \sin 20\pi t$  (cm). Să se determine amplitudinea, frecvența și perioada mișcării oscilatorii. 2) Mișcarea oscilatorie se propagă în lungul corzii cu viteza  $v = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Să se determine lungimea de undă a perturbației. Care este ecuația mișcării unui punct  $M$  situat la 62,5 cm de extremitatea  $A$ ? 3) Să se calculeze, în grade, diferența de fază corespunzătoare punctelor  $M$  și  $M'$  separate prin distanța de 40 cm, aflate pe aceeași direcție de propagare a perturbației.

**1.10.74.** O sursă de oscilații aflată într-un mediu elastic emite unde plane de forma  $y = 0,25 \sin 100 \pi t$  (mm). Lungimea de undă a undelor longitudinale care se formează în acest mediu este  $\lambda = 10 \text{ m}$ .

a) După cât timp va începe să oscileze un punct situat la distanța  $x_1 = 8 \text{ m}$  față de sursă?

b) Ce defazaj există între oscilațiile punctului aflat la distanța  $x_1$  de sursă și ale sursei?

c) La ce distanță se află două puncte ale căror oscilații sînt defazate cu  $\pi/6 \text{ rad}$ ?

d) Evaluați defazajul dintre două puncte situate la o distanță  $d = \lambda/2$ .

**1.10.75.** Sub acțiunea unei forțe  $F = 32 \text{ N}$  un corp elastic este deformat cu  $\Delta l = 1,6 \text{ cm}$  față de poziția de echilibru. Lăsat liber corpul oscilează emițind un sunet cu frecvența  $\nu = 400 \text{ Hz}$ . Viteza sunetului în aer fiind  $c = 320 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , să se afle:

a) constanta elastică a sistemului oscilant;

b) lungimea de undă a sunetului emis;

c) viteza maximă și accelerația maximă a unei molecule de aer adusă în stare de oscilație considerînd că transmiterea undei se face fără amortizare.

**1.10.76.** O undă longitudinală se propagă pe direcția  $Ox$  într-un mediu elastic de densitate  $\rho = 2,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  după legea (1):  $y_1 = 1,2 \sin \left( 10^3 \pi t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$ . Diferența de fază între două puncte pe axa  $Ox$  la distanța  $\Delta x = 3,2 \text{ m}$  este  $\Delta \varphi = (4/5) \pi$ . Se cere să se calculeze:

a) dependența de timp a energiei cinetice și a energiei potențiale a punctului material de masă  $m = 1 \text{ g}$  care oscilează după legea (1) în punctul de abscisă  $x = 0$ ;

b) lungimea de undă, frecvența și viteza de propagare a undei longitudinale;

c) modulul de elasticitate al mediului elastic în care se propagă unda (1);

d) amplitudinea și defazajul oscilației rezultate prin compunerea în punctul  $A$  de abscisă  $1 \text{ m}$  a oscilației  $y_1$  și a oscilației  $y_2$ , care, în punctul  $A$ ,

are forma  $y_2 = 1,2 \sin \left( 10^3 \pi t - \frac{\pi}{4} \right)$  cm.

**1.10.77.** O undă se propagă într-un mediu de modul de elasticitate  $E_1 = 10^{11} \text{ N/m}^2$  și densitatea  $\rho_1 = 7000 \text{ kg/m}^3$ . Sub incidența  $i = 30^\circ$  unda trece într-un mediu de densitate  $\rho_2 = 11,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  și de modul de elasticitate  $E_2 = 0,17 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ . Să se calculeze unghiul sub care se refractă unda.

**1.10.78.** Două surse sincrone  $S_1$  și  $S_2$ , aflate la distanța  $d = 1,6 \text{ cm}$  una de cealaltă, produc oscilații de frecvență  $\nu = 200 \text{ Hz}$  și de amplitudini  $A_1 = 1 \text{ mm}$  și respectiv  $A_2 = 2 \text{ mm}$ . Calculați amplitudinea de oscilație a unui punct situat la distanța  $x_2 = 4,8 \text{ cm}$  de sursa  $S_2$  situat pe perpendiculara dusă din  $S_2$  pe direcția ce unește cele două surse. Viteza de propagare a undelor prin mediul în care se află sursele este  $c = 14,4 \text{ m/s}$ .

**1.10.79.** Două surse de oscilații,  $S_1$  și  $S_2$ , emit unde ale căror amplitudini sînt  $A_1 = 2 \text{ mm}$  și  $A_2 = 5 \text{ mm}$ . Frecvența undelor emise este  $\nu = 160 \text{ Hz}$  iar viteza de propagare este  $c = 320 \text{ m/s}$ . Să se afle ecuația de oscilație a unui punct situat la distanța  $x_1 = 6,5 \text{ m}$  de  $S_1$  și  $x_2 = 32/3 \text{ m}$  de  $S_2$ , dacă sursele oscilează în fază.

**1.10.80.** Doi observatori se află în punctele  $A$  și  $B$  situate la distanța  $l$  unul de celălalt și ambii la aceeași distanță  $d$  față de un perete plan, reflectător. Din  $A$  se emite un sunet scurt pe care observatorul din  $B$  îl aude de două ori după un interval  $\Delta t = 0,2 \text{ s}$  între cele două percepții. Calculați distanța  $d$  dacă  $l = 64 \text{ m}$  și viteza de propagare a sunetului în aer este  $c = 340 \text{ m/s}$ .

**1.10.81.** O coardă  $S$  de lungime  $l = 9 \text{ m}$  este fixată la capătul  $B$ . Capătul  $S$  oscilează transversal cu amplitudinea  $A = 5 \text{ cm}$  și cu frecvența  $\nu = 10 \text{ Hz}$ . Viteza de propagare a undei în lungul coardei este  $c = 4,5 \text{ m/s}$ . Să se afle:

a) lungimea de undă a perturbației care se propagă în lungul coardei;

b) ecuația de oscilație a unui punct situat la distanța  $x = 93,75 \text{ cm}$  de capătul  $B$ .

**1.10.82.** Spre un perete reflectător se trimite o undă sonoră plană de frecvență  $\nu = 500 \text{ Hz}$ . Distanța dintre sursă și perete este  $l = 40 \text{ m}$ . Amplitudinea oscilațiilor particulelor mediului este  $A = 2,4 \text{ mm}$  și viteza de propagare a undelor  $c = 320 \text{ m/s}$ . Să se afle:

a) lungimea de undă a undelor sonore;

b) distanța față de perete la care, în urma interferenței dintre unda incidentă și unda reflectată presupusă de aceeași amplitudine, se produc maxime (ventre) și minime (noduri);

c) amplitudinile de oscilație a punctelor mediului aflate la distanța  $x_1 = 5,2 \text{ m}$  de perete.

**1.10.83.** Extremitatea  $A$  a unui resort este pusă în mișcare oscilatorie cu elongația  $y = 4 \sin 20 \pi t$ . Să se calculeze:

a) amplitudinea, frecvența și perioada;

b) mișcarea oscilatorie se propagă în lungul resortului cu viteza de  $5 \text{ m/s}$ ; să se determine lungimea de undă;

c) ecuația undei într-un punct  $B$  situat la  $50 \text{ cm}$  de extremitatea  $A$ ;

d) în punctul  $B$  unda întâlnește o altă undă a cărei ecuație este  $y' = 4 \sin 2\pi(10t - 2)$ . La întâlnire va exista un maxim sau un minim de interferență, dacă de la producerea undelor pînă la întâlnirea lor au trecut  $2 \text{ s}$ ?

$I =$

## RĂSPUNSURI

### Capitolul 1. MIȘCAREA ȘI REPAUSUL

- 1.1.1.  $v_a = \frac{1}{2}(v_1 - v_2) = 2,0 \text{ km/h}$ ,  $v = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) = 18 \text{ km/h}$ .
- 1.1.2.  $v_1 = 20 \text{ km/h}$ ,  $v_2 = 5 \text{ km/h}$ ,  $v = v_1 + v_2 = 25 \text{ km/h}$ ; figura 1.1.2, R.
- 1.1.3.  $v_1 = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) = 2,0 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = \frac{1}{2}(u_1 - u_2) = 1,0 \text{ m/s}$ .
- 1.1.4.  $h = vt \sin \alpha = 24 \text{ m}$ .
- 1.1.5.  $u = \sqrt{v_0^2 - v^2} = 98 \text{ m/s}$ ,  $\sin \alpha = v/v_0$ ,  $\alpha = 11^\circ 30'$ .
- 1.1.6. a)  $T = 2d/\sqrt{v_0^2 - v^2} = 51 \text{ min}$ ; b)  $T = 2dv_0/(v_0^2 - v^2) = 52,2 \text{ min}$ ;  
c)  $T = 2d/v_0 = 50 \text{ min}$ .
- 1.1.7.  $v_2 = v_1 \operatorname{tg} \alpha = 0,173 \text{ m/s}$ .
- 1.1.8.  $v' = \sqrt{v_0^2 + (v_1 + v_2)^2} = 15,5 \text{ m/s}$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = v_0/(v_1 + v_2)$ ,  $\alpha = 11,5^\circ$ .

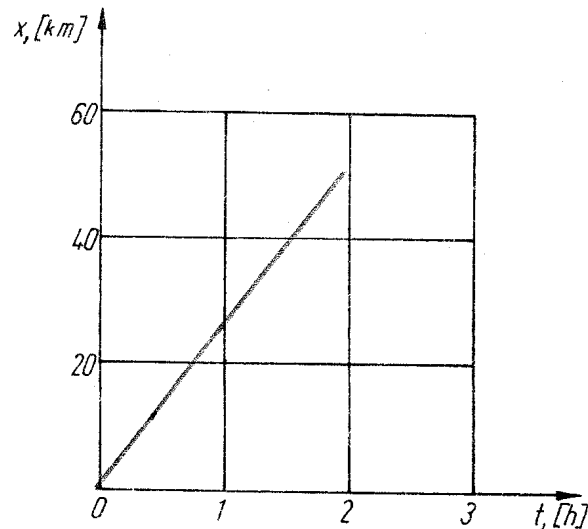


Fig. 1.1.2, R

$$1.1.9. v' = \sqrt{v^2 + v_0^2 + 2vv_0 \cos 45^\circ} = 18,5 \text{ m/s}, \sin \alpha' = \frac{v_0}{v'} \sin 45^\circ,$$

$$\alpha' = 22,5^\circ \text{ (după } N - N-V).$$

$$1.1.10. N = 2d/v\tau = 8, N' = 7, (N' = N - 1 \text{ pentru } N \text{ par și } N' = N \text{ pentru } N \text{ impar}).$$

### Capitolul 2. PRINCIPIILE MECANICII NEWTONIENE

1.2.1. Asupra parașutistului mai acționează și forța de rezistență din partea aerului, care crește repede cu viteza și ajunge să echilibreze forța de greutate.

$$1.2.2. a = g = 9,8 \text{ m/s}^2, 2g, g/2.$$

1.2.3. Nu.

$$1.2.4. F_r = 2F \cos \frac{\alpha}{2} = 17,3 \text{ kN}.$$

$$1.2.5. N = F \sqrt{2}.$$

1.2.6. Nu; se dublează.

$$1.2.7. a = T/m - g = 4,0 \text{ m/s}^2, \text{ respectiv } -3,0 \text{ m/s}^2.$$

$$1.2.8. a_1 = 0,5 \text{ m/s}^2, a_2 = 0, a_3 = -1 \text{ m/s}^2; T = G(1 - a/g) = 95 \text{ kN}; 100 \text{ kN}; 110 \text{ kN}.$$

1.2.9. Da (coboară talerul cu apa în care am băgat mina).

1.2.10. Nu; da (coboară talerul cu vasul în care se scufundă corpul).

1.2.11. Dacă tragem încet, sistemul aproape în condițiile de echilibru și asupra firului superior acționează forța de tracțiune  $F$  plus greutatea corpului  $mg$ , de aceea el se rupe primul. Dacă smucim brusc, forța de tracțiune  $F$  crește aproape instantaneu la valoarea critică de rupere a firului, în timp ce firul superior continuă să rămână sub acțiunea greutății  $mg$ , deoarece corpul  $m$  practic nu coboară în timpul foarte scurt de smucire, deci nu produce alungirea (și forța) necesară pentru ruperea firului superior.

$$1.2.12. a = (n - 1)g = 2g.$$

$$1.2.13. m_0 = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} = 9,6 \text{ kg}.$$

$$1.2.14. a_{\min} = g(n - 1) + na = 14 \text{ m/s}^2.$$

$$1.2.15. f = F \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 10 \text{ N}.$$

$$1.2.16. F = T(1 + m_1/m_2) = 2,5 \text{ kN}.$$

$$1.2.17. a = g + F/(m_1 + m_2) = 19,8 \text{ m/s}^2, T = F m_1/(m_1 + m_2) = 1,0 \text{ N}.$$

$$1.2.18. T = F \frac{m_2 + fm_0}{m_1 + m_2 + m_0}.$$

$$1.2.19. T_{1,2} = \frac{1}{2} m(g/\cos \alpha \mp a/\sin \alpha) = 0,76, \text{ respectiv } 10,5 \text{ N}.$$

$$1.2.20. a_1 = a \frac{M}{M+m} = 0,80 \text{ m/s}^2, a_2 = -a \frac{m}{M+m} = -1,20 \text{ m/s}^2;$$

$$F = -\frac{Mma}{M+m} = -48 \text{ N.}$$

$$1.2.21. a = g \frac{m+M}{M} = 14,7 \text{ m/s}^2.$$

$$1.2.22. v' = \frac{v \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1-a/g}} = 85,7 \text{ km/h.}$$

$$1.2.23. a = g \frac{G_2 - G_1}{G_1 + G_2} = 4,9 \text{ m/s}^2, T = \frac{2G_1G_2}{G_1 + G_2} = 15 \text{ N; respectiv}$$

$$a' = g \frac{F - G_1}{G_1} = 19,6 \text{ m/s}^2, T' = G_2 = 30 \text{ N.}$$

$$1.2.24. f = \frac{2mMg}{2M+m} = 0,186 \text{ N}, F = \frac{4M(M+m)g}{2M+m} = 4,1 \text{ N.}$$

1.2.25.  $F = \frac{4m_1m_2(a_0+g)}{m_1+m_2} = 3,6 \text{ N}$  (deci într-un SC accelerat totul se petrece ca și cum SC n-ar fi accelerat, dar în schimb apare un câmp gravitațional echivalent  $\vec{g}_{\text{ech}} = -\vec{a}$ ).

$$1.2.26. a_1 = \frac{m_1g - m_2(g-w_2)}{m_1+m_2} = 1,00 \text{ m/s}^2; F_f = T = \frac{m_1m_2(2g-w_2)}{m_1+m_2} = 2,06 \text{ N.}$$

$$1.2.27. T = mg \frac{l-l_0}{l} = 29,4 \text{ N}; a = g(2l_0/l - 1) = 2,45 \text{ m/s}^2.$$

$$1.2.28. a) \gamma = \frac{2m_1m_2}{m_1+m_2} \left( g + \frac{w_1+w_2}{2} \right) = 500 \text{ N,}$$

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g + m_2w_2 - m_1w_1}{m_1+m_2} = 2,18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2};$$

$$b) a_1 = \frac{(m_2 - m_1)g + m_2(w_1 + w_2)}{m_1+m_2} = 2,78 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$a_2 = \frac{(m_1 - m_2)g + m_1(w_1 + w_2)}{m_1+m_2} = 1,48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2};$$

c) cel cu masa mai mică.

$$1.2.29. \text{Trebuie să coboare cu accelerația } a = g \frac{2M}{m} = 23,5 \text{ m/s}^2.$$

$$1.2.30. a_1 = 2g \frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2} = -2a_2 = 7,84 \text{ m/s}^2; T = g \frac{3m_1m_2}{4m_1 + m_2} = 0,686 \text{ N.}$$

$$1.2.31. a_2 = \frac{m_2 - 8m_1}{64m_1 + m_2} g = 0,98 \text{ m/s}^2 = -a_1/8.$$

$$1.2.32. 2a_1 + a_2 + a_3 = 0; a_1 = g \frac{m_1(m_2 + m_3) - 4m_2m_3}{m_1(m_2 + m_3) + 4m_2m_3} = 1,96 \text{ m/s}^2; a_2 = g \frac{m_1(m_2 - 3m_3) + 4m_2m_3}{m_1(m_2 + m_3) + 4m_2m_3} = -5,88 \text{ m/s}^2;$$

$$a_3 = g \frac{m_1(-3m_2 + m_3) + 4m_2m_3}{m_1(m_2 + m_3) + 4m_2m_3} = 1,96 \text{ m/s}^2;$$

$$T_1 = \frac{8m_1m_2m_3g}{m_1(m_2 + m_3) + 4m_2m_3} = 2T_2 = 2T_3 = 3,14 \text{ N;}$$

$$m_3 = \frac{m_1m_2}{3m_1 - 4m_2} = 0,500 \text{ kg.}$$

### Capitolul 3. MIȘCAREA PUNCTULUI MATERIAL SUB ACȚIUNEA UNOR TIPURI DE FORȚE

#### Mișcarea rectilinie uniformă

$$1.3.1. v_m = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = 9,6 \text{ km/h.}$$

$$1.3.2. v_m = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = 48 \text{ km/h.}$$

$$1.3.3. v_m = \frac{v_1v_2}{fv_2 + (1-f)v_1} = 60 \text{ km/h.}$$

$$1.3.4. v_m = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3} = 8 \text{ km/h.}$$

$$1.3.5. v_m = \frac{v_1t_1 + v_2t_2 + v_3t_3}{t_1 + t_2 + t_3} = 30 \text{ km/h.}$$

$$1.3.6. v_1 = v' \frac{M}{M+m} = 0,40 \text{ m/s}, v_2 = -v' \frac{m}{M+m} = -0,60 \text{ m/s;}$$

$$d_1 = l \frac{M}{M+m} = 0,80 \text{ m}, d_2 = -l \frac{m}{M+m} = 1,20 \text{ m.}$$

$$1.3.7. t_1 = \frac{2d}{v} < t_2 = \frac{2vd}{v^2 - v_f^2}, t_1 = 2,0 \text{ h}, t_2 = 2,0 \text{ h } 7,5 \text{ min.}$$

$$1.3.8. \cos \alpha = v/v_0, \alpha = 60^\circ.$$

$$1.3.9. \sin \alpha \geq \frac{b}{l} \frac{v_0}{v} = \frac{1}{2}, \alpha \in [30^\circ, 150^\circ]; v_{\text{min}} = bv_0/l = 1,5 \text{ m/s.}$$

$$1.3.10. v_2 = 2d/\tau = 30 \text{ km/h.}$$

$$1.3.11. \text{SR legat de coloană; } t = \frac{2lv_0}{v_0^2 - v^2} = 4,5 \text{ min.}$$

$$1.3.12. \text{SR legat de sportivul considerat; } N = n \frac{(v_1 + v_2)\tau}{d} = 200.$$

Mișcarea rectilinie uniform variată

1.3.13. 1)  $v = 15 \text{ m/s}$ ,  $a = 0$ ; 2)  $a = 1,0 \text{ m/s}^2$ ,  $v = 15 + t$ ; 3)  $a = -0,50 \text{ m/s}^2$ ,  $v = 10 - 0,5 t$ .

1.3.14. Pentru  $t \in (0, 5) \text{ s}$  — mișcare încetinită ( $v = -20 + 4t$ ); pentru  $t \in (5, 10) \text{ s}$  — repaus; pentru  $t \in (10, 15) \text{ s}$  — mișcare accelerată ( $v = -2t$ ).

1.3.15. Figura 1.3.15, R.

1.3.16. Corpul este tot timpul accelerat; viteza maximă este la momentul  $t = 14 \text{ s}$ .

1.3.17. Nu; dacă viteza inițială este nulă corpul va căpăta viteză în sensul accelerației.

1.3.18. Nu, căci în al  $n$ -lea interval de timp  $\tau$  distanța parcursă ar trebui să fie  $s_n = a(n-1)\tau \cdot \tau + \frac{1}{2} a\tau^2 = \frac{1}{2} a\tau^2(2n-1)$ .

1.3.19.  $t = v/a = 14,8 \text{ s}$ .

1.3.20.  $a = \frac{2\Delta x}{t_2^2 - t_1^2} = 10 \text{ m/s}^2$ .

1.3.21.  $x = v^2/2a = 50 \text{ m}$ ,  $v' = v/\sqrt{2} = 25,5 \text{ km/h}$ .

1.3.22.  $v_0 = d/t - at/2 = 15 \text{ m/s}$ .

1.3.23.  $d = (v_2^2 - v_1^2)/2a = 55 \text{ m}$ .

1.3.24.  $a = (v_2^2 - v_1^2)/2d = 2,5 \text{ m/s}^2$ ,  $v' = \sqrt{\frac{1}{2}(v_1^2 + v_2^2)} = 52,5 \text{ km/h}$ .

1.3.25.  $d = v_1(t_1 + t_2) + \frac{1}{2} at_2^2 = 400 \text{ m}$ .

1.3.26.  $v_0 = 2d/\tau = 54 \text{ km/h}$ .

1.3.27.  $\Delta t = (v - v_0)/a = 4,2 \text{ s}$ ;  $t_m = -v_0/a = 8,4 \text{ s}$ .

1.3.28.  $t = -v_0/a = 4 \text{ s}$ ,  $x_m = -v_0^2/2a = 40 \text{ m}$ .

1.3.29.  $v_0 = -at_m = 20 \text{ m/s}$ ,  $d = -\frac{1}{2} at_m^2 = 400 \text{ m}$ .

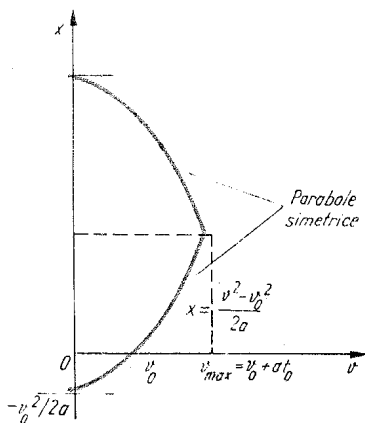


Fig. 1.3.15, R

1.3.30.  $a = -v_0^2/2d = -3,2 \text{ m/s}^2$ ,  
 $t = 2d/v_0 = 25 \text{ s}$ ,  $v' = v_0/\sqrt{2} = 204 \text{ km/h}$ ,  $d' = 3d/4 = 750 \text{ m}$ .

1.3.31.  $v_0 = 2x_m/t_m = 12 \text{ m/s}$ ,  $a = -2x_m/t_m^2 = -0,10 \text{ m/s}^2$ .

1.3.32.  $a = -v_0/t_m = -1,0 \text{ m/s}^2$ ,  
 $x_m = \frac{1}{2} v_0 t_m = 200 \text{ m}$ ,

$t' = t_m(1 - 1/\sqrt{2}) = 6 \text{ s}$ ,  
 $x' = 3x_m/4 = 150 \text{ m}$ .

1.3.33.  $a = \frac{2(n-1)d}{(n+1)t^2} = 0,24 \text{ m/s}^2$ .

1.3.34.  $s_i = (2i-1) \frac{1}{2} a\tau^2$ , deci  $s_n = \frac{2n-1}{2k-1} s_k$ .

1.3.35.  $t = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)h}{(m_2 - m_1)g}} \approx 0,21 \text{ s}$ .

1.3.36.  $T = m(g - 2s/t^2) = 2,7 \text{ kN}$ .

1.3.37.  $F_T = mv_0^2/2d = 500 \text{ kN}$ ,  $t_m = 2d/v_0 = 20 \text{ s}$ .

1.3.38.  $T = m \cdot 2d/t^2 = 200 \text{ N}$ .

1.3.39.  $T/mg = 1 + (v_1 - v_2)/g\tau = 3$ .

1.3.40.  $F = m(fg + v^2/2d) = 292 \text{ kN}$ .

1.3.41.  $x_1/x_2 = 2 - a_1/a_2 = 2 + a_1/|a_2| = (2M - m)/(M - m)$ .

1.3.42.  $s = dM/(M - m) = 300 \text{ m}$ .

Mișcarea corpurilor sub acțiunea gravitației

1.3.43.  $t_L/t_P = \sqrt{g_P/g_L} \approx \sqrt{6} \approx 2,46$ .

1.3.44.  $v = 1/(\tau + \sqrt{2h/g}) = 2,0 \text{ s}^{-1}$ .

1.3.45.  $\tau' = \sqrt{\frac{2}{g}}(\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1}) \approx \frac{1}{22} \text{ s}$ .

1.3.46.  $t = \tau \frac{3n-1}{2(n-1)} = 2,5 \text{ s}$ ;  $h = gt^2/2 = 30,6 \text{ m}$ .

1.3.47.  $v' = \sqrt{v^2 + 2gh} = 34 \text{ m/s}$ ,  $t = (v' \mp v)/g = 2,1 \text{ s}$  sau  $4,8 \text{ s}$ .

1.3.48.  $h = c\tau + \frac{c^2}{g}(1 - \sqrt{1 + 2g\tau/c}) \approx \frac{1}{2} g\tau^2 = 78 \text{ m}$ .

1.3.49.  $F_T = m(g - a) = 3,0 \text{ N}$ .

1.3.50.  $F_T = mg - m \cdot 2h/t^2 = 1,8 \text{ N}$ .

1.3.51.  $F_T = m(g + Hg/h + v_0^2/2h) = 202 \text{ N}$ .

1.3.52.  $x_1 - x_2 = g\tau \cdot t - g\tau^2/2$  crește liniar cu timpul.

1.3.53. Corpul 1 față de corpul 2:  $v_1 - v_2 = g\tau = \text{const}$ ,  $x_1 - x_2 = g\tau t - g\tau^2/2$ .

1.3.54.  $\tau = \sqrt{t^2 + 2d/g} - t = 0,05 \text{ s}$ .

1.3.55.  $H = (d + h)^2/4d \approx 16,0 \text{ m}$ ;  $h > d$ .

1.3.56.  $T = mg \left(1 + \frac{n-1}{n\tau} \sqrt{2h/g}\right) = 1,25 \text{ kN}$ .

1.3.57.  $t = \frac{v(4m_1 + m_2)}{2g(2m_1 + m_2)} = 0,45 \text{ s}$ .

1.3.58. Figura 1.3.58, R. Mișcarea „periodică“ va fi amortizată.

1.3.59.  $t_c = \tau \sqrt{a/g} = 5,0$  s.

1.3.60. c).

1.3.61. Zero, respectiv  $-3h_{max}$ ; în ecuația mișcării  $y$  este coordonata corpului la momentul  $t$  și nu distanța parcursă!

1.3.62.  $v_0 = \sqrt{(n-1)gh} = 9,8$  m/s;  $v' = \sqrt{(n+1)gh} = 13,8$  m/s.

1.3.63.  $v'_0 = n \cdot v_0 = 4 v_0$ , respectiv  $v'_0 = \sqrt{n} \cdot v_0 = 2 v_0$ .

1.3.64.  $a_{max}$  în momentul lansării și  $a_{min}$  în momentul aterizării.

1.3.65.  $h' = 3h/4 = 3,7$  m.

1.3.66.  $v_r = v_1 + v_2$ ,  $y_r = (v_1 + v_2)t$ .

1.3.67.  $t = \frac{h}{v_2 - v_1} = 1,0$  s,  $y = h \frac{2v_2(v_2 - v_1) - gh}{2(v_2 - v_1)^2} = 10,1$  m,  
 $2v_2(v_2 - v_1) > gh$ .

1.3.68.  $t = \sqrt{4b/g} \sin 2\alpha$  este maxim pentru  $\alpha = 45^\circ$ .

1.3.69.  $t = l/(v_{01} + v_{02}) = 30$ s,  $d = v_{02}t - at^2/2 = 60$  m.

1.3.70.  $t_1 = 2 \sqrt{R/g}$ ,  $t_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{R/g}$ .

1.3.71.  $v_0 = n \sqrt{hg/2}$ .

1.3.72. De  $n^2$  ori.

1.3.73.  $t = v_0/g \tan \beta = 1,5$  s.

1.3.74.  $v_0 = d \sqrt{g/2h} = 7,5$  m/s;  $v' = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 21,4$  m/s.

1.3.75. SC legat de șalupă;  $d = (v + v') \sqrt{2h/g} = 180$  m.

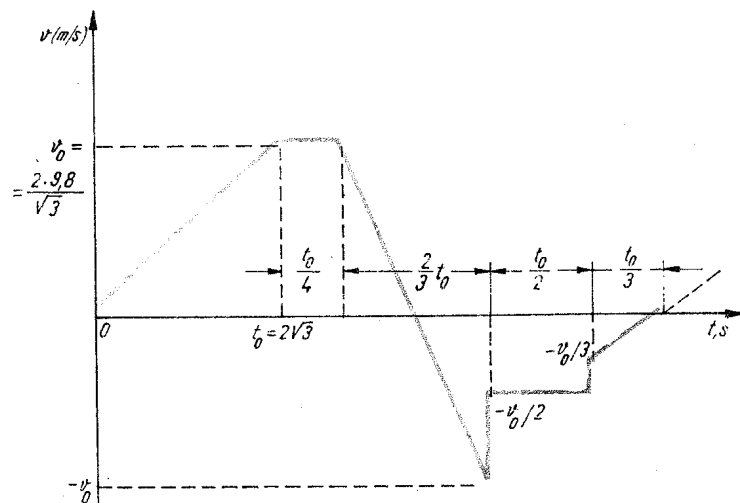


Fig. 1.3.58, R

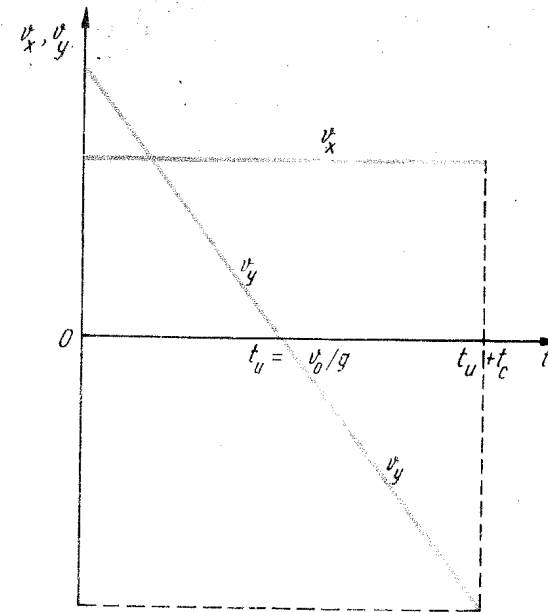


Fig. 1.3.81, R

1.3.76.  $h = \Delta y - \frac{g\Delta x}{2v^2} (2d + \Delta x) = 14$  cm deasupra centrului țintei.

1.3.77.  $t = \frac{2}{g} v_0 \tan \alpha = 2,3$  s.

1.3.78.  $h = g d^2 (v_2^2 - v_1^2) / 2v_1^2 v_2^2 = 2,7$  m.

1.3.79. Da, timpul de cădere  $t_c = \sqrt{2h/g}$ .

1.3.80.  $h_1 = h_2 = 19,6$  m;  $t_1 = t_2 = d_1/v_1 = 2,0$  s,  $d_2 = d_1 v_2/v_1 = 12,0$  m.

1.3.81. Figura 1.3.81, R.

1.3.82. De  $n^2$  ori. De  $n$  ori.

1.3.83.  $\tan \alpha = 4/n$ ,  $\alpha = 53^\circ$ .

1.3.84.  $d = v_0 t \cos \alpha$ ,  $h = v_0 t \sin \alpha + gt^2/2$ , de unde  $d = 2,05$  km ( $t = 20,5$  s).

1.3.85.  $h = v_0 t \sin \alpha - gt^2/2$ ,  $t_1 = 2,5$  s,  $t_2 = 40$  s,  $d = v_0 t \cos \alpha = 300$  m, respectiv 4,8 km.

1.3.86.  $h = \frac{2u}{g} (v_0 \cos \alpha - u) \tan^2 \alpha = 3,7$  m.

1.3.87.  $v_0 = (2h - g\tau^2) / 2\tau \sin \alpha = 67$  m/s,  $b = v_0 \cos \alpha \left( \frac{2}{g} v_0 \sin \alpha + \tau \right) = 435$  m.

1.3.88.  $v_0 = \cos \alpha \sqrt{gl/2 \sin \alpha} = 8,5$  m/s.

1.3.89. Deoarece  $v_0^2/4g > H-h$ , trebuie aruncat sub unghiul dat de  $v_0^2 \sin^2 \alpha_0 / 2g = H-h$ ,  $\alpha_0 = 17^\circ$ , atunci distanța maximă se obține din ecuația traiectoriei pentru  $y = -h$ :  $-h = x \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{1}{2} \frac{g x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha_0}$ ,  $x^2 - 22x - 104 = 0$ ,

$x = 26$  m. (Dacă ar fi  $v_0^2/4g < H-h$ , atunci  $\alpha_0 = 45^\circ$  și  $x_{\max} = v_0^2/g$ .)

$$1.3.90. v = \sqrt{gh/2f(2+f)} \cdot \frac{1+f}{\sin \alpha} = 20 \text{ m/s.}$$

$$1.3.91. h = d(\operatorname{tg} \alpha - gd/2v_0^2 \cos^2 \alpha) = 2,0 \text{ m.}$$

$$1.3.92. -h = d \operatorname{tg} \alpha - gd^2/2v_0^2 \cos^2 \alpha, \text{ de unde } d = 45 \text{ km; } -h = v_0 t \sin \alpha - gt^2/2, \text{ de unde } t = 74,2 \text{ s } (d = v_0 t \cos \alpha).$$

$$1.3.93. \text{Coordonatele țintei } (d, d \operatorname{tg} \beta) \text{ verifică ecuația traiectoriei } d \operatorname{tg} \beta = d \operatorname{tg} \alpha - gd^2/2v_0^2 \cos^2 \alpha, \text{ de unde } v = \sqrt{gd/2 \cos^2 \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = 316 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$1.3.94. R = \frac{v_0^2}{g} \left[ 1 - (1-f)^2/4 \right] = 1,53 \text{ m.}$$

$$1.3.95. v_r = 2v_0 \sin \alpha_1 = 2,8 \text{ m/s vertical în jos.}$$

$$1.3.96. \tau = v_0/g - d/u \pm \sqrt{d^2/u^2 - v_0^2/g^2 - 2h/g} = 0,60 \text{ s sau } 3,4 \text{ s.}$$

$$1.3.97. d = h(v_2 + v_1 \cos \alpha)/v_1 \sin \alpha = 40 \text{ m.}$$

$$1.3.98. \operatorname{tg} \alpha = H/d, \alpha = 30^\circ; v_0 \geq \sqrt{\frac{g}{2} (H + d^2/H)} = 14 \text{ m/s.}$$

#### Forțele de frecare

$$1.3.99. F_f = F \cos \alpha = 10 \text{ N.}$$

$$1.3.100. c) \text{ și } e); e).$$

$$1.3.101. \text{Cazul } b.$$

$$1.3.102. \mu = 2s_m / gt_m^2 = 0,10.$$

$$1.3.103. \mu = v_0^2 / 2gs_m = 0,28.$$

$$1.3.104. t \geq v_0 / \mu g = 10 \text{ s.}$$

$$1.3.105. \text{Se vor opri simultan.}$$

$$1.3.106. a = \frac{F \cos \alpha - \mu(mg \mp F \sin \alpha)}{m} = \frac{F \cos(\alpha \mp \varphi)}{m \cos \varphi} - \operatorname{tg} \varphi = 1,4 \text{ m/s}^2; 0,30 \text{ m/s}^2; a_{\max} = \frac{F}{m \cos \varphi} - \operatorname{tg} \varphi = 1,5 \text{ m/s}^2, \text{ cind } \alpha = \varphi = 15^\circ.$$

$$1.3.107. a = \frac{F}{m} (\cos \alpha_2 + \mu \sin \alpha_2) - \mu g = 0,70 \text{ m/s}^2, \mu = \frac{F \cos \alpha_1}{mg - F \sin \alpha_1} = 0,65.$$

$$1.3.108. p = l \sin \varphi = 10 \text{ cm.}$$

$$1.3.109. F_{\text{tract.max}} = \mu \eta mg - fMg = Ma_{\max}, M = \frac{\mu \eta mg}{fg + a_{\max}} = 330t.$$

$$1.3.110. \mu = \frac{f}{1-f} = 0,25.$$

1.3.111. Ar trebui ca  $F \sin \alpha \geq \mu(mg + F \cos \alpha)$  sau  $F \sin(\alpha - \varphi) \geq mg \sin \varphi$ , ceea ce nu se poate dacă  $\alpha < \varphi$  căci membrul stâng ar deveni negativ.

$$1.3.112. T(x) = Fx/l.$$

$$1.3.113. a > \mu g = 1,96 \text{ m/s}^2.$$

$$1.3.114. a = \frac{F}{m+M} = 10^{-2} \text{ cm/s}^2, \text{ respectiv } a_1 = \frac{F - \mu mg}{m} = 0,5 \text{ m/s}^2, a_2 = \mu mg/M = 0,25 \text{ m/s}^2.$$

$$1.3.115. F = (\mu_1 + \mu_2)(m_1 + m_2)g = 14,7 \text{ N.}$$

$$1.3.116. \text{Pină în momentul } t_0 = \frac{\mu g}{c} (m_1 + m_2) = 1,96 \text{ s, } a_1 = a_2 = \frac{ct}{m_1 + m_2} = t, \text{ m/s}^2, \text{ după care } a_1 = \mu g = 1,96 \text{ m/s}^2, a_2 = \frac{ct - \mu m_1}{m_2} = 1,25t - 0,49, \text{ m/s}^2.$$

$$1.3.117. \frac{1}{2 \mu \sin 2\alpha_0} = 2.$$

$$1.3.118. \operatorname{tg} \alpha = \frac{4\mu}{3 - \mu^2} = 11^\circ 25'.$$

$$1.3.119. a) T = F = 20 \text{ N; } a = F/m - \mu g = 1,02 \text{ m/s}^2; b) a = \frac{G - \mu mg}{G + mg} g = 0,85 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, T = G \frac{(1 + \mu)mg}{G + mg} = 18,3 \text{ N.}$$

$$1.3.120. a = g \frac{M - \mu(m_1 + m_2)}{M + m_1 + m_2} = 0,39 \text{ m/s}^2, T_1 = gM \frac{(1 + \mu)(m_1 + m_2)}{M + m_1 + m_2} = 18,8 \text{ N; } T_2 = gM \frac{(1 + \mu)m_2}{M + m_1 + m_2} = 7,1 \text{ N; } N = T_1 \sqrt{2} = 26,5 \text{ N.}$$

$$1.3.121. a = g \frac{M - \mu(m_1 + m_2)}{M + m_1 + m_2} = 0,7 \text{ m/s}^2, T_1 = Mg \frac{(1 + \mu)(m_1 + m_2)}{M + m_1 + m_2} = 1,82 \text{ N, } T_2 = Mg \frac{(1 + \mu)m_2}{M + m_1 + m_2} = 0,11 \text{ N; } a' = g \frac{M - \mu(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} = 0,98 \text{ m/s}^2, T_2 = m_2 g \frac{M}{m_1 + m_2} = 0,12 \text{ N, } T_1 = Mg = 1,96 \text{ N.}$$

$$1.3.122. a) F = \mu mg \frac{m+M}{M} = 7,84 \text{ N; } b) F = \mu mg = 5,88 \text{ N.}$$

$$1.3.123. \mu = \operatorname{tg} \alpha - v^2/2gd \cos \alpha = 0,20.$$

$$1.3.124. \mu = \operatorname{tg} \alpha - 2c/g \cos \alpha = 0,30.$$

$$1.3.125. l = v_0^2/2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = v_0^2/2g(p - \mu) = 41 \text{ m. (Pentru unghiuri mici } \alpha < 6^\circ, \operatorname{tg} \alpha \cong \sin \alpha \cong \alpha \text{ în rad și } \cos \alpha \cong 1.)$$

$$1.3.126. \mu = h/(b+d) = 0,050.$$

$$1.3.127. t = \sqrt{2h \cos \varphi / g \sin \alpha \sin(\alpha - \varphi)} = 0,64 \text{ s.}$$

$$1.3.128. \text{Nu, căci } \alpha < \varphi = \text{unghi de frecare (condiția de autoblocare).}$$

$$1.3.129. \text{Da, deoarece } \mu = 0,30 > \operatorname{tg} 15^\circ = 0,27. \text{ Nu, deoarece } \mu' = 0,030 < \operatorname{tg} 15^\circ.$$

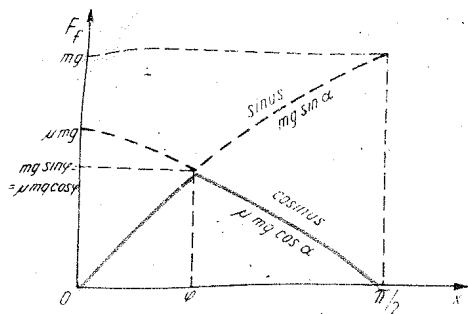


Fig. 1.3.132, R

1.3.130.  $T = mg (\sin \alpha \mp \mu \cos \alpha) = 111 \text{ kN}; 166 \text{ kN}.$

1.3.131.  $a = 2g \sin \alpha - F/m = 4,8 \text{ m/s}^2.$

1.3.132. Figura 1.3.132, R.

1.3.133.  $\varphi_1 = \arctg \mu_1 = 23^\circ 15';$   
 $\varphi_2 = \arctg \mu_2 = 17^\circ 45',$  deci  $\varphi = 20 \div 21^\circ.$

1.3.134.  $p = tg \alpha = \mu \frac{G + NG_0}{G - NG_0} = 0,30.$

1.3.135.  $F_{min} = mgtg(\alpha - \varphi) = 3,3 \text{ N}.$

1.3.136.  $v_{max} = \sqrt{\frac{mg}{k} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = 25 \text{ m/s}.$

1.3.137.  $a = \frac{F}{m} (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 15,7 \text{ m/s}^2.$

1.3.138.  $a = g \left( \sin \alpha - \frac{\mu \cos \alpha}{\sin \beta / 2} \right) = 1,5 \text{ m/s}^2.$

1.3.139.  $\mu = \frac{2h/gt^2 + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 0,30;$   $v_{min} = \sqrt{2gh(1 - \mu \text{ctg} \alpha)} = 10 \text{ m/s}$  (dacă ar fi  $\mu > \text{tg} \alpha$ , atunci ar putea cobori oricît de încet).

1.3.140.  $a \in (a_1, a_2), a_{1,2} = g \text{tg}(\alpha \mp \varphi) = 8 \text{ m/s}^2,$  respectiv  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$

1.3.141.  $a = g \left( \sin \alpha - \frac{(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) \cos \alpha}{m_1 + m_2} \right) = 7,3 \text{ m/s}^2,$

$T = \frac{(\mu_2 - \mu_1) m_1 m_2 \cos \alpha}{m_1 + m_2} = -6,0 \text{ mN}.$

1.3.142. Dacă  $a \leq g \frac{\cos(\alpha + \varphi)}{\sin \varphi} = 26,8 \text{ m/s}^2,$  atunci  $\beta = \alpha + \varphi = 45^\circ$

altfel  $\text{tg}(\beta - \alpha) = \frac{g \cos \alpha}{g \sin \alpha + a}; \beta = 43^\circ 40'.$

1.3.143. Să meargă cu accelerația  $a = g \frac{M + m}{m} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = -3 \text{ m/s}^2.$

1.3.144.  $a = g \frac{M + m}{M} (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 6,86 \text{ m/s}^2.$

1.3.145. a)  $a = g \frac{m - M(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{M + m} = 2,8 \text{ m/s}^2, T = \frac{gmM}{M + m}$   
 ( $1 + \sin \alpha + \mu \cos \alpha = 28 \text{ N},$  b)  $N = 2T \cos(\pi/4 - \alpha/2) = 48,44 \text{ N}.$

1.3.146. a)  $a = \frac{g}{m_1 + m_2} [m_2(\sin \alpha_2 - \mu_2 \cos \alpha_2) - m_1(\sin \alpha_1 + \mu_1 \cos \alpha_1)] = 2,48 \text{ m/s}^2,$

$T = g \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} [\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \mu_1 \cos \alpha_1 - \mu_2 \cos \alpha_2] = 0,906 \text{ N},$  b)  $N = 2T \sin(\alpha_1 + \alpha_2)/2 = 1,23 \text{ N}.$

1.3.147. a)  $\text{tg} \theta = \mp a/g, \theta = \mp 26,5^\circ, T = m \sqrt{g^2 + a^2} = 11,2 \text{ N};$

b)  $\text{tg} \theta = \frac{-a \cos \alpha}{g \pm a \sin \alpha} = -19^\circ,$  respectiv  $-30^\circ;$

$T = m \sqrt{g^2 + a^2 \pm 2g a \sin \alpha} = 13 \text{ N},$  respectiv  $8,5 \text{ N};$  c)  $\theta = \varphi = 15^\circ,$

$T = \frac{mg}{\cos \varphi} = 10,14 \text{ N};$  d)  $\theta = \varphi \pm \alpha = 45^\circ,$  respectiv  $-15^\circ,$

$T = mg \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} = 8,3 \text{ N}.$

#### Mișcarea circulară uniformă

1.3.148.  $v = \pi n D = 2,8 \text{ m/s} = 7,8 \text{ km/h}.$

1.3.149.  $v_A = 0, v_B = 2v.$

1.3.150.  $\omega = (v_2 + v_1)/2R = 30 \text{ rad/s}.$

1.3.151.  $d = 2l = 10 \text{ m}.$

1.3.152. Perioada  $T$  este în raport cu stelele „fixe”. Față de Soare, Pământul are o mișcare de revoluție și într-o perioadă avansează cu  $1/365$  din orbita circumsolară, de aceea trecerea Soarelui la meridian „întîrzie” cu  $\sim 4 \text{ min}.$

1.3.153. Față de Soare vitezele punctului inferior (baza turnului) și superior (virful turnului) sînt  $v_1 = \omega R \cos \varphi, v_2 = \omega(R + h) \cos \varphi,$  deci corpul are în punctul superior (virful turnului) o viteză relativă față de punctul inferior (față de baza turnului)  $v_r = v_2 - v_1 = \omega h \cos \varphi,$  ca și cum ar fi aruncat orizontal (spre est) din turn cu această viteză. Timpul de cădere  $t_c = \sqrt{2h/g},$  de aceea  $x \cong v_2 t_c - v_1 t_c = v_r t_c = h \sqrt{2h/g} \omega \cos \varphi = 18 \text{ cm}$  spre est. Calculul mai riguros dă un coeficient  $2/3.$

1.3.154.  $T_0 = T = 28 \text{ zile}.$

1.3.155.  $v = 2\pi R_{PL}/T_L - 2\pi R_P/T_P = 995 \text{ m/s} - 465 \text{ m/s} = 530 \text{ m/s}.$

1.3.156.  $T_r = \frac{T T'}{T - T'} = 36,7 \text{ zile}, T_r = 2\pi N T_r,$  unde  $N$  — numără-

torul fracției „raționalizate”  $\frac{T'(T - T_0)}{T_0(T - T')} \cong \frac{367}{10},$  deci  $T_r \cong 231 \text{ ani}.$

1.3.157.  $t = \frac{nb}{v} \left[ \alpha + \frac{\pi}{4} (n + 1) \right] = 1,83 \text{ s}.$

1.3.158.  $R = v^2/g \text{tg} \alpha = 7,85 \text{ m}.$

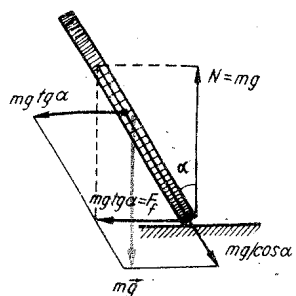


Fig. 1.3.161, R

1.3.159.  $R_{min} = v^2/ng = 1,84 \text{ km}$ .

1.3.160.  $\text{tg } \alpha = v^2/Rg = 45^\circ$ .

1.3.161. Înclinându-se pentru a cădea, va apărea o componentă orizontală a greutății care curbează traiectoria (cealaltă componentă este oblică spre punctul de contact cu planul și este echilibrată de reacțiunea normală și de forța de frecare (fig. 1.3.161, R).

1.3.162.  $\cos \alpha = g/4\pi^2 n^2 l \cong 0,50$ ;  $\alpha = 60^\circ$ .

1.3.163.  $n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{gtg \alpha / (R + l \sin \alpha)} = 0,71 \text{ rot/s}$ .

1.3.164.  $\sqrt{1 + (v^2/Rg)^2} - 1 \cong \frac{1}{2} (v^2/Rg)^2 = 0,5\%$ .

1.3.165.  $T = \frac{m}{2l} \omega^2 (l^2 - x^2)$ .

1.3.166. Pentru a echilibra forțele centrifuge.

1.3.167. Forța arhimedică:  $F_A = mg_{ech} \rho_{incl} / \rho_{met} \sim g_{ech} \cong \omega^2 R \sim \omega^2$ , devine foarte mare la turații mari.

1.3.168.  $m\omega^2 R/mg = 4\pi^2 n^2 R/g = 320$ .

1.3.169.  $\Delta G = m \cdot 4\pi^2 R/T^2 = 4\pi^2 m R/T^2 = 102 \text{ kN}$ . Nu, dacă se neglijează variația de temperatură.

1.3.170.  $T = mg \pm m\omega^2 l = m(g \pm 4\pi^2 n l) = 50 \text{ N}$  (tija întinsă);  $-30 \text{ N}$  (tija comprimată).

1.3.171.  $v = \sqrt{Rg \cos \alpha} = 15,7 \text{ m/s} = 56,4 \text{ km/h}$ .

1.3.172.  $F'_{max} = F_{max} (1 \mp v^2/Rg) = \text{zero}$ , respectiv  $30 \text{ kN}$ .

1.3.173.  $T = mv^2/R \mp mg = 2,8 \text{ kN}$ , respectiv  $4,2 \text{ kN}$ .

1.3.174.  $v_{max} = \sqrt{gR(\cos l/2R - \frac{1}{\mu} \sin l/2R)} = 16,8 \text{ m/s}$ .

1.3.175. Forța necesară în cazul frînării  $F = mv^2/2d$ , iar în cazul virajului  $F = mv^2/d$ , deci este mai bine să frineze.

1.3.176.  $\alpha_{max} = \varphi = 14^\circ$ .

1.3.177.  $\text{tg } \alpha = \mu$ ,  $\alpha \cong 6^\circ$ ,  $R = v^2/\mu g = 10 \text{ m/s}$ .

1.3.178.  $\mu \geq 4\pi^2 n^2 R/g = 0,20$ .

1.3.179.  $v_{max} = \sqrt{Rgtg(\alpha + \varphi)}$ ,  $\varphi = 10^\circ$ ,  $v_{min} = \sqrt{Rgtg(\alpha - \varphi)} = 35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

1.3.180.  $v = \sqrt{Rg \cos \alpha} = 1,4 \text{ m/s}$ .

1.3.181.  $v = 2\pi nd/\theta = 400 \text{ m/s}$ .

1.3.182.  $n \geq \frac{1}{2\pi} \sqrt{2g/Dtg \alpha} = 2,2 \text{ rot/s}$ .

1.3.183.  $\cos \alpha = g/4\pi^2 n^2 (R - r)$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .

1.3.184. a) Firele de nisip rămân la fundul sferei; b) formează un inel cu unghiul format de raza vectorie cu verticala:  $\cos \alpha = g/\omega^2 R$ ,  $\alpha = 37^\circ$ .

1.3.185.  $\mu \geq (u - 2\pi n R)^2 / Rg = 0,40$ .

1.3.186. Traietorie rectilinie; distanță mai mare cind  $\omega_0 \neq 0$ .

1.3.187.  $T = \frac{m}{2\pi} (g/tg \alpha + \omega^2 l/2\pi) = 1,0 \text{ N}$ .

1.3.188.  $\mu \geq (gR + v^2 tg \alpha) / (gR tg \alpha - v^2) = 0,72$ .

1.3.189.  $T_1 = \frac{m\omega^2 R \cos \beta + mg \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$ ,  $T_2 = \frac{m\omega^2 R \cos \alpha - mg \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$ .

Dacă  $\beta < \alpha$ , ca în enunț, se rupe întâi firul superior ( $T_1 > T_2$ ). În cazul  $\beta > \alpha$ , dacă tensiunea de rupere  $T_r < mg/(\cos \alpha - \cos \beta) = T_0$ , se rupe întâi firul superior. Dacă  $T_r > T_0$ , la viteza unghiulară  $\omega^2 = \frac{g(\sin \alpha + \sin \beta)}{R(\cos \alpha - \cos \beta)}$  tensiunile devin egale  $T_1 = T_2 = T_0$ , după care  $T_2 > T_1$ , deci se va rupe întâi firul de jos.

1.3.190.  $F_{1,2} = \mu N_{1,2} = mg \frac{\sin \varphi}{\sin 2\alpha} \cos(\alpha \pm \varphi) = 0,207 \text{ N}$ ;  $0,284 \text{ N}$ .

Dacă  $\alpha > \pi/2 - \varphi$ ,  $N_1 = 0$  și cilindrul urcă pe planul 2.

1.3.191.  $\sqrt{Rg \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}}$ ;  $\sqrt{\mu Rg} = \sqrt{\frac{\text{tg}(\alpha + \varphi)}{\text{tg } \varphi}} = 1,26$ .

1.3.192.  $v = g \sqrt{RR_0/v_0} = 20 \text{ m/s}$ ,  $\text{tg } \alpha = Rg/v^2$ ,  $\alpha = 11,5^\circ$ .

1.3.193.  $\omega = \sqrt{\frac{g \text{tg } \beta}{l(\sin \alpha + \sin \beta)}} = 3,95 \text{ rad/s}$ .

1.3.194.  $h = 2R/3 = 2,0 \text{ m}$ .

1.3.195.  $2R/3 = \frac{t}{3} \sqrt{10gR/3} + gt^2/2$ ;  $t = 0,3 \text{ s}$ .

1.3.196.  $a = g^2/R = 0,40 \text{ m/s}^2$ .  $\mu \geq l/R = 0,041$ .

1.3.197.  $v_{max}^2 = \mu g R / \sqrt{1 + 9/\pi^2}$ ,  $v_{max} = 53 \text{ km/h}$ .

1.3.198.  $a_{max} = \mu(g \mp v^2/R) = 1,6 \text{ m/s}^2$ , respectiv  $4,3 \text{ m/s}^2$ .

1.3.199.  $R = mg + m 4\pi^2 n^2 x = 42 \text{ N}$ .

1.3.200.  $d = v_0^2 R/2 \sqrt{(\mu g R)^2 - v_0^4} = 30 \text{ m}$ .

1.3.201.  $\text{tg } \alpha = \frac{g - a\mu}{a + g\mu}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ .

1.3.202.  $h = R \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{a + \mu g}{g - \mu a} \right)^2}} \right] = 0,40 \text{ m}$ .

1.3.203.  $\alpha_{max} = \varphi$ ,  $F_f = mg \sin \varphi = 294 \text{ N}$ .

1.3.204.  $v \geq \sqrt{Rg(M/m + 1)} = 22,4 \text{ m/s}$ .

1.3.205.  $a_2 = g \sin^2 \alpha \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 \sin^2 \alpha} = 9,0 \text{ m/s}^2$ .



1.3.206.  $\sigma' = \sigma F'/F = 45 \text{ MN/m}^2$ .

1.3.207.  $\sigma' = \sigma d^2/d'^2 = 8 \text{ MN/m}^2$ .

1.3.208. a) Crește de  $n$  ori, b) scade de  $n$  ori, c) scade de  $n^2$  ori, d) nu se schimbă.

1.3.209.  $h = \frac{\sigma_r}{s} \frac{1}{\gamma} = 50 \text{ m}$ .

1.3.210.  $l_0 = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 + m_2} = 25 \text{ cm}$ .

1.3.211.  $\frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_V = (1 + \varepsilon)(1 - \mu\varepsilon)^2 - 1 \cong \varepsilon(1 - 2\mu)$ . Deoarece

$\mu < 0,5$ , volumul crește la alungire și scade la comprimare.

1.3.212.  $F > (m_1 + m_2)g = 2,94 \text{ N}$  (resortul trebuie să se destindă cu  $m_2 g/k$  față de lungimea sa nedeformată).

1.3.213.  $F = (M + m)g = 130 \text{ N}$ .

1.3.214.  $\Delta x = \frac{m_2 g}{k} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = -4 \text{ cm}$ .

1.3.215.  $\varepsilon = \frac{1}{F_1/x_1 m 4\pi^2 n^2 - 1} = 1,0 \%$ .

1.3.216.  $\Delta x = \frac{m \omega^2 l_0}{k - m \omega^2} = 5,0 \text{ cm}$ .

1.3.217.  $\mu > \frac{2T}{(M + m_1 + m_2)g} = 0,4$ .

1.3.218.  $R = \frac{l}{2\pi} \frac{1}{1 - \omega^2 m/4\pi^2 k} = 0,32 \text{ m}$ .

1.3.219.  $\omega = \sqrt{g/(l_0 \cos \alpha + mg/k)} = 4,43 \text{ rad/s}$ .

1.3.220.  $\mu = \frac{kl_0(1/\cos \alpha - 1)\sin \alpha}{mg - kl_0(1 - \cos \alpha)} = 0,20$ .

Legea atracției universale. Câmpul gravitațional

1.3.221.  $F = KM_P M_L / R^2 = 2,0 \cdot 10^{20} \text{ N}$ .

1.3.222.  $x = \frac{60}{1 + 1/\sqrt{81}} R - R = 53 R$ , (sau  $6R$  de la centrul Lunii).

1.3.223.  $G_P/G_M = g_P/g_M = \frac{M_P}{M_M} \left(\frac{R_M}{R_P}\right)^2 = 2,5$ .

1.3.224.  $\Delta g/g \cong \Delta M/M \sim 2 \cdot 10^{-17} \%$ .

1.3.225.  $g = g_0(1 + n)^2$ .

1.3.226.  $g = g_0 \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \approx g_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ ;  $\frac{g_0 - g}{g_0} = \frac{2h}{R} = 0,04\%$ .

1.3.227.  $h = R \cdot \sqrt{1 - 3\pi/K\rho T^2} - R = 1000 \text{ km}$ .

1.3.228.  $h \cong (g_P - g_E)R/2g_P = 16 \text{ km}$ .

1.3.229.  $g' = g \frac{D'}{D} \frac{\rho'}{\rho} = 4,5 \text{ m/s}^2$ .

1.3.230.  $4\pi^2 R/T^2 g = 0,35\%$ ;  $T = 2\pi \sqrt{R/g} = 1 \text{ h } 25 \text{ min}$ .

1.3.231.  $\rho = 3\pi/KT^2 = 2,73 \text{ g/cm}^3$ .

1.3.232.  $K = 3g_0/4\pi R\rho = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ .

1.3.233.  $g = \frac{2\pi}{3} K\rho D = 7,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ ,  $h' = h g_P/g_A = 636 \text{ m}$ .

1.3.234.  $T = \sqrt{\frac{3\pi n}{n-1} \frac{1}{K\rho}} = 2 \text{ h } 17 \text{ min}$ .

1.3.235.  $g_s = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \text{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} \cong \frac{16\pi^2 R}{T^2 \alpha^2} = 270 \text{ m/s}^2$ .

Sateți artificiali

1.3.236.  $G_{op} = 5 \text{ mg}$ .

1.3.237. La lansarea verticală  $a_{max} = 4 \text{ g}$ , în spațiul cosmic  $5 \text{ g}$  (la aterizare verticală  $6 \text{ g}$ ).

1.3.238. Pentru a folosi viteza periferică de rotație a Pământului.

1.3.239.  $v = R \sqrt{g_0/r} \sim 1/\sqrt{r}$ ,  $v_{max} = v_I = \sqrt{g_0 R} = 7,9 \text{ km/s}$  — prima viteză cosmică.

1.3.240.  $T = 2\pi \frac{r^{3/2}}{R \sqrt{g_0}} \sim r^{3/2}$ ,  $T_{min} = 2\pi \sqrt{R/g_0} = T_I = 1 \text{ h } 25 \text{ min}$ ,

$v = 1/T = \frac{1}{2\pi} R \sqrt{g_0} / r^{3/2} \sim 1/r^{3/2}$ ,  $v_{max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g_0 R} = 17 \text{ rot}/24 \text{ h}$ .

1.3.241.  $v_I = \sqrt{g_0 R} = 1,7 \text{ km/s}$ .

1.3.242.  $v = \sqrt{g_0 R} / \sqrt{n} = 5,6 \text{ km/s}$ .

1.3.243. În planul ecuatorial, spre est, la altitudinea ( $T = 24 \text{ h}$ ):

$h = \sqrt[3]{g_0 R^2 T^2 / 4\pi^2} - R = 35,6 \cdot 10^3 \text{ m}$ ,  $v = \sqrt[3]{2\pi g_0 R^2 / T} = 3,1 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ .

1.3.244.  $T = 2\pi \frac{R+h}{R} \sqrt{\frac{R+h}{g}} = 4\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} = 4 \text{ h}$ ,  $n = \frac{D}{T} = 6 \text{ rot}$ .

1.3.245.  $v = v_I \pm v_p = \sqrt{gR} \pm 2\pi R/T = 8,36 \text{ km/s}$  (spre vest);  $7,43 \text{ km/s}$  (spre est).

1.3.246.  $T = \sqrt{3\pi/K\rho} = 2 \text{ h}$ .

1.3.247.  $\rho = 3v_I^2 / 4KS = 3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

1.3.248.  $g = v^2(R+h)/R^2 = 12 \text{ m/s}^2$ .

1.3.249.  $M = Rv^2/K = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ .

1.3.250.  $M = v^2 R/K = 5,8 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , respectiv  $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ .

1.3.251.  $T = 2\pi \frac{R}{R_0} \sqrt{R/g_0} = 27,4 \text{ zile}$ .

$$1.3.252. m_S = 4\pi^2 R^3 / K T^2 = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg.}$$

$$1.3.253. m = \frac{4\pi^2 r^3}{K T^2} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg.}$$

$$1.3.254. m_S / m_P = (R_{PS} / R_{LP})^3 (T_L / T_P)^2 = 3,5 \cdot 10^5.$$

$$1.3.255. \sqrt[3]{T'^2 / T^2} = 5,2 \text{ ori.}$$

$$1.3.256. T = \sqrt{n} \cdot T_0 = 1,41 \text{ ani.}$$

$$1.3.257. \tau = 2\pi g R^2 / (v_1^2 - v_2^2) = 39 \text{ h.}$$

$$1.3.258. T = 3 \frac{R}{l} \frac{m M g}{m + M} = 0,030 \text{ N.}$$

Capitolul 4. ENERGIA MECANICĂ

$$1.4.1. m = L/gd = 102 \text{ g.}$$

$$1.4.2. L = m(a + g)h = 4,8 \text{ kJ.}$$

$$1.4.3. a = g(L/Gh - 1) = 1,96 \text{ m/s}^2.$$

$$1.4.4. L = \frac{1}{2} mg \cdot vt = 4,9 \text{ kJ.}$$

$$1.4.5. P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cdot \cos \alpha = 290 \text{ kW.}$$

$$1.4.6. L = gl (m/2 + m_0) = 12,7 \text{ kJ.}$$

$$1.4.7. L = m(g + a)h = 9,6 \text{ kJ.}$$

$$1.4.8. F \cdot d = mv^2/2, d = mv^2/2F_r = 2,0 \text{ cm.}$$

$$1.4.9. F = m(v_0^2 - v^2)/2l - mg = 50 \text{ N.}$$

$$1.4.10. L = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) + F_r d = 72 \text{ J.}$$

$$1.4.11. F = nmv^2/2l = 1,0 \text{ kN.}$$

$$1.4.12. L = Nmgh \frac{N-1}{2} = 9,7 \text{ kJ.}$$

$$1.4.13. L = (G + h\gamma/2)h = 2,4 \text{ MJ, } \eta = Gh/L = 83\%.$$

$$1.4.14. P = \mu mgv/\eta = 84 \text{ kW.}$$

$$1.4.15. P = Rlv = 7,5 \text{ kW, } L = P \frac{S}{lv} = RS = 75 \text{ MJ.}$$

$$1.4.16. N = RbS/Pt = 25.$$

$$1.4.17. F'/F = \pi\eta l/htg\alpha = 100.$$

$$1.4.18. \mu mg \cdot d = mv_0^2/2, d = v_0^2/2\mu g = 100 \text{ m.}$$

$$1.4.19. v = \sqrt{\frac{2m_0 + m}{m_0 + m} gl} = 7,0 \text{ m/s.}$$

$$1.4.20. v_m = P/fmg = 100 \text{ m/s; } a = P/mv - fg = 0,80 \text{ m/s}^2.$$

$$1.4.21. d = (M - m)^2 v^3 / 2M^2 P = 30 \text{ m.}$$

$$1.4.22. \eta M \cdot 2\pi = Fh, F = 2\pi\eta M/h = 3,5 \text{ kN, } L_a = Fb = 140 \text{ J.}$$

$$1.4.23. Q = P/\rho gh = 10 \text{ l/s.}$$

$$1.4.24. P = 8q^3/\pi^2 D^4 \rho^2 + qgh = 80 \text{ W. Dacă nu folosim tub: } P' = qgh < P.$$

$$1.4.25. (F - F_r)d = mv^2/2, v = \sqrt{2(F - F_r)d/m} = 1,00 \text{ m/s.}$$

$$1.4.26. F_r = (m + m_0)g + \frac{mgh}{x} \frac{m}{m + m_0} = 998 \text{ N, } \eta = \frac{F_r x}{mg(h + x)} = 93\%.$$

$$1.4.27. E_C = E_P = \frac{1}{4} mg^2 \tau^2 = 192 \text{ J.}$$

$$1.4.28. h = v_0^2/4g = 6,5 \text{ m.}$$

$$1.4.29. L = mgd^2/4h = 1,0 \text{ J.}$$

$$1.4.30. t = \frac{v_0}{g} \sqrt{n-1} = 2,0 \text{ s.}$$

$$1.4.31. E_p = E_0 \sin^2 \alpha = 10 \text{ J, } E_c = E_0 \cos^2 \alpha = 30 \text{ J.}$$

$$1.4.32. E_p = E_c \operatorname{tg}^2 \alpha = 15 \text{ J.}$$

$$1.4.33. mv_0^2/2 = mv^2/2 + mgh, v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = 10 \text{ m/s, } \sin \alpha_0 > \sqrt{2gh}/v_0, \alpha_0 > 48^\circ 30'.$$

$$1.4.34. E_c = mgh + \frac{1}{2} mv_0^2.$$

$$1.4.35. L = mbg/2 \sin 2\alpha_0 = 9,8 \text{ J.}$$

$$1.4.36. mv^2/2 = mgh, v = \omega R, n = \frac{1}{\pi D} \sqrt{2gh} = 13 \text{ rot/s.}$$

$$1.4.37. -\Delta E_c = m(gl \sin \alpha - v^2/2) = 1,2 \text{ kJ.}$$

$$1.4.38. P = 2mgv(h_1 - h_2)/l = 200 \text{ kW.}$$

$$1.4.39. E_c = mgh, v = \sqrt{2gh}.$$

$$1.4.40. p = \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha \approx P/mgv + \mu = 0,05 = 5\% (\sin \alpha \approx \alpha, \cos \alpha \approx 1).$$

$$1.4.41. F = 2vmg \sin \alpha \approx 2vmgp = 14,7 \text{ kW.}$$

$$1.4.42. mv_0^2/2 = mgh + \mu mg \cos \alpha \cdot h/\sin \alpha = mgh(1 + \mu/p),$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g \left(1 + \frac{\mu}{p}\right)} = 2,7 \text{ m.}$$

$$1.4.43. \mu = \frac{n+1}{n-1} \operatorname{tg} \alpha = 0,26.$$

$$1.4.44. (-F_r \mp mg \sin \alpha)d = -mv_0^2/2, d \approx \frac{mv_0^2}{2(F_r \mp mgp)} = 40 \text{ m; } 200 \text{ m.}$$

$$1.4.45. \eta = \frac{\sin \alpha \cos \varphi}{\sin(\alpha + \varphi)} = 68 \text{ \%}.$$

$$1.4.46. v_0 = 2 \cos \alpha \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \approx 2 \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 4,8 \text{ m/s.}$$

$$1.4.47. v = \sqrt{2gh(1 - \frac{1}{2} \mu \operatorname{ctg} \alpha)} = 14 \text{ m/s.}$$

$$1.4.48. L = mgh \left( 1 + \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \operatorname{ctg} \alpha \right) = 4,5 \text{ kJ.}$$

$$1.4.49. \Delta E = -\frac{1}{2} mg(h_1 - h_2) = -98 \text{ MJ.}$$

$$1.4.50. T = mg(3\cos\theta - 2\cos\alpha), T_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha), \\ \alpha = 60^\circ, T_{\max} = 2mg; \alpha = 90^\circ, T_{\max} = 3mg.$$

$$1.4.51. T_{\max}/T_{\min} = 3/\cos \alpha - 2 = 4.$$

$$1.4.52. \cos \alpha = (3 - n)/2, \alpha = 60^\circ.$$

$$1.4.53. h = lT/2mg - l/2 = 0,52 \text{ m.}$$

$$1.4.54. h = Tl/2mg - 3l/2 = 8,5 \text{ m.}$$

$$1.4.55. T_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha + v^2/g) = 8,0 \text{ N.}$$

$$1.4.56. F = 5mg = 2,94 \text{ kN.}$$

$$1.4.57. \text{În punctul superior } mg = mv_1^2/R, \text{ în punctul inferior } T_r = mg + \\ + mv_2^2/R, \text{ unde } v_2^2 = v_1^2 + 2g \cdot 2R, \text{ de unde } T_r = 6mg.$$

$$1.4.58. h = 5R/2 = 1,00 \text{ m}, L = mg(H - 5R/2) = 0,49 \text{ J.}$$

$$1.4.59. v_0 = \sqrt{2gl}, \text{ respectiv } v_0 = 2\sqrt{gl}.$$

$$1.4.60. v \geq \sqrt{5gl} = 7,0 \text{ m/s.}$$

$$1.4.61. 2\sqrt{gl} \left( \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4 \sin \alpha/2} \right) = -2,3 \text{ m/s (în jos).}$$

$$1.4.62. a) v = \sqrt{gl/2} = 3,13 \text{ m/s; } b) v = \sqrt{gl} = 4,43 \text{ m/s; } c) \text{ m.}$$

$$1.4.63. F = P \sqrt{2m/R\Delta N} = 2,5 \text{ kN.}$$

$$1.4.64. h = l + \frac{v_0^2 - 2gl}{3g} = 1,56 \text{ m}, v = \sqrt{\frac{4}{3}(v_0^2 - 2gl)} = 2,34 \text{ m/s.}$$

$$1.4.65. v_2 = r_2 \sqrt{2g \frac{m_2 r_2^2 - m_1 r_1^2}{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}} = 2,7 \text{ m/s.}$$

$$1.4.66. \omega = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{g(m_1 + 2m_2)}{l(m_1 + 4m_2)}} = 4 \text{ rad/s.}$$

$$1.4.67. \omega = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{g \frac{R - r}{R^2 + r^2}} = 4,45 \text{ rad/s.}$$

$$1.4.68. v = \sqrt{2gl} \sqrt{\frac{|1 - 2f|}{1 - 2f + 2f^2}} (1 - f) = 2,1 \text{ m/s.}$$

$$1.4.69. N_x = mg \cos \alpha (3 \sin \alpha - 2).$$

$$1.4.70. \sigma = P/Sv = 2,0 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2.$$

$$1.4.71. R/mg = \sqrt{1 + v^2/gd} = 1,8.$$

$$1.4.72. L = (F_1 + F_2/2)x_2 = 2 \text{ J.}$$

$$1.4.73. \text{De } 3 \text{ ori.}$$

$$1.4.74. E_{p1}/E_{p2} = k_2/k_1 = 2.$$

$$1.4.75. L_2 = L_1(m_2/m_1)^2 = 40 \text{ J.}$$

$$1.4.76. L = \frac{1}{2} F \cdot \frac{\Delta l'}{\Delta l} \cdot \Delta l' = 800 \text{ N.}$$

$$1.4.77. w = \frac{1}{2} E \epsilon^2 = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E}.$$

$$1.4.78. x_{\max} = x + \sqrt{x^2 + 2kx} = 20 \text{ cm.}$$

$$1.4.79. T_{\max} = mg + v \sqrt{km} = 3,2 \cdot 10^5 \text{ N.}$$

$$1.4.80. k = 2mg(l + x)/x^2 = 30 \text{ N/m.}$$

$$1.4.81. v = x \sqrt{F_0/mx_0} = 15 \text{ m/s.}$$

$$1.4.82. x_2^2(h_1 + x_1) - x_2 h_1^2 - h_2 x_1^2 = 0 \text{ sau } x_2 \approx x_1 \sqrt{h_2/h_1} \approx 1,4 \text{ cm.}$$

$$1.4.83. \cos \alpha = \frac{k l (3mg - F) + F(3mg - 2F)}{2klmg} = 0,35; \alpha = 69^\circ 30'.$$

$$1.4.84. \text{Firul se rupe la un unghi } \theta_r \text{ față de verticală: } \cos \theta_r = T/3mg, \\ \theta_r = 60^\circ; d = (h - l \cos \theta_r) \operatorname{ctg} \theta_r - l \sin \theta_r = 0.$$

$$1.4.85. h = x(mg/F + F/2mg - 1) = 2,5 \text{ cm.}$$

$$1.4.86. s = (mv^2 - 4kx^2)/2fmg = 60 \text{ m.}$$

#### Capitolul 15. IMPULSUL MECANIC

1.5.1. Va indica mai puțin; mai mult.

1.5.2. Când ridică piciorul pentru a face pasul, cântarul va arăta mai mult, iar când coboară piciorul, va arăta mai puțin.

1.5.3. Arată mai mult când omul ridică piciorul și mai puțin când îl coboară (conservarea impulsului total).

1.5.4. În ambele etape ale ciocnirii forța de reacțiune normală a peretelui are aceeași direcție și sens:  $\vec{F} \Delta t = \Delta(\vec{mv}) \neq 0$ , în timp ce pentru lucrul mecanic avem întâi o comprimare și apoi o decomprimare care dau lucruri mecanice egale în modul dar de sensuri opuse:  $\vec{F} \Delta \vec{r} + \vec{F}(-\Delta \vec{r}) = 0$ .

1.5.5. Practic apasă la fel (înălțimea fiind mică).

$$1.5.6. a) y_{cm} = \frac{bd \cdot \frac{d}{2} + d(h-d) \cdot \frac{h+d}{2}}{bd + d(h-d)},$$

$$b) y_{cm} = \frac{bd \cdot \frac{d}{2} + 2d(h-d) \cdot \frac{h+d}{2}}{bd + 2d(h-d)}.$$

$$1.5.7. a = g \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = 1,03 \text{ m/s}^2.$$

$$1.5.8. m_{1,2} = (v_1 + v_2)^2 v_{2,1} T/2\pi K = 3,7 \cdot 10^{29} \text{ kg, respectiv } 1,85 \cdot 10^{29} \text{ kg,}$$

$$r = \frac{T}{2\pi} (v_1 + v_2) = 4,1 \cdot 10^7 \text{ km.}$$

1.5.9. Lăntişorul are  $CM$  mai coborît, cîci, trîgînd în jos de un inel ales corespunzător, putem suprapune lăntişorul peste cele două tije, efectuînd însă lucru mecanic împotriva forţei de greutate a lăntişorului (pe care îl ridicăm astfel).

$$1.5.10. v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 3,0 \text{ m/s.}$$

$$1.5.11. x = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M} d = 0,30 \text{ m.}$$

$$1.5.12. T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} 4\pi^2 n^2 l = 59,1 \text{ N.}$$

$$1.5.13. x = \frac{m_1 n}{m_1 + m_2 + M} = 0,10 \text{ m.}$$

$$1.5.14. F_m = \Delta p / \Delta t = mv / \Delta t = 0,50 \text{ MN, } p_m = F_m / S = 10 \text{ MN/m}^2 \cong \cong 100 \text{ atm!}$$

1.5.15. Timpurile de şoc cresc, scad forţele şi acceleraţiile, deci se reduc variaţiile acceleraţiei, care sînt supărătoare.

$$1.5.16. a \cong \rho Q v / m = 5 \text{ m/s}^2.$$

$$1.5.17. \vec{F}_r = v'Q, \text{ unde } v' = \text{viteza gazelor faţă de avion, } F_r = 4,0 \text{ kN.}$$

1.5.18. Forţa reactivă este proporţională cu debitul masic al gazelor ejectate, care scade odată cu densitatea, volumul camerelor de ardere fiind constant.

$$1.5.19. v_n = v_{n-1} + \frac{m_r v_r}{m_0 - km_r}, \text{ de unde } v_n = v_0 + m_r v_r \left( \frac{1}{m_0 - m_r} + \frac{1}{m_0 - 2m_r} + \dots + \frac{1}{m_0 - nm_r} \right). \text{ Deoarece } nm_r / m_0 \ll 1, \text{ avem aproximativ:}$$

$$v_n \cong v_0 + \frac{nm_r v_r}{m_0 - \frac{n+1}{2} m_r} \cong v_0 + \frac{nm_r v_r}{m_0} = 6 \text{ m/s.}$$

1.5.20.  $\vec{F} \Delta t = -\vec{F}' \Delta t$  în timp ce deplasările produse de  $\vec{F}$ ,  $\vec{F}'$  sînt total diferite:  $\vec{F} \Delta r \neq -\vec{F}' \Delta r'$ ;  $|\Delta r'| \ll |\Delta r|$ .

$$1.5.21. \text{Se va ţine seama că } v^2 = \vec{v}^2 = (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2 = v_1^2 - 2\vec{v}_1 \vec{v}_2 + v_2^2.$$

1.5.22. Cînd masele celor două bile sînt egale.

$$1.5.23. P = \frac{1}{2} S v_m \rho (v_0^2 - v'^2) = \frac{1}{2} S \frac{v_0 + v'}{2} \rho (v_0^2 - v'^2) = 2,88 \text{ kW.}$$

1.5.24.  $F = \Delta p / \Delta t = S v \rho (v - u)$ ,  $P = Fu = S v \rho (v - u)$  este maxim pentru  $v - u = u$ , deci  $u = v/2$ ,  $n = \frac{1}{2\pi} \frac{v}{2R} = 0,64 \text{ rot/s.}$

$$1.5.25. p = (2 - f) m n (v \pm u)^2 = 29,4 \text{ kN/m}^2, \text{ respectiv } 15 \text{ kN/m}^2.$$

$$1.5.26. F = mgh/l = 3,5 \text{ kN.}$$

$$1.5.27. x = \frac{l}{v_1} \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2 + M} = 0,67 \text{ m.}$$

$$1.5.28. v_0 \geq \sqrt{2\mu g l (1 + m_0/m)} = 2,08 \text{ m/s.}$$

$$1.5.29. v = F_0 \tau / 2m = 1,0 \text{ m/s.}$$

$$1.5.30. v' = \frac{M v_0 \pm m v}{M + m} = 2,7 \text{ m/s sau } -1,5 \text{ m/s.}$$

$$1.5.31. v' = v_0 \mp \frac{u}{n + 1} = 1,0 \text{ m/s sau } 3,0 \text{ m/s.}$$

$$1.5.32. m_2 = \frac{m(v + v_2)}{v - v_2} = 100 \text{ kg.}$$

$$1.5.33. L = \frac{mv^2}{2} \left( 1 + \frac{m}{M} \right) = 13,2 \text{ J, } \mu = \frac{m^2 v_0^2}{2M^2 g d} = 0,020.$$

$$1.5.34. Q = \frac{1}{2} m v^2 \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) = 0,75 \text{ J, } p = m v \left( 1 + \frac{1}{n} \right) = 1,5 \text{ N}\cdot\text{s.}$$

$$1.5.35. t = \frac{1 + k + f}{1 - k} \sqrt{\frac{2h}{g}} = 7,0 \text{ s, } Q = mgh = 0,535 \text{ J.}$$

$$1.5.36. d = \frac{mv_0^2}{2\mu g(m + m_0)} = 13,4 \text{ m.}$$

$$1.5.37. \Delta P = qv_0^2 = 40 \text{ kW.}$$

$$1.5.38. v_1 = v - F_0 \tau / 2m = 8,0 \text{ m/s; } v_2 = F_0 \tau / 2M = 1,0 \text{ m/s;}$$

$$- \Delta E_c = \frac{1}{2} v F_0 \tau - \frac{1}{4} F_0^2 \tau^2 \frac{M + m}{Mm} = 14 \text{ J.}$$

$$1.5.39. m_2/m_1 = 3.$$

$$1.5.40. m_2/m_1 = 1 + 2/n = 1,5.$$

$$1.5.41. v = \sqrt{2g\Delta h} = 9,8 \text{ m/s.}$$

$$1.5.42. v_1 = v \sqrt{\frac{m_2 m_3}{m_1(m_1 + m_2)}}, v_2 = v \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_3(m_3 + m_1)}}.$$

$$1.5.43. h_0 = \frac{1}{2g} \left( v_0 - \frac{m}{m_0} \sqrt{2gh} \right)^2 = 500 \text{ m.}$$

$$1.5.44. v'' = \frac{1}{1 - f} \sqrt{f^2(v'^2 - v_0^2) + v_0^2} = 13,24 \text{ m/s;}$$

$$t = \frac{1}{g} \left[ \frac{1}{1 - f} \sqrt{v'^2 - v_0^2} + v'' - v' \right] = 1,5 \text{ s.}$$

$$1.5.45. d = \frac{F\tau}{m} \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1,0 \text{ m.}$$

$$1.5.46. v_0 = (n + 1)d \sqrt{g/2h} = 14 \text{ m/s.}$$

$$1.5.47. x = \frac{1}{g} v_0^2 \sin 2\alpha - d = 0,41 \text{ m.}$$

$$1.5.48. v_{min} = \sqrt{Mgl/(M + m)} = 1,57 \text{ m/s.}$$

1.5.49. Timpul  $t$  se compune din timpul  $t_1$  cît fugă și timpul  $t_2$  cît se opinteste ca să facă săritura. În primul timp asupra lui poate acționa pe orizontală forța maximă  $\mu mg$  (înaintel), iar în al doilea timp se adaugă o forță normală de apăsare  $N$ . Teorema impulsului dă:

$$\mu mg t_1 + \mu N t_2 = m v_x; (N - mg) t_2 = \mu v_y.$$

Dar  $t_1 + t_2 = t$ , de unde  $v_x = \mu g t + \mu v_y$ . Componenta  $v_y$  și timpul de zbor  $t$  rezultă din înălțimea maximă:  $v_y = \sqrt{2gh}$  și  $t_s = 2 \sqrt{2h/g}$ , deci  $v_x = \mu (gt + \sqrt{2gh})$  și  $x_m = t_s v_x = 2\mu \sqrt{\frac{2h}{g}} (gt + \sqrt{2gh}) = 2\mu (\sqrt{2gh} \cdot t + 2h) = 10 \text{ m}$ .

$$1.5.50. x = \frac{m_0}{m} v_0 \cdot \frac{v \sin \alpha}{g} = 0,14 \text{ m}.$$

$$1.5.51. b = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2gh}{v^2 \sin^2 \alpha}} \right) = 6,07 \text{ m}.$$

$$1.5.52. d + d_m = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\alpha, \alpha = 45^\circ.$$

$$1.5.53. d = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g} \sqrt{\cos^2 \alpha - f} = 1,96 \text{ m}.$$

$$1.5.54. v' = \frac{1}{n+1} \sqrt{v_0^2 + 2g(H-h)n^2 + 2gh(n+1)^2} = 13 \text{ m/s}.$$

$$1.5.55. \sin \frac{\alpha'_1}{2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}, \alpha'_1 = 19^\circ, \sin \frac{\alpha'_2}{2} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}, \alpha'_2 = 37^\circ; \sin \frac{\alpha'}{2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{l_1}{l_{\min}}} \sin \frac{\alpha_1}{2}, \alpha' = 23^\circ.$$

$$1.5.56. \cos \alpha = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}, \alpha = 41^\circ 30'.$$

$$1.5.57. h = l \cos \alpha \cos^2 2\alpha = 17,3 \text{ cm}.$$

$$1.5.58. f = \frac{-1}{1 + m/m_0} \cong m_0/m = 0,01 = 1\%.$$

$$1.5.59. v_0 = \sqrt{2gh \cdot m/m_0} = 400 \text{ m/s}.$$

$$1.5.60. v = 2 \frac{m + m_0}{m_0} \sqrt{gl} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = 400 \text{ m/s}.$$

$$1.5.61. v = \frac{2 \sqrt{gl}}{m_1} \left( m_2 \sin \frac{\alpha}{2} \pm (m_1 + m_2) \sin \frac{\alpha'}{2} \right) = 270 \text{ m/s sau } 80 \text{ m/s}.$$

$$1.5.62. v_1 = 2 \frac{m_2}{m_1} \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{gl} = 24,4 \text{ m/s}, L = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \left( 1 + \frac{m_1}{m} \right) = 616 \text{ J}.$$

$$1.5.63. H = h + l(1 - \cos^3 \alpha) = 46 \text{ cm}.$$

$$1.5.64. v' = \frac{m}{m+M} (n - \sqrt{n^2 - 1}) v_0 = 1,06 \text{ m/s}, v' \text{ este maxim pentru } n = 1.$$

$$1.5.65. x = \frac{g}{\omega^2} \tan \alpha = 9,8 \text{ cm}.$$

1.5.66.  $\mu \leq ml \cos \alpha / Ms = 1,8 \cdot 10^{-3}$  (egalitatea are loc pentru ciocnirea perfect elastică).

$$1.5.67. \tan \alpha = \frac{R}{l} \frac{M+m}{m}, \alpha = 45^\circ.$$

$$1.5.68. v' = \sqrt{v^2 \left( \frac{R-h}{R} \right)^2 - 2gh} = 8,9 \text{ m/s}, v_{\min} = \frac{R}{R-h} \sqrt{2gh} = 1,56 \text{ m/s}.$$

$$1.5.69. d = \pi^2 l^2 / 16h = 0,40 \text{ m}.$$

$$1.5.70. v'_1 = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{1 + m_2(m_1 + m_2)/m_1^2} = 8,7 \text{ m/s};$$

$$v'_2 = v_2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 4,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$1.5.71. v' = \sqrt{2gd(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} + \frac{m_0}{m} u \sin \alpha = 7,0 \text{ m/s}.$$

$$1.5.72. u = \frac{M}{m \cos \alpha} \sqrt{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)s} = 310 \text{ m/s!!}$$

$$1.5.73. h' = \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 h = 10 \text{ cm}.$$

$$1.5.74. d = h(1/\mu - \cot \alpha)(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)^2 = 0,25 \text{ m}.$$

1.5.75. La baza planului înclinat.

$$1.5.76. h' = h \frac{\tan \alpha - \mu}{\tan \alpha + \mu} = h \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\alpha + \varphi)} = 6,5 \text{ m},$$

$$t = \frac{2 \sqrt{h \sin \alpha / g}}{(1 - \sqrt{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}) \sqrt{\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha}} = 10,5 \text{ s}.$$

$$1.5.77. H - h + l \sin^2 \alpha = 22 \text{ cm}.$$

$$1.5.78. v'_1 = v_1 \sqrt{1 - m_1/m_2} = 9,0 \text{ m/s}, v'_2 = v_1 m_1/m_2 = 2,0 \text{ m/s}.$$

$$1.5.79. h = \frac{r^2}{2g} \frac{M}{m} \left( \frac{M}{m} - 1 \right) = 3,9 \text{ m}.$$

$$1.5.80. h_{\max} = (H - h) \cos^2 2\alpha = 1,0 \text{ m}.$$

$$1.5.81. l = 8h \sin \alpha = 4,0 \text{ m}.$$

$$1.5.82. \cos \alpha = \sqrt{2/3}, \alpha = 35^\circ \text{ sau } \cos \alpha = \sqrt{2/5}, \alpha = 50^\circ 40'.$$

$$1.5.83. \tan \alpha' = \frac{v_1 \sin \alpha}{v_1 \cos \alpha + 2v_2 \cos \alpha} = 0,634, \alpha' = 32^\circ;$$

$$u' = \sqrt{v_1^2 + 4v_2^2 \cos^2 \beta + 4v_1 v_2 \cos \alpha \cos \beta} = 3,03 \text{ m/s}.$$

- 1.6.1.  $F = G/2 = 1,0 \text{ kN}$ .
- 1.6.2. Cel inferior.
- 1.6.3. Lada din dreapta.
- 1.6.4.  $N = 2\pi RF/h = 1,26 \text{ kN}$ .
- 1.6.5.  $G_1 d_1 = G_2 d_2$ , deoarece  $d_1 \neq d_2$ , rezultă  $G_1 \neq G_2$ .
- 1.6.6. Întii urcăm pe platforma cîntarului cu roțile din față, apoi cu cele din spate și adunăm rezultatele citite.
- 1.6.7. Se rotește în jurul CM.
- 1.6.8.  $\text{tg } \alpha = a/b + 1/\mu$ ,  $\alpha = 71^\circ 30'$ .
- 1.6.9.  $R = m \sqrt{g^2 + (4\pi^2 n^2 l \sin \alpha)^2} = 1,39 \text{ N}$ ;  $\text{tg } \beta = \frac{4\pi^2 n^2 l \sin \alpha}{mg}$   
 $\beta = 45^\circ$ ,  $M = ml \sin \alpha (4\pi^2 n^2 l \cos \alpha - g) = 0,19 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,  
 $T = 2\pi \sqrt{l \cos \alpha / g} = 1,32 \text{ s}$  (pendulul conic).
- 1.6.10.  $v = \sqrt{\frac{gRd}{2h}} = 30 \text{ m/s} = 110 \text{ km/h}$  (este necesar  $\mu \geq v^2/gR$ ).
- 1.6.11.  $F = \frac{1}{2} mg \sqrt{4 + \text{ctg}^2 \alpha} = 44 \text{ N}$ ;  $\text{tg } \beta = 2 \text{tg } \alpha$ ,  $\beta = 63^\circ 30'$ .
- 1.6.12.  $F = mg \frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R-h} = 73,5 \text{ N}$ .
- 1.6.13.  $T = \frac{1}{4} mg \text{ctg } \alpha = 85 \text{ N}$ .
- 1.6.14.  $h = l\mu \frac{(\mu + \text{tg } \alpha) \sin \alpha}{\mu^2 + 1} = 0,96 \text{ m}$ .
- 1.6.15.  $\cos \theta = \frac{g m_1 d_1 + m_2 d_2}{\omega^2 m_1 d_1^2 + m_2 d_2^2} = \frac{1}{2}$ ,  $\theta = 60^\circ$ .
- 1.6.16.  $F = \frac{4m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 29,4 \text{ N}$ .
- 1.6.17.  $F_{\min} = 0,43 \mu mg$ ,  $x = 0,7 l$ .
- 1.6.18.  $k = C/R^2$ .
- 1.6.19.  $L = MvR = 2,8 \cdot 10^{34} \text{ J} \cdot \text{s}$  (Lună);  $2,7 \cdot 10^{40} \text{ J} \cdot \text{s}$  (Pămînt).
- 1.6.20.  $v_p/v_a = r_{\max}/r_{\min} = 2$  (conservarea momentului cinetic).
- 1.6.21.  $M = -mgv_0 l \cos \alpha_0$ ,  $L = -\frac{1}{2} mgl^2 v_0 \cos \alpha$ ;  $M = dL/dt$ .

1.7.1. Șaua — repaus față de cadru; diferitele puncte ale lanțului — mișcare curbilinie; porțiuni intermediare ale lanțului între roți — mișcare rectilinie; pedala — mișcare de rotație; spițele roții — mișcare de rotație.

1.7.2. Cînd nu alunecă față de sol punctele au aceeași viteză periferică. Cînd se deplasează, roțile din spate se învîrtesc de mai puține ori decît cele din față. Punctele situate chiar în centrul roților nu se deplasează față de tractor.

1.7.3. Luna are și o mișcare de rotație în jurul axei sale, mișcare ce are aceeași perioadă cu mișcarea de revoluție.

1.7.4. Uniform accelerată și uniform încetinită (mișcări circulare).

1.7.5. Lichidul este supus forței centrifuge de inerție care îl împinge spre părțile periferice ale piesei și în masa piesei nu vor mai rămîne bule de aer.

1.7.6. Dacă s-ar roți mai repede ar crește forța centrifugă de inerție. La Ecuator  $F_{ci}$  este îndreptată în sens contrar forței de greutate  $G$ . Forța  $F$  care determină întinderea dinamometrului este  $F = G - F_{ci}$ .

1.7.7. Tija este întinsă pentru că asupra sa acționează  $G$  și  $F_{ci}$ . Cînd tija este înclinată ea este întinsă cu o forță mai mică decît greutatea. Cînd ajunge în poziții extreme viteza ei este nulă și  $F_{ci}$  este 0.

1.7.8. Dacă ar face virajul brusc, forța de inerție ar produce o rotire a vehiculului în jurul unei axe verticale, azvîrlind roțile din spate în afara curbei.

1.7.9. La oul fiert coaja și conținutul său sînt solidare, energia cinetică în acest caz este mai mare decît energia cinetică a oului nefiert la care se pune în mișcare doar coaja (straturile interioare se rotesc cu  $\omega$  mult mai mici). Energia cinetică de rotație la oul fiert fiind mai mare face posibilă efectuarea mai multor rotații.

1.7.10. Conservarea momentului cinetic  $\vec{L} = I\vec{\omega}$ ;  $I$  = momentul de inerție.

1.7.11. Momentul cinetic de rotație este constant; odată cu înfășurarea sforii sau lanțului porțiunea care se rotește devine mai scurtă ( $R$  scade), scade momentul de inerție iar viteza unghiulară crește ( $I\omega = \text{constant}$ ).

1.7.12.  $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$ ;  $I_2 < I_1$ , viteza unghiulară crește.

$E_{c,rot} = (1/2) I_2 \omega_2^2$  devine mai mare pentru că  $\omega_2$  a crescut;  $E_{c,rot} = \frac{1}{2} I_2 \omega_2 \omega_2 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1 \omega_2 = \frac{E_{c1}}{\omega_1} \cdot \omega_2$ , dar  $\omega_2 > \omega_1$ ;  $E_{c2} = E_{c1} \frac{I_1}{I_2}$ . Este

posibil, pentru că patinatorul efectuează lucru mecanic împotriva forței centrifuge de inerție.

1.7.13. Energia primită de mîngie,  $E_c$ , se împarte în două: o parte pentru punerea în mișcare de rotație ( $E_{rot}$ ), cealaltă parte pentru punerea în mișcare de translație ( $E_{tr}$ );  $E_c = E_{rot} + E_{tr}$ . În cazul de față  $E_{rot} > E_{tr}$ .

1.7.14. Conservarea momentului cinetic.

1.7.15. Vezi figura 1.7.15, R. a)  $R = 0,375 \text{ m}$ ; b)  $\omega = 3,2 \text{ rad/s}$ ;  $a_{rM} = 3,84 \text{ m/s}^2$ ;  $a_{rN} = 1,28 \text{ m/s}^2$ .

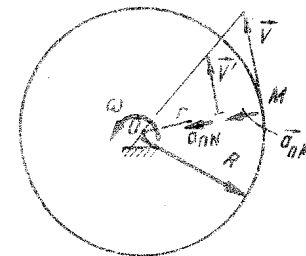


Fig. 1.7.15. R

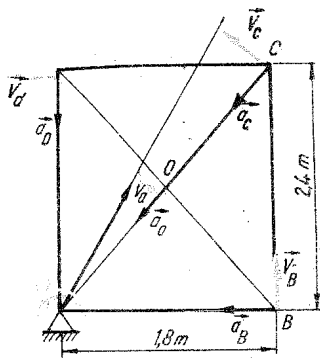


Fig. 1.7.16, R

1.7.16. Vezi figura 1.7.16, R.  $\omega = 6,28 \text{ rad/s}$ ;  $v_B = 11,3 \text{ m/s}$ ;  $v_C = 18,84 \text{ m/s}$ ;  $v_D = 15,07 \text{ m/s}$ ;  $a_B = 71 \text{ m/s}^2$ ;  $a_C = 118,32 \text{ m/s}^2$ ;  $a_D = 94,72 \text{ m/s}^2$ ;  $a_0 = 59,16 \text{ m/s}^2$ .

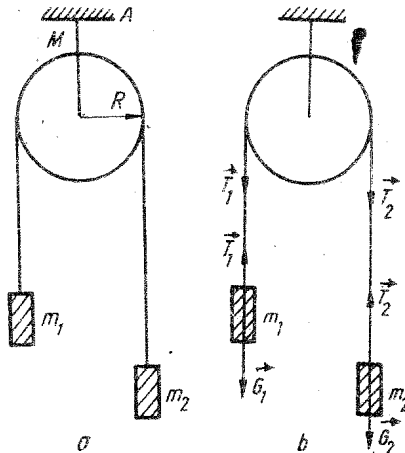


Fig. 1.7.17, R

1.7.17. Vezi figura 1.7.17, R. a)  $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M} g$ ; b)  $\epsilon = \frac{a}{R}$ ;

c)  $T_1 = m_1(a + g)$ ;  $T_2 = m_2(g - a)$ ;  $T_3 = g \frac{4m_1m_2 + \frac{3}{2}(m_1 + m_2)M + \frac{M^2}{2}}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$

1.7.18.  $\epsilon = -5,24 \text{ s}^{-2}$ ;  $n = 375$  rotații.

1.7.19.  $t = 10 \text{ s}$ .

1.7.20.  $M = 4,5 \text{ kg}$ .

1.7.21.  $I = 1,081 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

1.7.22. a)  $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2}} g$ ; b)  $T_1 = \frac{(2m_1m_2 + m_1 \frac{I}{r^2}) g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2}}$ ;

$T_2 = \frac{(2m_1m_2 + m_2 \frac{I}{r^2}) g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2}}$ ;  $F = T_1 + T_2 + Mg$ .

1.7.23. a)  $v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$ ;  $\omega = \frac{v}{R}$ ; b)  $F_f = (1/3)mg \sin \alpha$ ; c)  $\mu \geq (1/3) \tan \alpha$ .

1.7.24. a)  $L = 7,11 \text{ kJ}$ ; b)  $L' = 28,4 \text{ kJ}$ .

1.7.25. a)  $\omega_1 = 13,4 \text{ rad/s}$ ; b)  $\omega_2 = 25 \text{ rad/s}$ ;  
 $\omega_1 = 13 \text{ rad/s}$ ;  $\omega_2 = 24,4 \text{ rad/s}$ .

1.7.26. a)  $t = 4 \text{ s}$ ; b)  $\frac{M}{m} = 18$ .

1.7.27. Se folosește legea conservării momentului cinetic. a)  $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ ;  $\Delta E_c = \frac{J}{4} (\omega_1 - \omega_2)^2$ ; b)  $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ ;  $\Delta E_c = \frac{m}{4} (v_1^2 - v_2^2)$ .

1.7.28. Din  $E_{crot} = \frac{2}{3} E_{ctr}$  avem:  $\bar{\omega} = 2\bar{v} \sqrt{\frac{m}{3I}} = 7 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$ .

1.7.29.  $E_c = E_{crot} + E_{ctr}$ ;  $\Delta E_c = L = Mv^2 = 1,5 \text{ J}$ .

1.7.30. a)  $E_{crot} = (I/2)\omega^2 = 2,59 \cdot 10^{29} \text{ J}$ . b)  $P = 3,5 \cdot 10^{12} \text{ W}$ ;  $t = E_{crot}/P = 7,4 \cdot 10^{16} \text{ s} = 8,56 \cdot 10^{11} \text{ zile} = 2,345 \cdot 10^9 \text{ ani}$ .

1.7.31.  $P = M\omega$  (analog  $P = Fv$ , la mișcarea de translație);  $M = 2487,7 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

1.8.1. Cînd unghiul  $\alpha$  crește (prin scurtarea sforii sau prin ridicarea mîinii) componenta  $F_1$  a forței  $F$  este mai mică (fig. 1.8.1, R).

1.8.2. Forțele sînt mai mari cînd sfoara este mai scurtă (fig. 1.8.2, R)

$$\frac{G}{2} = F \cos \frac{\alpha}{2}$$

1.8.3. a) Momentul forței exercitate de picior este mai mare deoarece și brațul forței este mai mare. b) Dacă brațul pedalei este în prelungirea forței exercitate de picior, brațul forței fiind nul și momentul este nul.

1.8.4. Pentru a desface șurubul se aplică un cuplu de forțe asupra minei. Momentul cuplului este mai mare în cazul șurubelniței cu minier mai gros (brațul cuplului fiind mai mare). Se poate învinge o forță rezistentă mai mare la suprafața de contact a șurubului cu materialul.

1.8.5. Centrul de greutate se va deplasa de la mijlocul creionului spre celălalt capăt cu 2,5 cm.

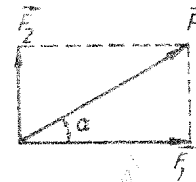


Fig. 1.8.1, R

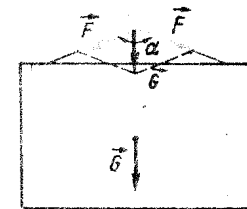


Fig. 1.8.2, R

1.8.6. Pentru că baza de susținere are o arie foarte mică și pentru că ne și mișcăm.

1.8.7. Cele de bumbac avind densitatea mai mică vor ocupa un volum mai mare decât sacii cu grâu. Centrul de greutate al camionului încărcat cu bumbac va fi situat mai departe de baza de susținere, deci va avea o stabilitate mai mică.

1.8.8. Aplecându-se în față, verticala dusă din centrul de greutate cade în interiorul bazei de susținere.

1.8.9. Accelerațiile nu depind de mase, deci cele două corpuri ajung simultan.

1.8.10.  $R = 18,33 \text{ N}$ .

1.8.11.  $R = 0$ .

1.8.12.  $\beta = 55^\circ 46'$  (fig. 1.8.12, R).

1.8.13. a)  $G_n = 173 \text{ N}$ ,  $G_t = 100 \text{ N}$ ; b)  $\alpha' = 26^\circ 34'$ .

1.8.14. a)  $G = \frac{F_1 F_2}{\sqrt{F_2^2 - F_1^2}} = 3,75 \text{ N}$ ; b)  $\alpha = 53^\circ 8'$ ; c)  $N_1 = 2,25 \text{ N}$ ,  $N_2 = 6,25 \text{ N}$  (fig. 1.8.14, R).

1.8.15.  $\frac{G}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} \leq F \leq \frac{G}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}$  (fig. 1.8.15, R).

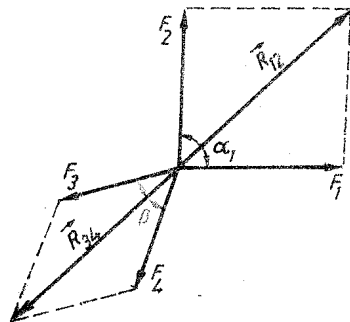


Fig. 1.8.12, R

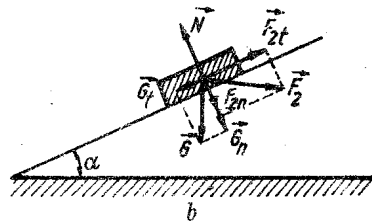
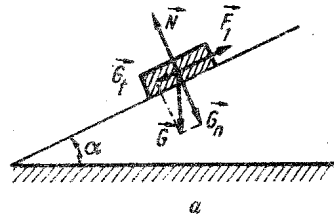


Fig. 1.8.14, a, b, R

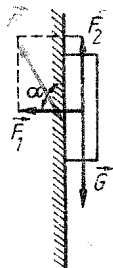


Fig. 1.8.15, R

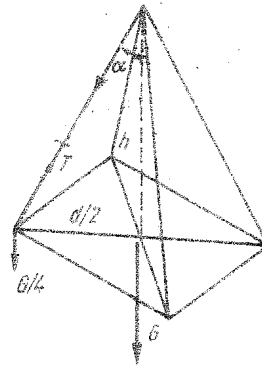


Fig. 1.8.16, R

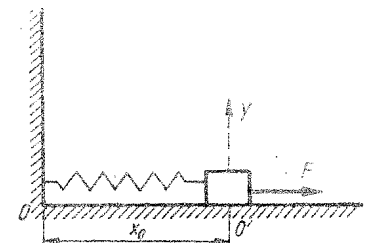


Fig. 1.8.17, R

1.8.16.  $T \cos \alpha = \frac{G}{4}$  (fig. 1.8.16, R).

1.8.17. a)  $x_1 = \frac{F}{K}$ ,  $A = |x_1|$ ; b)  $x = x_1$  (fig. 1.8.17, R).

1.8.18.  $m = 74,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ .

1.8.19.  $P = 2Q \cos \theta$ ;  $\frac{P}{Q} = \frac{\sqrt{4a^2 - d^2}}{a}$ .

1.8.20. a)  $Q_{\max} = \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \beta + \mu \sin \beta} G = 439 \text{ N}$ ;  $Q_{\min} = \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \beta - \mu \sin \beta} G = 345 \text{ N}$ ; b)  $N_{\max} = G \cos \alpha - Q_{\min} \sin \beta = 173 \text{ N}$ ; c)  $F_{\max} = \mu N_{\max} = 46,7 \text{ N}$  (fig. 1.8.20, R).

1.8.21. Centrul de masă al sistemului trebuie să fie cât mai coborît.

a)  $\text{tg } \gamma = \frac{m_2 \sin \beta}{m_1 \sin \alpha \sin(\alpha + \beta)} - \text{ctg}(\alpha + \beta)$ ;  $\gamma = 64^\circ$ ; b)  $T = \frac{m_2 g \sin \alpha}{\cos \gamma} = 31,8 \text{ N}$ .

1.8.22. a)  $P = G \frac{1 - \text{tg } \alpha}{1 + \text{tg } \alpha}$ ;  $T = \frac{G}{\sin \alpha + \cos \beta}$ ; b)  $T_1 = G \sin \alpha$ ;  $T_2 = G \cos \alpha$  (fig. 1.8.22, R).

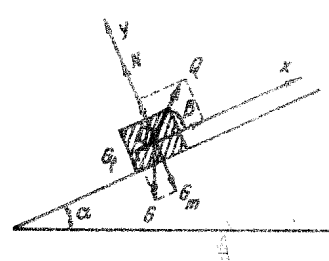


Fig. 1.8.20, R

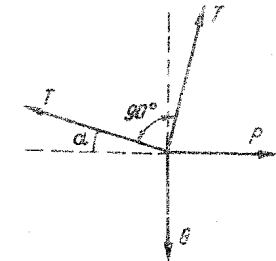


Fig. 1.8.22, R



1.8.23. a)  $\alpha = 45^\circ$ . Discuție:  $\alpha$  nu depinde de  $G$ , dar  $T = G\sqrt{2}$  depinde de  $G$ . Dacă  $AA' < AB\sqrt{2}$ ;  $\alpha > 45^\circ$ . b)  $\text{tg } \alpha = \frac{G+P}{G} > 1$ ;  $\alpha > 45^\circ$ .  $\alpha$  depinde de  $G$  și  $P$ ;  $T = \frac{G^2}{G^2 + (G+P)^2}$  (fig. 1.8.23, a, b R).

1.8.24.  $\text{tg } \alpha = \frac{P + G \sin^2 \theta}{G(1 - \cos \theta)}$ ;  $T^2 = 2G(G - G \cos \theta + P) + P^2$ ; pentru  $\theta = \frac{\pi}{2}$  și  $P = 0$  avem:  $\text{tg } \alpha = 1$ ;  $T = G\sqrt{2}$  (fig. 1.8.24, R).

1.8.25.  $F_1 = \frac{mg \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = 20 \text{ N}$ ;  $F_2 = 34 \text{ N}$ .

1.8.26.  $2T \cos 60^\circ = P$ ,  $P = T$ ;  $G \frac{1}{4} - T \frac{1}{2} = 0$ ;  $T = \frac{G}{2} = P$  (fig. 1.8.26, R).

1.8.27.  $Fx = G\left(x - \frac{l}{2}\right)$ ;  $F = G\left(1 - \frac{l}{2x}\right)$  dacă  $x > \frac{l}{2}$ ; dacă  $x < \frac{l}{2}$   $F$  va acționa în jos.

1.8.28.  $P_2 = 0,5 \text{ N}$ .

1.8.29.  $G = 800 \text{ N}$ .

1.8.30. a)  $v = \mu gt = 20 \text{ m/s}$ ; b)  $F_1 = 20 \cdot 10^3 \text{ N}$ ;  $F_2 = 40 \cdot 10^3 \text{ N}$ .

1.8.31.  $F_1 = \frac{G\left(\frac{l}{2} - l_2\right)}{l - l_1 - l_2}$ ;  $F_2 = \frac{G\left(\frac{l}{2} - l_1\right)}{l - l_1 - l_2}$ .

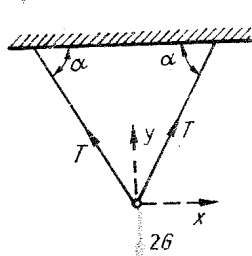


Fig. 1.8.23, a, b, R

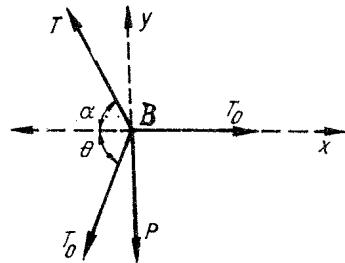
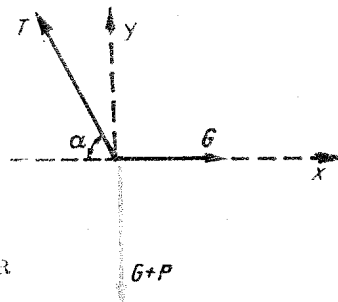


Fig. 1.8.24, R

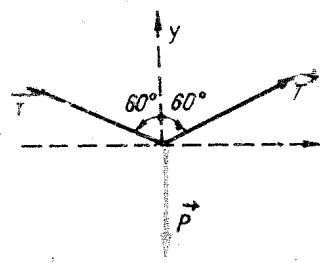


Fig. 1.8.26, R

1.8.32.  $F_A = 3 \text{ N}$ ;  $F_B = 0$  (fig. 1.8.32, R).

1.8.33. a)  $R_B: h - G \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{2} - G_S \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{3} = 0$ ;  $R_B = F_f$ ;  $F_f = 425 \text{ N}$ . b) Fie  $x$  fracțiunea din lungimea scării pe care se poate urca omul.  $R_B h - G\sqrt{l^2 - h^2}x - G_S \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{3} = 0$ ;  $F_f = R_B = \mu F_N = \mu(G + G_S)$ ;  $x = \frac{395}{600}$ ; omul poate urca  $lx = 3,95 \text{ m}$  (fig. 1.8.33, R).

1.8.34.  $l_1 = 10 \text{ m}$ ;  $l_2 = 20 \text{ m}$ .

1.8.35.  $R = 30 \text{ N}$ ;  $l_1 = 125 \text{ cm}$ ;  $l_2 = 50 \text{ cm}$ .

1.8.36.  $G = \sqrt{P_1 P_2} = 36,47 \text{ N}$ .

1.8.37. a)  $x = 1 \text{ m}$  de capătul din stînga; b)  $F_1 = 950 \text{ N}$ ;  $F_2 = 1950 \text{ N}$  (fig. 1.8.37, R a, b).

1.8.38.  $M = \frac{F \cdot l \sin 2\alpha}{2}$ ;  $\alpha' = 45^\circ$ .

1.8.39. Notăm cu  $x_c$  abscisa centrului de greutate;  $x_c = 1,1 \text{ m}$ ;  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 2 \text{ m}$ ;  $x_3 = 4 \text{ m}$ ;  $m_3 = 10 \text{ kg}$  (fig. 1.8.39, R).

1.8.40.  $x = 0,05 \text{ m}$  (fig. 1.8.40, R).

1.8.41. a)  $x = 0,2 \text{ m}$ ; b)  $S_2 = 0,06 \text{ t}$ ; c) sistemul fiind izolat, echilibrul barei nu se modifică (în timp ce corpurile se află pe bară) (fig. 1.8.41, R).

1.8.42. a) Notăm cu  $x_c$  abscisa centrului de greutate;  $x_c = 1,2 \text{ cm}$ ;  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = d$ ;  $x_3 = 2d$ ;  $x_4 = 3d$  (fig. 1.8.42, R); b)  $x_c = 0,3 \text{ m}$ ;  $x_1 = x_4 = 0$ ;  $x_2 = x_3 = d$ ;  $y_c = 0,42 \text{ m}$ ;  $y_1 = y_2 = 0$ ;  $y_3 = y_4 = d$ .

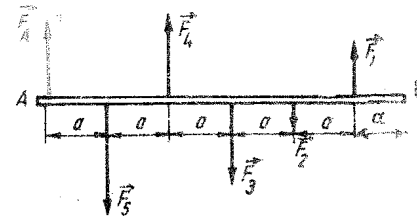


Fig. 1.8.32, R

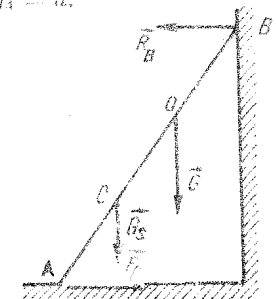


Fig. 1.8.33, R

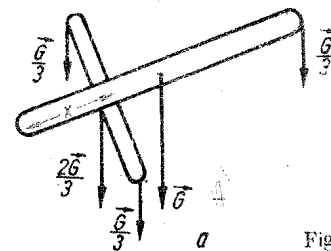
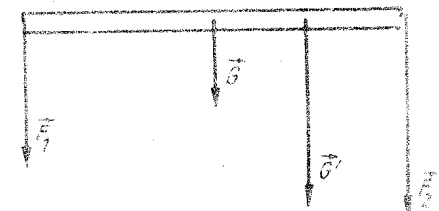


Fig. 1.8.37, R a, b



b

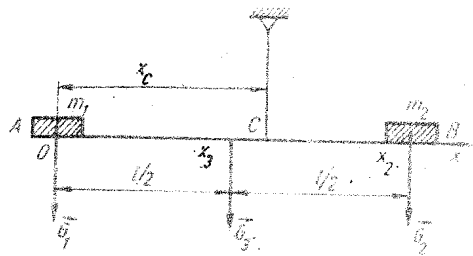


Fig. 1.8.39. R

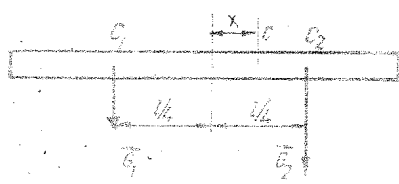


Fig. 1.8.40. R

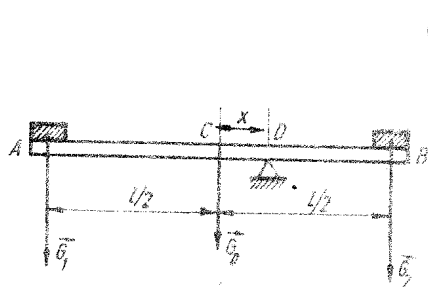


Fig. 1.8.41. R

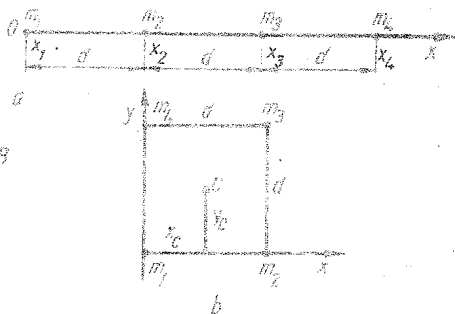


Fig. 1.8.42. R

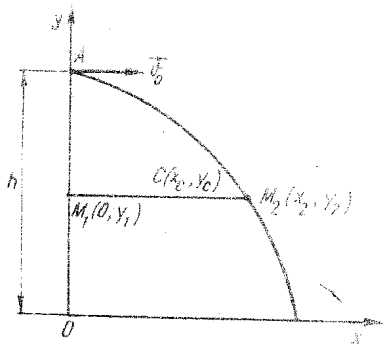


Fig. 1.8.43. R

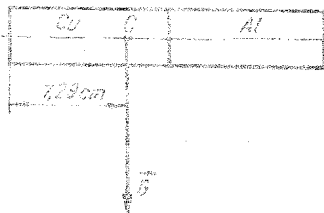


Fig. 1.8.48. R

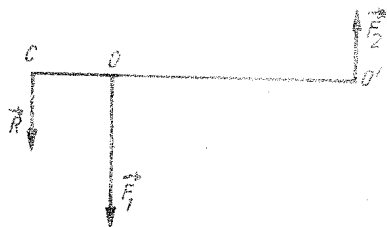


Fig. 1.8.49. R

1.8.43. a)  $y_1 = y_2 = h + \frac{1}{2}gt^2$ ;  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = v_0 t$ ;  $x_c = 40 t$ ;  $y_c = 1280 - 5 t^2$ ;  
 b)  $y_c = 1280 - \frac{x_c^2}{320}$  (fig. 1.8.43, R).

1.8.44. a)  $l_1 = 7$  m și  $l_2 = 5$  m; b)  $l_1 = 4$  m și  $l_2 = 8$  m; c)  $v = 1,5$  cm/s.

1.8.45.  $OH = \frac{OA}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

1.8.46.  $OO_2 = 16$  cm;  $O_1O_2 = 20$  cm.

1.8.47.  $x_1 = 1,58$  cm;  $x_2 = 8,42$  cm.

1.8.48.  $x_1 = 2,29$  cm;  $x_2 = 7,71$  cm (fig. 1.8.48, R).

1.8.49.  $x = \frac{r^2 R}{2(R^2 - r^2)}$  (fig. 1.8.49, R).

1.8.50.  $x_c = 2R \sin^3 \frac{\alpha}{2}$  ( $\alpha = \sin \alpha \cos \alpha$ ).

Capitolul 9. MECANICA FLUIDELOR

Staticea fluidelor

1.9.1. Vezi definiția presiunii.

1.9.2. a) Cu toate că greutatea lichidelor sunt diferite, presiunea la baza vaselor este aceeași (paradoxul hidrostatic)  $p = \rho gh$ ; pentru cele trei vase,  $\rho$ ,  $g$ ,  $h$  au aceeași valoare; b)  $p_1 > p_2 > p_3$ , deoarece  $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$ .

1.9.3. a)  $F = \rho gh \cdot \pi R^2 = 46,2$  N; b)  $F = \rho gh \cdot \pi Rh = 554,7$  N.

1.9.4.  $p = \rho_a g(h_1 + h)$ ;  $p = \frac{Mg + mg}{\pi R^2}$ ;  $\rho_a g h_1 \pi (R^2 - r^2) = Mg$ , sau  
 $\rho_a g \left[ h + \frac{M}{\pi (R^2 - r^2)} \right] = g \frac{M + m}{\pi R^2}$ ;  $h = \frac{1}{\pi R^2 \rho_a} \left[ m - \frac{Mr^2}{R^2 - r^2} \right] = 11,67$  cm.

1.9.5. Aceeași presiune. Nu.

1.9.6. a) Este  $p = H - \rho gh$ ; b) Lungimea coloanei de lichid (fig. 1.9.6) este  $L = h + 2L_0$ . Cînd ramura B se înclină,  $L = h + L' \sin \alpha + L'$ ; egăland relațiile obținem:

$L' = \frac{2L_0}{1 + \sin \alpha} = 20$  cm; c) Este aceeași,  $p = H - \rho gh$ ;  $\alpha = 0$ ,  $L' = 2L_0 = 34,14$  cm.

1.9.7. Dacă la un moment dat diferența de nivel a lichidului în cele două ramuri este  $h = 2x$ , atunci, din legea a doua a dinamicii rezultă:  $-\rho g \cdot 2xS = ma_x$ , în care  $S$  este secțiunea tubului. Relația de mai sus se mai poate scrie și sub forma:  $-\rho g \cdot 2xS = \rho l S a_x$ , sau  $a_x + \frac{2g}{l} x = 0$ , de unde rezultă perioada

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$$

$$1.9.8. L = \frac{1}{\eta} \cdot nF \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 L_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

$$1.9.9. v = \frac{\eta}{F_1 l} \cdot \frac{S_1}{S} = 0,35 \cdot \text{s}^{-1}$$

1.9.10. Fie  $h_2$  înălțimea mercurului din vasul cilindric și  $h_1$  înălțimea apei, astfel încât  $h = h_1 + h_2$ . Presiunea totală la baza cilindrului este  $p = p_1 + p_2 = 2 \frac{G}{S}$ . Presiunea hidrostatică a fiecărui lichid este  $p_1 = \rho_a g h_1$ ,

$$p_2 = \rho g h_2; \quad h = \frac{G}{Sg} \left( \frac{1}{\rho_a} + \frac{1}{\rho} \right); \quad p = 2 \frac{hg}{\frac{1}{\rho_a} + \frac{1}{\rho}} = 2720 \text{ N/m}^2.$$

$$1.9.11. a) p = \rho h(g + a); \quad b) p = \rho h(g - a); \quad c) p = 0.$$

1.9.12. Nu.

1.9.13. a) Nu se schimbă; b) nivelul apei scade; c) nivelul apei nu se schimbă căci greutatea bulelor de aer este foarte mică și poate fi neglijată.

1.9.14. După scoaterea corpului din cutie, aceasta devine mai ușoară, iar volumul deslucuit scade cu  $V_1 = m_c/\rho_a$ , deci și nivelul apei scade. Când se introduce corpul în apă, acesta deslucuește un volum  $V_2 = m_c/\rho_c$ . Dacă  $\rho_c > \rho_a$  atunci  $V_2 < V_1$ , astfel încât nivelul apei din pahar scade față de situația inițială.

1.9.15. Când corpul se află numai în apă, condiția de echilibru este  $G = F_a$ , sau  $V\rho g = 0,9 V\rho_a g$ , de unde  $\rho = 0,9 \rho_a$ . După ce se toarnă și ulei, condiția de echilibru devine:  $V\rho g = V_1\rho_a g + V_2\rho_u g$ , sau  $\pi R^2 h \rho g = \pi R^2 h_1 \rho_a g + \pi R^2 h_2 \rho_u g$ , de unde rezultă:  $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_a - \rho}{\rho - \rho_u} = \frac{\rho_a - 0,9\rho_a}{0,9\rho_a - \rho_u} = 1$ , deci corpul se află jumătate în apă și jumătate în ulei.

$$1.9.16. \rho_c = 500 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_u = 800 \text{ kg/m}^3.$$

$$1.9.17. r = R \left(1 - \frac{\rho}{\rho_a}\right)^{1/3} = 30 \left(1 - \frac{26}{27} \cdot 103\right)^{1/3} = 10 \text{ cm.}$$

$$1.9.18. \rho_2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 (\rho_a - \rho_1) + \rho_1 = 2400 \text{ kg/m}^3.$$

$$1.9.19. m = m_1 + \rho_0 \left(V - \frac{m_1}{\rho_1}\right); \quad m = 0,2 + 1,29 \left(10^{-3} - \frac{0,2}{8800}\right) = 0,2013 \text{ kg.}$$

Eroarea de măsură este  $\delta m = m_1 - m = 0,0013 \text{ kg}$ , o eroare foarte mică, neglijabilă în cazul cântărilor obișnuite.

a)  $m' = m_1 + \rho_0 \left(V - \frac{m_1}{\rho_1}\right)$  cu  $\rho_0' < \rho_0$ . Rezultă că  $m_1 < m' < m$  și brațul balanței pe care se află corpul de cântărit coboară. b)  $\rho_0' > \rho_0$  și  $m_1 > m' > m$ , brațul balanței pe care se află corpul de cântărit se ridică.

1.9.20. Pentru fiecare din cazurile a) și b) mai pot exista trei posibilități distincte în funcție de raportul în care se află densitatea corpului de cântărit  $\rho_c$  față de densitatea materialului din care sînt confecționate corpurile de masă etalon, adică:  $\rho_c \approx \rho_e, \rho_c \gg \rho_e, \rho_c \ll \rho_e$ . a) Dacă  $\rho_c \approx \rho_e$ , masele fiind egale, rezultă că și volumele sînt aproximativ egale; brațele balanței rămîn în poziția de echilibru. Dacă  $\rho_c \gg \rho_e, V_c \ll V_e$ , se ridică brațul balanței pe care se găsește corpul de cântărit. Dacă  $\rho_c \ll \rho_e$  atunci  $V_c \gg V_e$  se coboară brațul balanței pe care se găsește corpul de cântărit (este mai greu).

b) În primul caz,  $\rho_c \approx \rho_e$ , brațele balanței rămîn în poziția de echilibru; în celelalte două cazuri rezultatele se inversează față de cazul a).

1.9.21. Vezi problema nr. 1.9.20.

1.9.22. Da, balanța se dezechilibrează datorită unei forțe  $\rho_0 g V$ . Balanța nu se dezechilibrează deoarece dopul de plută pluteste pe suprafața apei, iar greutatea lui este preluată de firul de prindere, presupus întins.

$$1.9.23. a) F = p_{\text{mediu}} S = \frac{p_{\text{max}}}{2} S = \frac{\rho_a g h}{2} hL = \frac{1}{2} \rho_a g h^2 L = 35,3 \cdot 10^5 \text{ N.}$$

$$b) F \cdot \frac{h}{3} \leq G \frac{D}{2}, \text{ în care } G \text{ este greutatea digului iar } D \text{ grosimea sa. Din relația de mai sus rezultă:}$$

$$D \geq \left(\frac{\rho_a}{3\rho}\right)^{1/2} \cdot h = \left(\frac{10^3}{3 \cdot 3 \cdot 10^3}\right)^{1/2} \cdot 6 = 2 \text{ m.}$$

$$1.9.24. \rho = \rho_0(1 - k^2) \text{ (vezi și problema 1.9.27).}$$

$$1.9.25. \rho = \frac{\rho_a g t^2}{g t^2 - 2(h - v_0 t)} = 4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

1.9.26. Capacul metalic este prezentat în figura 1.9.26. R, cu toate forțele care acționează asupra lui, în punctul  $O$  fiind articulația mobilă iar în punctul  $A$  trebuind aplicată forța exterioră  $F$ . Condiția de rotire a capacului în jurul punctului  $O$  este:

$$Fd \cos \alpha + HS \frac{d}{2} \geq mg \frac{d}{2} \cos \alpha + (H + \rho g h) S \frac{d}{2}; \quad F \geq \frac{1}{2} \left( mg + \frac{\rho g h r R^2}{\cos \alpha} \right),$$

în care  $S = \pi R^2$  este suprafața capacului. Numeric:  $F \geq 28,5 \cdot 10^4 \text{ N}$ , de circa  $10^4$  ori mai mare față de cazul inițial cînd era de numai 25 N.

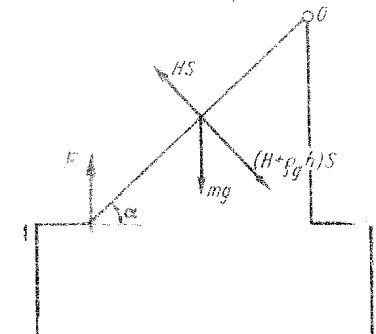


Fig. 1.9.26. R

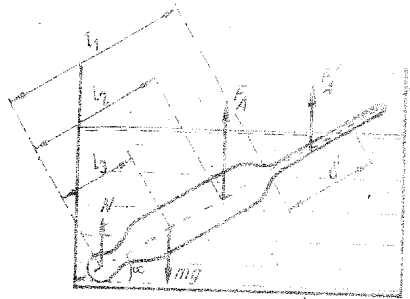


Fig. 1.9.29, R

1.9.27. Din egalitatea momentelor, în raport cu punctul A, rezultă:

$$G_1 \left( L - l - \frac{x}{2} \right) \cos \alpha = G_2 \left( \frac{L}{2} - l \right) \cos \alpha.$$

Cum  $G_1 = \rho g V_1$  și  $G_2 = \rho g S l$ , în care  $S$  este secțiunea tijei, rezultă

$$x = (L - l) - \left[ \frac{(L - l)^2}{\rho} - \frac{\rho}{\rho_1} (L l - 2l^2) \right]^{1/2}.$$

deoarece  $x < L - l$  se ia în considerație numai soluția cu semnul minus căci numai aceasta are sens fizic.

Pentru  $l = 0$  și  $L - x = hL$ , obținem rezultatul de la problema 1.9.24.

1.9.28. a) Când densimetrul de masă  $m$  este introdus în apă, avem condiția de echilibru:

$$mg = \rho_0 V g + \rho_w S \frac{l}{2} g.$$

Pentru o densitate minimă,  $\rho_m$ , condiția de mai sus ia forma:  $mg = \rho_m V g + \rho_m S l g$ . Din cele două relații rezultă, cu  $V = 2Sl$ ,

$$\rho_m = \frac{3V + Sl}{V + Sl} \rho_w = 777,8 \text{ kg/m}^3.$$

Pentru o densitate maximă,  $\rho_M$ :

$$mg = \rho_M V g = \rho_M V g + \rho_M S l g;$$

$$\rho_M = \frac{V + Sl}{V} \rho_w = 1168,7 \text{ kg/m}^3.$$

$$b) \quad mg = \rho V g + \rho S l g; \quad l_x = \left( \frac{7}{3} \cdot \frac{\rho_w}{\rho} - 2 \right) l = \frac{16}{27} l.$$

1.9.29. Poziția densimetrului în lichid și forțele care acționează asupra lui sînt prezentate în figura 1.9.29. R. Momentul forțelor în raport cu punctul O este:

$O$  este:  $mg l_x \cos \alpha = \rho V g l_2 \cos \alpha + \left( l_1 + \frac{d}{2} \right) \rho g S d' \cos \alpha$ , în care  $S$  este sec-

țiunea tijei, sau  $ml_x - \rho V l_2 = \left( l_1 + \frac{d}{2} \right) \rho S d'$ . Rezultă că diviziunea  $d'$  nu

depinde de înclinarea  $\alpha$ . Când densimetrul este în poziție verticală (vezi problema precedentă)  $d_1 = l/3$ , avem:  $mg = \rho V g + \rho S g d$ . Din ultimele două relații se obține:

$$\left( l_1 + \frac{d'}{2} \right) d' = l_2 d + (l_1 - l_2) \frac{V}{S}, \text{ deci } d' = 4,5 \text{ cm.}$$

1.9.50. Se ține seama de forțele care acționează asupra tijei și aplicînd legea a doua a dinamicii se arată că mișcarea este oscilatorie armonică.

1.9.31. Deoarece apa într-o conductă formează un tub de curent.

1.9.32. a)  $S_1 v_1 \rho_1 = S_2 v_2 \rho_2$ ;  $S_1 \sqrt{2gh} \rho_1 = 1,25 S_1 \sqrt{2gh} \rho_2$ , de unde  $\rho_2 = \frac{\rho_1}{1,25} = 800 \text{ kg/m}^3$ . b)  $Q_V = S_1 v_1 = S_1 \sqrt{2gh} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .  $Q_{V_2} = S_2 v_2 = 1,25 S_1 \sqrt{2gh} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ . c)  $S_1 v_1 = S_2 v_2$  sau  $S_1 \sqrt{2gh_1} = 1,25 S_1 \sqrt{2gh_2}$ ; rezultă:  $\sqrt{h_1} = 1,25 \sqrt{h_2}$  sau  $h_2 = 12,8 \text{ cm}$ ,  $h_2 < h_1$ .

1.9.33.  $Q_V = Sv = S \sqrt{2gh}$ , de unde  $h = \frac{Q_V^2}{2gS^2} = 0,2 \text{ m}$ .

1.9.34.  $Sv = S_1 v_1 + S_2 v_2 = S_1 \sqrt{2g \frac{H}{2}} + S_2 \sqrt{2gh}$ , unde  $H$  este înălțimea apei din vas;  $v = v_2$  și  $S_2 = S_1 / \sqrt{2}$ , rezultă  $S = \sqrt{2} S_1$ .

1.9.35. a)  $Q_V = S_1 v_1 = \pi R_1^2 \sqrt{2gh_1} = 6,28 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ . b)  $S_1 v_1 = S_2 v_2$ ;  $\pi R_1^2 \sqrt{2gH_1} = \pi R_2^2 \sqrt{2gH_2}$ ;  $H_2 = H_1 \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^4 = 13,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ .

1.9.36. a)  $v = \sqrt{2gh} = 24,26 \text{ m/s}$ . b)  $Q_V = Sv = 7,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ . c)  $p = \rho_w Q_V g h = 21,5 \text{ kW}$ .

1.9.37. Se alege un sistem de coordonate cu axa  $Ox$  de-a lungul suprafeței lichidului din vas și cu axa  $Oy$  pe generatoarea vasului, în jos (fig. 1.9.37, R). Ecuațiile traiectoriilor jeturilor sînt (vezi și capitolul 1.3):

$$y_1 = h_1 + \frac{g x_1^2}{2v_{01}^2}, \quad y_2 = h_2 + \frac{g x_2^2}{2v_{02}^2}.$$

Cum  $v_{01} = \sqrt{2gh_1}$ ;  $v_{02} = \sqrt{2gh_2}$ , rezultă:  $y_1 = h_1 + \frac{x_1^2}{4h_1}$ ,  $y_2 = h_2 + \frac{x_2^2}{4h_2}$

(două parabole). Coordonatele punctului de intersecție  $(X, Y)$  a acestor parabole se determină din condiția de inter-

secție:  $Y = h_1 + \frac{X^2}{4h_1}$ ,  $Y = h_2 + \frac{X^2}{4h_2}$ .

Rezolvînd sistemul, obținem:  $X = 2 \sqrt{h_1 h_2}$ ,  $Y = h_1 + h_2$ .

1.9.38.  $Y = h$  (vezi problema precedentă 1.9.37),  $h = h_1 + h_2$ ;  $h_1 + d = h$ , rezultă:  $h_1 = \frac{h-d}{2} = 5 \text{ cm}$ .

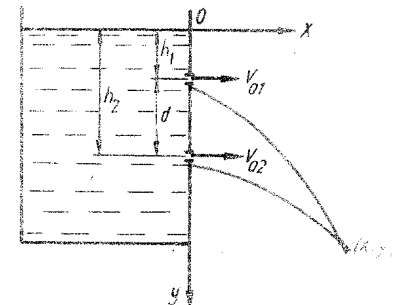


Fig. 1.9.37, R

1.9.39. Ca o consecință a legii lui Bernoulli pentru un tub de curent, orizontal, pentru care  $p + \frac{1}{2} \rho v^2 = C$ .

1.9.40.  $p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$ ;  $\frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) = p_2 - p_1 = \rho g \Delta h$ ;  $S_1 v_1 = S_2 v_2$ ; rezultă  $v_2 = S_1 \left( \frac{2g \Delta h}{S_2^2 - S_1^2} \right)^{1/2}$ ;  $Q_V = S_2 v_2 = S_1 S_2 \left( \frac{2g \Delta h}{S_2^2 - S_1^2} \right)^{1/2} = \frac{4}{3} \cdot 10^{-1} \text{ m}^3/\text{s}$ .

1.9.41.  $\frac{1}{2} \rho v_1^2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h$ ;  $S_1 v_1 = S_2 v_2 = Q_V$ , rezultă

$$S_2 = \frac{Q_V S_1}{(Q_V^2 - 2gh S_1^2)^{1/2}} = 4,47 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

1.9.42.  $p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$ , unde  $p_1 = \frac{F}{S_1} + H$ ,  $p_2 = H$  ( $H$  este presiunea atmosferică).  $S_1 v_1 = S_2 v_2$ ,  $\frac{F}{S_1} + \frac{1}{2} \rho \frac{S_2^2}{S_1^2} v_2^2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2$ , sau

$$v_2 = \left[ \frac{2FS_1}{\rho(S_1^2 - S_2^2)} \right]^{1/2}; S_1 t = S_2 v_2 t, \text{ rezultă: } t = \frac{S_1 t}{S_2 v_2} \left[ \frac{\rho S_1}{2F} \left[ 1 - \left( \frac{S_2}{S_1} \right)^2 \right] \right]^{1/2},$$

$S_2 \ll S_1$ , deci  $\left( \frac{S_2}{S_1} \right)^2 \ll 1$  și îl putem neglija. Cu această aproximație, relația devine:

$$t = \frac{S_1 t}{S_2} \left( \frac{\rho S_1}{2F} \right)^{1/2} = \frac{5}{3} \text{ s}.$$

1.9.43.  $Q_V = S_1 v_1 = S_1 \left\{ \frac{2\Delta p}{\rho \left[ \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right]} \right\}^{1/2} = 0,16 \text{ m}^3/\text{s}$ .

1.9.44.  $p_1 + \frac{1}{2} \rho_0 v^2 = p_2$ , dar  $p_2 = p_1 + \rho_0 g \Delta h$ , rezultă

$$v = \left( \frac{2g\rho_0 \Delta h}{\rho_0} \right)^{1/2} = 40 \text{ m/s}.$$

1.9.45. Conducta fiind orizontală, manometrul 1 indică presiunea statică în timp ce manometrul 2 indică presiunea totală, deci  $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h_1 = \rho g h_2$ ;  $v = [2g(h_2 - h_1)]^{1/2} = \sqrt{2} \text{ m/s}$ .

1.9.46. Este mai bine ca avionul să decoleze împotriva vântului căci forța portantă  $P = R \cos \alpha$  iar  $R = C \rho \alpha S v^2$ , deci este proporțională cu viteza vântului,  $v$ . La aterizare, raționamentul se face în sens invers.

1.9.47.  $mg = F_A + F$ , unde  $F_A$  este forța arhimedică și  $F$  este forța de rezistență la înaintarea sferei de plumb în glicerină;

$$\frac{\pi d^3}{6} \rho_{pb} g = \frac{\pi d^3}{6} \rho_{gl} g + 6\pi \eta v \frac{d}{2}.$$

Rezultă:

$$v = \frac{d^2(\rho_{pb} - \rho_{gl})g}{18\eta}; \quad t = \frac{b}{v};$$

$$t = \frac{18h\eta}{d^2(\rho_{pb} - \rho_{gl})g} = 1,35 \text{ s}.$$

1.9.48. a)  $mg = F_A + F$ ;  $\frac{\pi d^3}{6} \rho_a g = \frac{\pi d^3}{6} \rho_0 g + 6\pi \eta v \frac{d}{2}$ ;  $v = \frac{d^2(\rho_a - \rho_0)g}{18\eta} = 138,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . b)  $mg = F_A + F$ , unde  $F = \frac{1}{2} C \rho S v^2$  (forța de rezistență în regim turbionar);  $\frac{\pi d^3}{6} \rho_a g = \frac{\pi d^3}{6} \rho_0 g + \frac{1}{2} C \pi d^2 \rho v^2$ ;  $v = \left[ \frac{gd}{3C} \left( \frac{\rho_a}{\rho_0} - 1 \right) \right]^{1/2} = 4,47 \text{ m/s}$ .

1.9.49.  $r = \left[ \frac{9}{2} \frac{\eta v}{(\rho_a - \rho_0)g} \right]^{1/2} = 5,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$  (vezi și problema precedentă 1.9.48).

1.9.50.  $\eta = \frac{F}{S} \cdot \frac{z}{v} = f \frac{z}{v}$ , sau  $v = \frac{fz}{\eta} = 100 \text{ m/s}$ .

1.9.51. Din figura 1.9.51, R se vede că:

$$\text{tg } \alpha = \frac{F}{G} = \frac{\frac{1}{2} C S \rho_0 v^2}{mg} = \frac{\frac{1}{2} C \pi d^2 \rho_0 v^2}{\frac{\pi d^3}{6} \rho g}, \text{ sau } v = K \sqrt{\text{tg } \alpha}, \text{ în care } K \equiv \sqrt{\frac{gd\rho}{3C\rho_0}}$$

este constantă pentru aceeași sferă;  $K^2 = 10^3$ , iar  $v = 24 \text{ ms}^{-1}$ .

1.9.52.  $P = Fv = \frac{1}{2} C S \rho_0 v^2 \cdot v$ ;  $v = \left( \frac{2P}{C S \rho_0} \right)^{1/3} = 138 \text{ km/h}$ .

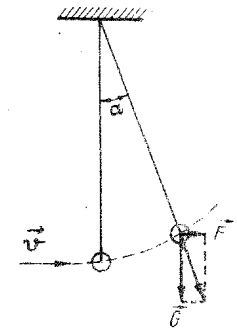


Fig. 1.9.51, R

1.10.1. Nu. Lungimile corpurilor sînt diferite, deci vor oscila liber cu frecvențe diferite.

1.10.2. Frecvența unui astfel de sistem depinde de masa sistemului.

1.10.3. Perioada: nu. Amplitudinea: da (se modifică poziția de echilibru iar la transport apar forțe de inerție).

1.10.4. Oscilațiile devin puternice (cu amplitudine mare) cînd frecvența lor este egală cu frecvența șocurilor mașinii de cusut.

1.10.5. Fenomenul de rezonanță are loc atunci când frecvența salturilor (prin care se acționează asupra corpului) este egală cu frecvența oscilațiilor proprii corpului.

1.10.6. Când viteza trenului atinge valoarea la care frecvența șocurilor primite la trecerea roților peste locurile de îmbinare ale șinelor devine egală cu frecvența proprie de oscilație a vagonului, are loc un fenomen de rezonanță și vagonul oscilează cu amplitudinea cea mai mare.

1.10.7. Frecvența oscilației coloanei de aer din pahar este aceeași cu frecvența sunetului emis și se produce fenomenul de rezonanță. Pereții paharului vibrează cu amplitudine mare și sticla se sparge.

1.10.8. Aerul din nișe și amfore începe să vibreze cu aceeași frecvență ca aceea a sunetelor emise de actori (amplificându-le).

1.10.9. Meduza este sensibilă la oscilațiile infrasonore ( $v \approx 10$  Hz) produse de mișcările valurilor.

1.10.10. Viteza relativă a unei față de mediul în care se propagă este aceeași în toate direcțiile.

1.10.11. Nu. Pe Lună nu există atmosferă, iar sunetele nu se propagă în vid.

1.10.12. La înălțime mai mare, vântul bate cu viteză sporită, există forțe de frecare mai mari. Undele sonore, sferice când nu este vânt, se deformează tot mai mult. Viteza unei devine mai mare în sensul în care bate vântul.

1.10.13. Particulele mediului în care se propagă unda execută oscilații. Prin efectuarea lucrului mecanic de învingere a forțelor de frecare dintre particule se cheltuiește energie mecanică. Datorită frecărilor se produce căldură.

1.10.14. Fluturile mișcă aripile doar de câteva ori într-o secundă și oscilațiile infrasonore care se produc nu pot fi percepute de om.

1.10.15. Sunetele se reflectă pe suprafața palmei ținută pînă și estfel o parte mai mare din energia sonoră provenită de la sursă pătrunde în ureche.

1.10.16. Sunetele se aud atât de la sursă direct, cât și după reflexiile multiple datorită copacilor.

1.10.17. Coloana de aer rămasă în vas întărește sunetele cu frecvențe din ce în ce mai mari, conform relației  $l = \lambda/4 = v/4v$ ; scade  $l$ , crește  $v$ .

1.10.18. Se poate obține liniște prin interferența a două unde sonore care au aceeași frecvență și aceeași amplitudine când sînt în opoziție de fază.

$$1.10.19. v = 4,45 \text{ Hz}$$

$$1.10.20. a) \omega = 52,33 \text{ s}^{-1}; b) v = 8,33 \text{ Hz}; c) T = 0,12 \text{ s}; d) v = 36,25 \text{ cm/s}; e) a = 1096,5 \text{ cm/s}^2.$$

$$1.10.21. a) v = 2,5 \text{ Hz}; \omega = 5,7 \text{ rad/s}; b) v_{max} = 0,785 \text{ m/s}; a_{max} = 12,32 \text{ m/s}^2; c) E_c/E_p = 3.$$

$$1.10.22. a) T = 16 \text{ s}; v = 6,25 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}; b) v_{max} = 3,925 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-1} \\ a_{max} = 1,54 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-2}; c) F_{max} = 2,46 \cdot 10^{-4} \text{ N}; d) E_c = 1,232 \cdot 10^{-5} \cdot \\ \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right) \text{ J}; e) t = \frac{4}{3} \text{ s}.$$

$$1.10.23. a) v = 5\pi/6 \cos \pi/6 t; v = v_{max} \text{ pentru } \pi/6 \cdot t_1 = n\pi (n = 0, \\ 1, 2, \dots); t_1 = 0\text{s}; 6\text{s}; 12\text{s} \dots; a = -5(\pi/6)^2 \sin \pi/6 t; a = a_{max} \text{ pentru } \pi/6 t_2 = \\ = (2n + 1)\pi/2; t_2 = 3\text{s}; 9\text{s}; 15\text{s} \dots; b) F = m \cdot a = -4\pi^2(Am/T^2)\sin 2\pi t/T;$$

$$F_{max} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ N}; a) E_p = \frac{mv^2}{2} = 3,6 \cdot 10^{-4} \cos^2 \pi/6 t (\text{J}); E_p = 3,6 \cdot \\ \cdot 10^{-4} \sin^2 \pi/6 t (\text{J}); E_c = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ J}.$$

$$1.10.24. a) y = \frac{2L}{\lambda_{max}} \sin \frac{2\pi}{\lambda_{max}} x; \lambda = \frac{v_{max} A}{\nu}; A = \frac{2L}{F_{max}} = 4 \text{ cm};$$

$$k = F_{max}/A = 30,75 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}; b) T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,052 \text{ s}; y = A \sin \frac{2\pi}{T} t = \\ = 4 \sin 36,6\pi t \text{ cm}.$$

$$c) E_c = 1/2 m \omega^2 A^2 = 1/25 \cdot 10^{-3} \text{ J}; E_p = \frac{m}{2} \omega^2 y^2 = 5,75 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$$

$$1.10.25. A = \sqrt{\frac{v_{max}^2 - v^2}{\omega^2 - \omega_0^2}} = 4,98 \text{ cm}; \omega = \sqrt{\frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}} = 13,38 \text{ s}^{-1}.$$

$$1.10.26. x = 4 \sin (\pi/30)t.$$

$$1.10.27. \Delta l = 2,73 \text{ cm}.$$

$$1.10.28. \frac{1}{k_1} = \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}; T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} = 0,245 \text{ s}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k_1}} = 0,116 \text{ s}.$$

$$1.10.29. \frac{v_1}{v_2} = \frac{k_2 + k_3}{\sqrt{k_1 + k_2}}$$

$$1.10.30. k = 40; m = \pi \frac{4\pi}{99}; k_1 = 0,24 \cdot 10^3 \text{ N/m}.$$

$$1.10.31. T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} = 0,45 \text{ s}; v = 1/T = 2 \text{ Hz}.$$

$$1.10.32. Fiește ca pînă în paralel;  $a = 0,4 \text{ m}.$$$

$$1.10.33. a) y = A \sin (\omega t + \varphi_0); x = d \cos (\omega t + \varphi_0); \frac{y^2}{A^2} + \frac{x^2}{d^2} = 1.$$

$$v = 2\pi \sqrt{A^2 - y^2} = 10,3 \text{ cm/s}; b) F = m \cdot a = -mA\omega^2 \sin (\omega t + \varphi_0);$$

$$F_{max} = \omega^2 Am = 1,47 \cdot 10^{-3} \text{ N}; c) E = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = 23,1 \cdot 10^{-4} \text{ J}.$$

$$1.10.34. a) T = 0,4 \text{ s}; b) v = 2,5 \text{ Hz}; \omega = 15,7 \text{ rad/s}; c) A = 0,04 \text{ m};$$

$$d) E_p = 1,577 \text{ J}; e) v_{max} = 0,628 \text{ m/s}, v = 0.$$

$$1.10.35. a) y = 0,6 \sin 100 t (\text{cm}); b) H_{max} = mv_{max} = 0,6 \text{ kg}\cdot\text{m/s};$$

$$c) E_p = \frac{mv^2}{2} = 0,2 \text{ J}; E_c = \frac{m \cdot A^2 \omega^2}{2} \left(1 - \frac{y^2}{A^2}\right) = 1,6 \text{ J}.$$

$$1.10.36. a = A/\sqrt{2}$$

$$1.10.37. a) v = 0,2508 \text{ m/s}; b) \frac{H_c}{E_p} = 1/3; c) y = 4,24 \text{ mm}.$$

$$1.10.38. a) t = 1/24 \text{ s}; b) E = \frac{4\pi^2 m \cdot A^2}{2}; c) F = -mA(4\pi)^2 \sin (2\pi t + \\ + \pi/6).$$

$$1.10.39. a) v = 0,17 \text{ Hz}; A = 4,3 \text{ cm}; b) \varphi_0 = -\pi/6; E_c = 1,13 \cdot \\ \cdot 10^{-3} \text{ J}; c) k = 1,23 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}.$$

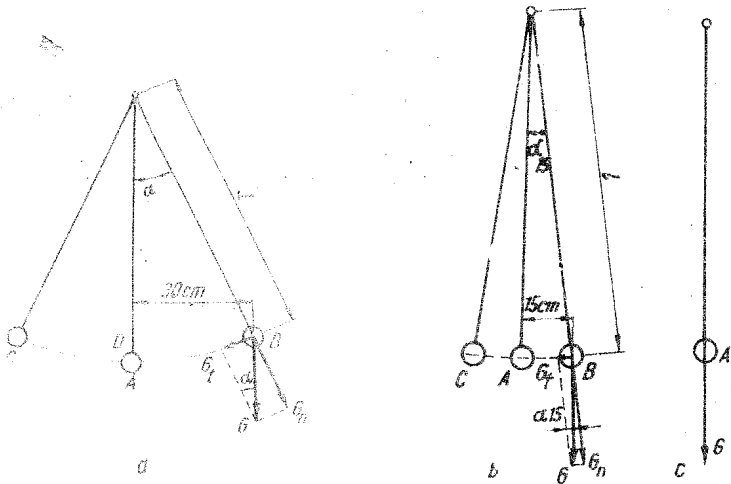


Fig. 1.10.43, R

1.10.40.  $y = 8 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm).

1.10.41. a)  $F \approx 2,561$  N; b)  $A = 6,25$  cm;  $E_c = 0,04$  J; c)  $E_{cmax} = 0,08$  J;  $t = \frac{n}{4}$  s;  $n \in \mathbb{N}$ .

1.10.42.  $A' = \frac{A\sqrt{13}}{2}$ .

1.10.43. a)  $G_1 = 120$  N; b)  $G_1 = 60$  N; c)  $G_1 = 0$  N, vezi figura 1.10.43, R

1.10.44.  $\frac{l_1}{l_2} = 2,25$ .

1.10.45.  $l_1 = 11,25$  cm;  $l_2 = 31,25$  cm.

1.10.46.  $g_x = 981,4$  cm/s<sup>2</sup>.

1.10.47. a)  $l = 1,98$  m;  $T = 2,82$  s; b)  $\dot{E}_p = 2,87$  J.

1.10.48.  $E_c = 0,155$  J;  $E_p = 0,08$  J.

1.10.49. a)  $E = \frac{P^2}{2m} = 2,25$  J; b)  $a_{max} = g \sin \alpha = 4,9$  m/s<sup>2</sup>;

c)  $l = \frac{P^2}{2m^2g(1 - \cos 30^\circ)} \approx 3,43$  m.

1.10.50. a)  $x = 41$  cm; b)  $T' = 0,76$  s.

1.10.51. a)  $T = 1,6$  s; b)  $E_c = 0,1$  J;  $E_p = 84,67$  mJ; c)  $T_a = 1,16$  N.

1.10.52. a)  $S = 43,61$  m; b)  $E_{cmax} = 19,3 \cdot 10^{-3}$  J; c)  $T = 1,413$  s.

1.10.53. a)  $T' = \frac{T}{\sqrt{\cos \alpha}} \approx 0,6$  s; b)  $T = 0,5$  s.

1.10.54. a)  $l = 0,05$  m; b)  $T = \pi/5 = 0,628$  s.

1.10.55.  $n = \frac{t_1}{T_1} + \frac{t_1}{T_3} + \frac{t_2}{T_2} = 26,28$  oscilații.

1.10.56. a)  $x = \frac{x_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ ; b) Oscilatorul intră în rezonanță; nu se

mai poate afla în stare de repaus.

1.10.57. Perioada se mărește cu 0,0468%. Trebuie micșorată lungimea cu 0,12 mm.

1.10.58. 1)  $T' = \pi \left(1 + \frac{h}{R}\right) \sqrt{\frac{l}{g_0}} = T \left(1 + \frac{h}{R}\right) > 1$  s, datorită varia-

ției lui  $g$  cu altitudinea; va rămâne în urmă cu  $24 \cdot 3600 \frac{h}{R} = 27$  s.

1.10.59. a)  $\Delta t = 12$  min; b)  $l = 0,9$  m.

1.10.60.  $A = \sqrt{5}$  cm;  $\varphi = \arctg 2 = 63^\circ 26'$ .

1.10.61.  $x = x_1 + x_2 = \sqrt{19} \cos(\pi t + 0,372 \pi)$  cm.

1.10.62.  $A = \sqrt{142}$  cm;  $\varphi = \arctg \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 40^\circ 51'$ , vezi figura 1.10.62, R.

1.10.63.  $\varphi_2 - \varphi_1 = 71^\circ 46'$ .

1.10.64.  $x = 6,9 \sin(2\pi t - 72^\circ 50')$ .

1.10.65. a)  $v = 3300$  m/s; b)  $T = 0,01$  s;  $\nu = 100$  Hz.

1.10.66.  $\lambda = 10$  m.

1.10.67. a)  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 4 \cdot 10^3$  m/s; b)  $\lambda = \frac{v}{\nu} = 8$  m;

c)  $\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta \varphi = 4$  m.

1.10.68. Datorită fenomenului de rezonanță. Frecvența sunetului emis de paharul lovit este egală cu frecvența caracteristică a celui alt pahar; din această cauză, deși energia sunetului este mai mică, în celălalt pahar apar unde elastice vizibile.

1.10.69. a)  $y$  nu este funcție de  $z$ ;  
b)  $t > \frac{xT}{\lambda}$ ;  $\pi$ ) Interacția este de tip elastic.

1.10.70. a)  $r = \frac{1}{v} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$ ; b)  $v_0 = \frac{2l}{v}$ ;

$v_1 = \frac{4l}{v}$ ;  $v_2 = \frac{6l}{v}$ .

1.10.71.  $y = y_1 + y_2 = 2A \cos \pi/\lambda \cdot$

$d \cdot \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d + 2x) \right]$ .

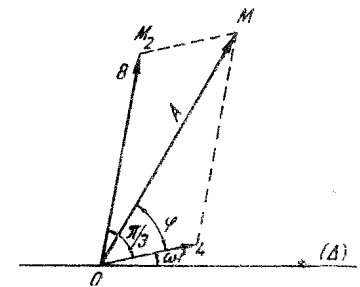


Fig. 1.10.62, R

# FENOMENE TERMICE, ELECTRICE ȘI MAGNETICE

## (Clasa a X-a)

### ENUNȚURI

#### CAPITOLUL I

#### NOȚIUNI DESPRE STRUCTURA CORPURILOR

2.1.1. Să se afle masa moleculei și a atomului de: a) oxigen, b) azot, c) heliu ( $N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{moleculă}}{\text{kmol}}$ ).

2.1.2. Să se afle:

a) numărul de molecule conținute într-o masă  $m = 1$  kg de dioxid de carbon ( $\text{CO}_2$ );

b) masa unei molecule de  $\text{CO}_2$ ;

c) numărul de molecule conținute într-un volum  $V = 1$  m<sup>3</sup> de  $\text{CO}_2$ , aflat în condiții fizice normale ( $\rho_0 = 1,98$  kg/m<sup>3</sup>);

d) distanța medie dintre moleculele de  $\text{CO}_2$ , aflat în condiții fizice normale ( $N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{moleculă}}{\text{kmol}}$ ).

2.1.3. Să se afle:

a) masa unei molecule de amoniac ( $\text{NH}_3$ );

b) densitatea amoniacului gazos ( $\text{NH}_3$ ), aflat în condiții fizice normale ( $N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{moleculă}}{\text{kmol}}$ ;  $V_{m,0} = 22,42 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}$ ).

2.1.4. Să se afle numărul de molecule cuprinse într-un volum  $V = 1$  m<sup>3</sup> de gaz, aflat în condiții fizice normale (numărul lui Loschmidt)

( $N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{moleculă}}{\text{kmol}}$ ;  $V_{m,0} = 22,42 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}$ ).

2.1.5. Să se afle distanța medie dintre moleculele unui gaz aflat în condiții fizice normale.

2.1.6. Să se determine a ceta parte din volumul ocupat de un gaz, în condiții fizice normale, revine moleculelor aceluși gaz: Diametrul moleculelor este  $d = 10^{-10}$  m.

$$1.10.72. a) \lambda = vT = 18 \text{ m}; b) \varphi = \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) = \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) = 1,67\pi.$$

$$y = 2 \sin 1,67\pi = -2 \sin 60^\circ = -1,73 \text{ cm}; v = A \omega \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) = -10,4 \cos 60^\circ = 5,2 \text{ cm/s}; a = A \omega^2 \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) = 54,8 \sin 60^\circ = 47,5 \text{ cm/s}^2;$$

$$c) \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{4,5} 4,5 = \frac{\pi}{2}.$$

$$1.10.73. 1) A = 4 \text{ cm}; v = 10 \text{ Hz}; T = 0,1 \text{ s}; 2) \lambda = 25 \text{ cm}; x = 4 \sin 2\pi(10t - 2,5)\text{cm}; 3) \Delta\varphi = 216^\circ.$$

$$1.10.74. a) t_1 = 16 \text{ ms}; b) \varphi_1 = \frac{8\pi}{5} = 288^\circ; c) x = 0,833 \text{ m}; d) \varphi = \pi.$$

$$1.10.75. a) k = 2 \cdot 10^3 \text{ N/m}; b) \lambda = 0,8 \text{ m}; c) v_{\max} = 40,12 \text{ m/s (din } v_{\max} = A\omega \text{ și } A = \Delta l), a_{\max} = A\omega^2 = 1,02 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2.$$

$$1.10.76. a) E_c = 0,072\pi^2 \cos^2 1000\pi t \text{ (J)}; E_p = 0,072\pi^2 \sin^2 1000\pi t \text{ (J)}; b) \lambda = 8 \text{ m}; v = 500 \text{ Hz}; v = 4000 \text{ m/s}; c) E = \rho v^2 = 4,16 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2; d) A = 2,4 \text{ cm}; \varphi_0 = -\pi/4.$$

$$1.10.77. \hat{r} = 9^\circ 30'.$$

$$1.10.78. A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos k(x_1 - x_2)} = 7 \text{ mm, unde } x_1 = \sqrt{x_2^2 + d^2}.$$

$$1.10.79. A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos k(x_2 - x_1)} = 6,8 \text{ mm.}$$

$$1.10.80. d = \frac{1}{2} \sqrt{c(2l + c\Delta t)\Delta t} \approx 57,7 \text{ m.}$$

$$1.10.81. a) \lambda = 0,45 \text{ m}; b) y = 5 \cos 20\pi(t - 2) \text{ cm.}$$

$$1.10.82. a) \lambda = 0,64 \text{ m}; b) x_n = n \frac{\lambda}{2} \text{ se vor forma noduri } (A_{\text{rez}} = 0),$$

$$x_n = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ se vor forma ventre } (A_{\text{rez}} = 2A).$$

$$c) A_1 = 2A \sin kx_1 = 3,384 \text{ mm.}$$

$$1.10.83. a) A = 4 \text{ cm}; v = 10 \text{ Hz}; T = 0,1 \text{ s}; b) \lambda = 0,5 \text{ m};$$

$$c) y = 4 \sin 2\pi(10t - 1); d) \text{ maxim.}$$



2.1.7. Să se afle: a) masa, b) volumul, c) diametrul moleculei de sulfură de carbon ( $\text{CS}_2$  lichid incolor), considerind moleculele sfere rigide, dispuse una în contact cu alta. Densitatea sulfurii de carbon este  $\rho = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$   
 $(N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \text{ molecule / kmol})$

2.1.8. Să se afle volumul  $v_0$  și diametrul  $d$  al atomilor de aluminiu, considerind atomii sfere rigide. Densitatea aluminiului este  $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$   
 $(N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \text{ molecule / kmol})$

## CAPITOLUL 2

### NOȚIUNI TERMODINAMICE DE BAZĂ. LEGILE GAZULUI IDEAL

#### TRANSFORMAREA IZOTERMĂ

2.2.1. Să se reprezinte grafic un proces izoterm în coordonatele:

a)  $p, V$ ; b)  $p, T$ ; c)  $V, T$ , pentru  $T = T_1$  și  $T = 2T_1$ .

2.2.2. Să se reprezinte grafic, în coordonate  $p, V$ , procesul izoterm, descris de ecuația  $pV = 40 \text{ (atm} \cdot \text{m}^3)$ . Să se determine variația  $\Delta V$  a volumului ocupat de gaz dacă presiunea crește de  $1/n$  ori (caz particular  $1/4$  ori) din valoarea inițială, la temperatură constantă.

2.2.3. Un gaz, aflat în condiții fizice normale, ocupă volumul  $V_0 = 1 \text{ m}^3$ . Să se afle volumul  $V_1$  pe care îl va ocupa gazul la presiunea  $p_1 = 49 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Temperatura gazului rămâne constantă, iar  $p_0 = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

2.2.4. Un gaz este comprimat izoterm de la volumul  $V_1 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  la volumul  $V_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ . Datorită comprimării presiunea a crescut cu  $\Delta p = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Să se afle presiunea inițială  $p_1$  a gazului.

2.2.5. Într-un cilindru cu piston, figura 2.2.5, se află închis aer. Masa pistonului este  $m = 6 \text{ kg}$ , iar aria secțiunii cilindrului  $S_0 = 20 \text{ cm}^2$ . Să se determine masa  $m_1$  ce trebuie așezată pe piston pentru ca volumul aerului să se micșoreze de două ori. Presiunea atmosferică este  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ , temperatura sistemului rămâne constantă, iar frecările se neglijează.

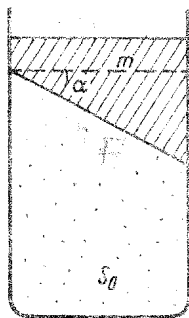


Fig. 2.2.5

2.2.6. Capătul unui tub cilindric, de rază  $r = 1 \text{ cm}$  și lungime  $l = 25 \text{ cm}$ , este închis cu un dop de cauciuc. Celălalt capăt este închis cu ajutorul unui piston. Când pistonul este împins în interiorul tubului pe o distanță  $d = 8 \text{ cm}$ , dopul sare. Considerind temperatura constantă, să se afle forța de frecare dintre dop și perete în momentul când sare dopul. Presiunea atmosferică este  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ , grosimea dopului și a pistonului se neglijează.

2.2.7. Un tub de sticlă vertical de lungime  $L$ , închis la un capăt, conține aer separat de exterior cu ajutorul unei coloane de mercur de lungime  $h$  (fig. 2.2.7). Să se determine lungimea  $l$  a coloanei de aer dacă prin răsturnarea tubului cu capătul deschis în jos, jumătate din coloana de mercur se varsă. Densitatea mercurului este  $\rho$ , presiunea atmosferică  $p_0$ .

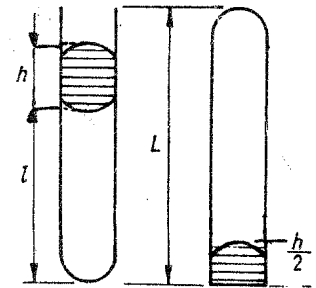


Fig. 2.2.7

2.2.8. Într-un tub subțire de sticlă, închis la un capăt, se află aer, separat de exterior cu ajutorul unei coloane de mercur de lungime  $h = 2 \text{ cm}$ . Când tubul este așezat vertical, cu capătul deschis în jos, lungimea coloanei de aer este  $l_1 = 0,39 \text{ m}$ . Când tubul este vertical dar cu capătul deschis în sus, lungimea coloanei de aer este  $l_2 = 0,37 \text{ m}$ . Să se determine presiunea atmosferică, cunoscând densitatea mercurului  $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

2.2.9. Un tub de sticlă, vertical, deschis la ambele capete, de lungime  $l = 30 \text{ cm}$ , este cufundat în mercur astfel încât lungimea părții cufundate este  $l/3$ . Apoi, capătul superior al tubului se acoperă cu degetul și tubul este scos din mercur. O parte din mercurul din tub va curge. Să se afle lungimea  $x$  a coloanei de mercur ce rămâne în tub. Presiunea atmosferică este  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ , iar densitatea mercurului  $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

2.2.10. Un tub de sticlă deschis la ambele capete este introdus în poziție verticală într-un vas cu mercur. Nivelul mercurului în vas și în tub este același. Lungimea părții de tub de deasupra mercurului este  $l_1 = 100 \text{ cm}$ . Capătul superior se acoperă, apoi tubul este ridicat cu  $h = 10 \text{ cm}$ . Să se afle înălțimea  $x$  a coloanei de mercur ce intră în tub. Presiunea atmosferică este  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

2.2.11. La mijlocul unui tub așezat orizontal, închis la ambele capete și vidat, de lungime  $L = 1 \text{ m}$ , se află o coloană de mercur de lungime  $h = 0,2 \text{ m}$ . Când tubul este adus în poziție verticală, coloana de mercur se deplasează cu  $l = 0,1 \text{ m}$ . Să se afle presiunea până la care tubul a fost vidat. Densitatea mercurului este  $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

2.2.12. Un cilindru orizontal, de lungime  $L = 1 \text{ m}$  și secțiune  $S = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ , este împărțit în două părți egale printr-un piston mobil. În cele două compartimente se află aer la presiunea  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$  și la aceeași temperatură. Se deplasează pistonul pe distanța  $h = 0,4 \text{ m}$  față de poziția inițială.

a) Ce presiune are aerul din fiecare compartiment?

b) Ce forță trebuie să acționeze asupra pistonului pentru a-l menține în această poziție?

2.2.13. Un cilindru orizontal, închis la capete, este împărțit în trei compartimente cu ajutorul a două pistoane blocate. Presiunea și volumul aerului din fiecare compartiment sînt egale cu:  $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ;  $V_1 = 36 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ ;  $p_2 = 0,6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ;  $V_2 = 60 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ ;  $p_3 = 0,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ;  $V_3 = 104 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ . Să se afle presiunea și volumul gazului din fiecare compartiment după ce pistoanele se deblochează. Temperatura sistemului nu se modifică.

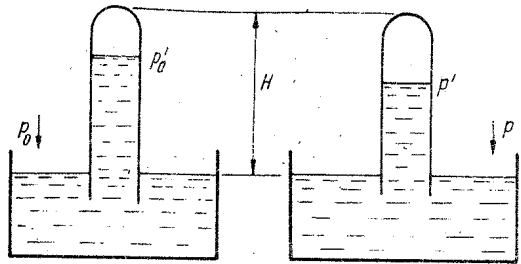


Fig. 2.2.14

2.2.14. Indicațiile unui barometru cu mercur sînt eronate din cauză că în tubul barometric a intrat o bulă de aer. Cînd presiunea atmosferică este  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , barometrul indică presiunea  $p'_0 = 0,974 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , iar cînd presiunea atmosferică este  $p = 0,957 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , barometrul indică presiunea  $p' = 0,934 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Să se afle lungimea  $H$  a tubului barometric (fig. 2.2.14). Densitatea mercurului este  $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  iar  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

2.2.15. Două tuburi comunicante identice sînt umplute parțial cu un lichid de densitate  $\rho$ . În fiecare tub, deasupra lichidului, se află aer, separat de exterior cu ajutorul unui piston. Presiunea aerului din cele două tuburi și înălțimea coloanei de aer sînt aceleași, egale cu  $p_1$ , respectiv cu  $h$  (fig. 2.2.15). Un piston este blocat, iar celălalt este ridicat pe distanța  $x$ . Să se afle pentru ce valoare a lui  $x$  diferența dintre nivelul lichidului din cele două tuburi este egală cu  $h$ . Temperatura sistemului rămîne constantă.

2.2.16. Într-un tub în formă de U, avînd un capăt închis și prevăzut cu robinet, se află mercur (fig. 2.2.16). Distanța dintre nivelul mercurului și capătul tubului este aceeași în ambele tuburi  $h_1 = 20 \text{ cm}$ . Să se afle distanța  $h$  pe care coboară nivelul mercurului în tubul deschis dacă, după ce din sistem s-a scurs o cantitate de mercur prin robinetul  $R$ , nivelul mercurului din tubul închis a coborît pe distanța  $h_2 = 18 \text{ cm}$ . Presiunea atmosferică  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ , densitatea mercurului  $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

2.2.17. Într-un cilindru orizontal, de lungime  $2l = 0,4 \text{ m}$  și volum  $V = 12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ , închis la ambele capete, se află aer la presiunea  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ . Cilindrul este împărțit în două părți egale de un piston avînd masa  $m = 0,1 \text{ kg}$  și grosime neglijabilă. Cilindrul este pus într-o mișcare de rotație cu viteza unghiulară  $\omega$  față de o axă verticală ce trece prin centrul lui. Să se afle  $\omega$  dacă pistonul se stabilește la distanța  $r = 0,1 \text{ m}$  față de axă.

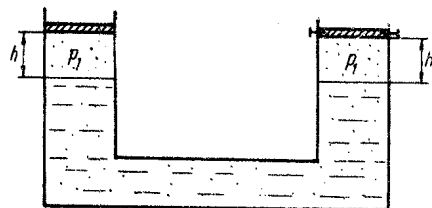


Fig. 2.2.15

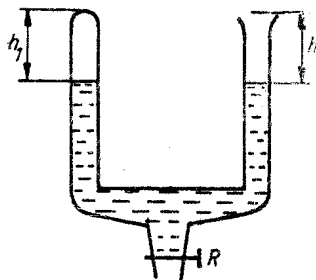


Fig. 2.2.16

## TRANSFORMAREA IZOBARĂ

2.2.18. Să se reprezinte grafic un proces izobar în coordonatele:  
a)  $p, V$ ; b)  $p, T$ ; c)  $V, T$ .

2.2.19. Un gaz ocupă volumul  $V_1 = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$ . Ce volum  $V$  va ocupa gazul dacă temperatura:

- crește la  $T_2 = 324 \text{ K}$ ;
- scade la  $T_3 = 270 \text{ K}$ . Presiunea gazului rămîne constantă.

2.2.20. Volumul ocupat de un gaz este  $V_1 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ . Gazul este răcit izobar la temperatura  $T_2 = 100 \text{ K}$ , iar volumul său devine  $V_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ . Să se afle temperatura inițială  $T_1$  a gazului.

2.2.21. Un gaz închis într-un cilindru cu piston mobil se află la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$ . Să se afle cu cîte grade  $\Delta T$  variază temperatura gazului, menținut la presiunea constantă, dacă:

- volumul crește cu  $n = 20\%$ ;
- volumul scade cu  $n = 20\%$ .

2.2.22. Un gaz este încălzit la presiune constantă de la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$  la temperatura  $T_2 = 400 \text{ K}$ . Să se afle cu cît la sută se modifică volumul gazului.

2.2.23. Un termometru cu gaz la presiune constantă arată ca în figura 2.2.23. Balonul  $A$  are volumul  $V = 10^{-4} \text{ m}^3$ , iar volumul tubului cuprins între două diviziuni succesive este  $\Delta V = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ . În balon și în tub se află aer, separat de exterior cu ajutorul unei coloane de mercur. La temperatura  $T = 278 \text{ K}$  marginea  $a$  a picăturii se află în dreptul diviziunii  $n = 20$ . Între ce valori  $T_1$  și  $T_2$  poate fi măsurată temperatura cu acest termometru dacă scála tubului are un număr de diviziuni  $N = 100$ ? Dilatarea balonului și a tubului se neglijează.

2.2.24. Într-un tub cilindric, orizontal închis la ambele capete se află aer în condiții fizice normale. Tubul este împărțit în două părți neegale cu ajutorul unui piston care se poate deplasa fără frecări (fig. 2.2.24). Volumele  $V_1$  și  $V_2$  ale celor două părți sînt legate prin relația  $V_2 = 2V_1$ . Să se afle temperatura  $T_1$  la care trebuie încălzit aerul din compartimentul mai mic și temperatura  $T_2$  pînă la care trebuie răcit aerul din compartimentul mai mare pentru ca pistonul să împartă tubul în două părți egale. Procesul de încălzire respectiv de răcire a aerului se face astfel încît  $V/T = \text{const}$ .

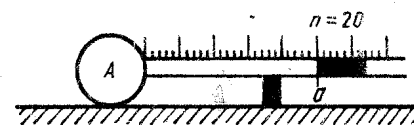


Fig. 2.2.23

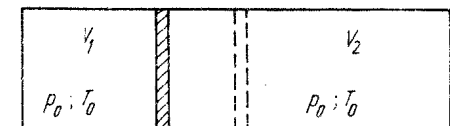


Fig. 2.2.24

2.2.25. Trei stări de echilibru ale unui gaz de masă dată sînt reprezentate prin punctele 1, 2 și 3 în coordonate  $V$  și  $T$  (fig. 2.2.25). În care dintre cele trei stări presiunea gazului este mai mare?

#### TRANSFORMAREA IZOCORĂ

2.2.26. Să se reprezinte grafic un proces izocor în coordonatele:  
a)  $p, V$ ; b)  $p, T$ ; c)  $V, T$ .

2.2.27. Un gaz menținut la volum constant se află la temperatura  $T = 293$  K și la presiunea  $p = 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Să se afle presiunea gazului cînd:

- este încălzit la temperatura  $T_1 = 423$  K;
- este răcit la temperatura  $T_2 = 250$  K.

2.2.28. Balonul unei lămpi cu incandescență este umplut cu azot la presiunea  $p_1 = 5 \cdot 10^4$  N/m<sup>2</sup> și la temperatura  $T_1 = 288$  K. Să se afle temperatura  $T_2$  a gazului cînd lampa funcționează dacă presiunea azotului devine  $p_2 = 10^5$  N/m<sup>2</sup>.

2.2.29. Temperatura unui gaz scade izocor de la valoarea  $T_1 = 400$  K la  $T_2 = 200$  K. Să se afle cu cît la sută scade presiunea gazului.

2.2.30. Presiunea gazului dintr-un balon, măsurată cu un manometru diferențial, este  $p_1 = 2,8 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Dacă temperatura gazului scade cu  $\Delta T = 85$  K, indicația manometrului scade cu  $\Delta p = 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Să se afle temperaturile  $T_1$  și  $T_2$  ale gazului în cele două stări, considerînd că balonul nu-și modifică volumul, iar presiunea atmosferică este normală. (Manometrul diferențial arată diferența dintre presiunea gazului din balon și presiunea atmosferică.)

2.2.31. Într-un cilindru cu piston mobil de arie  $S = 20$  cm<sup>2</sup> se află închis un gaz la temperatura  $T_1 = 300$  K. Forța ce acționează asupra pistonului este  $F_1 = 3$  N. Să se afle cu cît trebuie să crească forța ce acționează asupra pistonului pentru ca volumul gazului să nu se schimbe dacă este încălzit la temperatura  $T_2 = 400$  K. Presiunea atmosferică este normală.

2.2.32. În figura 2.2.32 sînt prezentate două izocore  $V_1 = \text{const.}$  și  $V_2 = \text{const.}$ , trasate pentru aceeași masă de gaz. Care dintre cele două volume  $V_1$  sau  $V_2$  este mai mare?

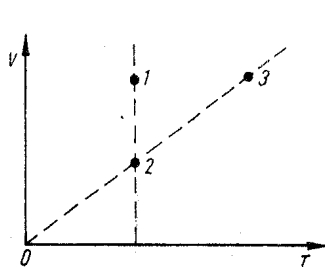


Fig. 2.2.25

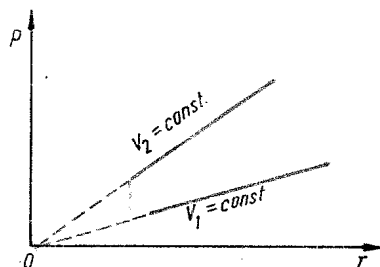


Fig. 2.2.32

2.2.33. În două recipiente se află aer la temperatura  $T_1 = 300$  K și respectiv  $T_2 = 400$  K. Raportul dintre presiunile aerului din cele două recipiente este  $p_1/p_2 = 3$ . Să se afle raportul dintre presiunile celor două gaze după ce sînt aduse la aceeași temperatură.

#### TRANSFORMAREA GENERALĂ. ECUAȚIA TERMICĂ DE STARE

2.2.34. Să se reprezinte grafic ciclurile din figura 2.2.34 în coordonate  $(V, T)$  și  $(p, T)$ .

2.2.35. Un gaz este supus unei transformări ciclice reprezentate în figura 2.2.35. Cunoscînd temperaturile  $T_1$  și  $T_2$  în stările 1 și 2 ale gazului, să se afle temperatura gazului  $T_3$  în starea 3.

2.2.36. Un gaz ce ocupă volumul  $V_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> la temperatura  $T_1 = 400$  K și presiunea  $p_1 = 10^5$  N/m<sup>2</sup> este supus următoarelor transformări: 1) comprimare izotermă pînă volumul devine  $V_2$  iar presiunea  $p_2$ ; 2) răcire izobară pînă la temperatura  $T_3 = 200$  K; 3) destindere izotermă ( $T_3 = \text{const.}$ ) pînă volumul devine  $V_4 = 10^{-3}$  m<sup>3</sup>. Să se afle presiunea finală  $p_4$  a gazului. Să se reprezinte grafic procesul în  $(p, V)$ ,  $(p, T)$ ,  $(V, T)$ .

2.2.37. Un balon din cauciuc este umplut cu aer. Parametrii de stare ai aerului din balon sînt:  $p_1 = 0,98 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>;  $V_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> și  $T_1 = 300$  K. Cînd balonul este scufundat în apă, a cărei temperatură este  $T_2 = 278$  K, presiunea aerului devine  $p_2 = 2 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Să se afle variația  $\Delta V$  a volumului aerului ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

2.2.38. Într-un rezervor pentru păstrat oxigenul gazos, de volum  $V_1 = 6$  m<sup>3</sup> se află oxigen la presiunea  $p_1 = 120 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> și temperatura  $T_1 = 300$  K. Să se afle:

- volumul pe care îl ocupă oxigenul în condiții fizice normale,
- masa oxigenului ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

2.2.39. Să se afle masa bioxidului de carbon (CO<sub>2</sub>) închis într-o butelie de volum  $V = 4 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, la temperatura  $T = 400$  K și la presiunea  $p = 8,3 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

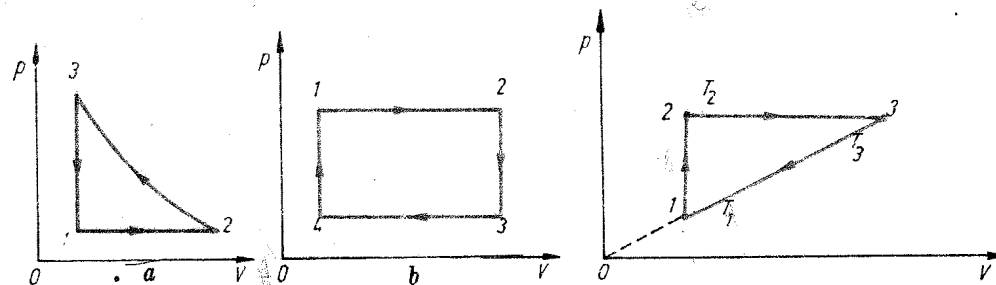


Fig. 2.2.34

Fig. 2.2.35

2.2.40. Să se afle masa molară  $\mu$  a butanului (gaz), cunoscând că presiunea unei mase de gaz,  $m = 4,2 \cdot 10^{-3}$  g, închisă într-un balon de volum  $V = 2 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, la temperatura  $T = 300$  K este  $p = 0,9 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

2.2.41. Să se afle densitatea bioxidului de carbon, aflat la presiunea  $p = 1,76 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> și temperatura  $T = 200$  K ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

2.2.42. Un gaz este adus din starea inițială 1 în starea finală 2 în care densitatea este  $\rho_2 = \rho_1/2$ . Trecerea din 1 în 2 se face printr-un proces reprezentat grafic în figura 2.2.42. Presiunea maximă în timpul procesului  $p_{\text{max}} = 5p_1$ . Să se determine:

a) ce transformări simple au fost folosite la trecerea gazului din starea 1 în starea 2;

b) temperatura maximă atinsă de gaz, exprimată în funcție de  $T_1$ .

2.2.43. O butelie de oțel ce conține oxigen, de volum  $V = 30 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, nefiind închisă ermetic, pierde gaz. La temperatura  $T_1 = 300$  K manometrul indică presiunea  $p_1 = 72 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. După un timp, la temperatura  $T_2 = 290$  K, manometrul indică presiunea  $p_2 = 29 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Să se afle masa oxigenului care a ieșit în acest timp din butelie ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

2.2.44. Un balon de volum  $V_1 = 10 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> conține aer la presiunea  $p_1$ . Un al doilea balon de volum  $V_2 = 30 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> conține aer la presiunea  $p_2 = 10^5$  N/m<sup>2</sup>. După ce se face legătura între cele două baloane, presiunea comună devine  $p = 2 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Să se afle presiunea  $p_1$  din primul balon. Temperatura rămâne constantă.

2.2.45. Două baloane identice conțin aer. Temperatura și presiunea în cele două baloane sînt  $T_1, p_1$  și, respectiv,  $T_2, p_2$ . Baloanele sînt puse în legătură, iar gazele se amestecă, ajungînd la aceeași presiune și temperatură. Din această stare gazul din sistem este încălzit la temperatura  $T$ . Să se afle presiunea  $p$  din sistem după încălzire.

2.2.46. Un cilindru orizontal, închis la ambele capete, de lungime  $l = 0,84$  m este împărțit în două compartimente egale cu ajutorul unui piston termoizolant, mobil fără frecare. În ambele compartimente se află același gaz la temperatura  $T_1 = 300$  K și presiunea  $p_1 = 1 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Gazul dintr-un compartiment este încălzit la temperatura  $T_2 = 330$  K, iar temperatura în celălalt compartiment nu se modifică. Să se afle:

a) distanța  $x$  pe care se deplasează pistonul;

b) presiunea finală din cilindru.

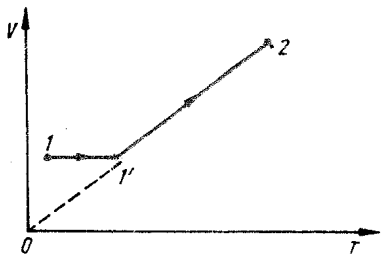


Fig. 2.2.42

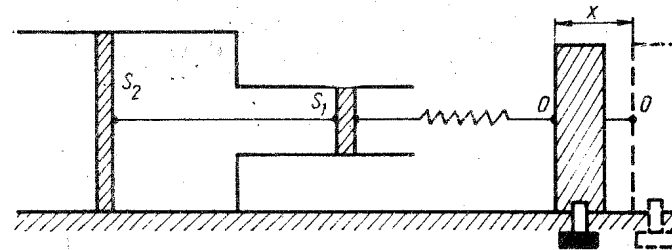


Fig. 2.2.47

2.2.47. Într-un tub orizontal fixat, avînd forma din figura 2.2.47, se află două pistoane legate printr-o tijă subțire, rigidă. Aria pistoanelor este  $S_1 = 10 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup> și  $S_2 = 40 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup>. Pistonul din dreapta este legat de un punct O printr-un resort, avînd constanta elastică  $k = 400$  N/m. Inițial, temperatura și presiunea aerului dintre pistoane sînt egale cu temperatura și presiunea aerului exterior care sînt:  $T_0 = 300$  K,  $p_0 = 10^5$  N/m<sup>2</sup>, iar resortul nu este deformat. Apoi, aerul dintre pistoane este încălzit cu  $\Delta T = 100$  K. Să se afle:

a) în ce parte și pe ce distanță  $x$  trebuie deplasat punctul O pentru ca poziția pistoanelor să nu se modifice;

b) lucrul mecanic pe care îl efectuăm.

2.2.48. Un cilindru orizontal, închis la ambele capete, de lungime  $2l = 2$  m și secțiunea  $S = 20 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup> este împărțit în două părți egale cu ajutorul unui piston mobil. În ambele compartimente ale cilindrului se află aer la presiunea  $p = 10^5$  N/m<sup>2</sup> și temperatura  $T = 290$  K. Se deplasează pistonul spre dreapta pe distanța  $\Delta l = 0,4$  m, temperatura rămînînd constantă. Să se afle:

a) presiunea gazului din fiecare compartiment;

b) forța ce trebuie să acționeze asupra pistonului pentru a-l menține în noua poziție;

c) masa de gaz ce trebuie scoasă dintr-un compartiment pentru ca după ce lăsam pistonul liber acesta să nu se deplaseze ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

2.2.49. Un cilindru orizontal închis la ambele capete, de lungime  $l = 0,65$  m, este împărțit în două compartimente cu ajutorul unui piston termoizolant ce se poate mișca fără frecări. Într-un compartiment se află oxigen la temperatura  $T_1 = 400$  K iar în celălalt aceeași masă de hidrogen, la temperatura  $T_2 = 300$  K. Să se afle distanța la care se află pistonul față de unul din capetele cilindrului.

2.2.50. Un cilindru orizontal închis la ambele capete este împărțit în două compartimente cu ajutorul unui piston termoizolant, mobil fără frecare. Într-unul din compartimente se află un gaz, la temperatura  $T_1$ , de masă molară  $\mu_1$ . În al doilea se află aceeași masă dintr-un alt gaz la temperatura  $T_2$ , de masă molară  $\mu_2$ . Să se afle raportul dintre temperaturile  $T_1$  și  $T_2$  pentru ca pistonul să împartă cilindrul în două părți egale.

2.2.51. Într-un cilindru orizontal închis la capete se află aer. Cilindrul este împărțit în două compartimente cu ajutorul unui piston mobil, termoizolant. Inițial, raportul volumelor celor două compartimente este  $V_1/V_2 = 2$ . Cum se modifică acest raport, dacă aerul din primul compartiment este adus la temperatura  $T_1 = 300$  K, iar cel din al doilea la temperatura  $T_2 = 600$  K?

PRINCIPIILE TERMODINAMICII  
COEFICIENȚI CALORICI

## PRIMUL PRINCIPIU AL TERMODINAMICII

2.2.52. Un cilindru orizontal închis la ambele capete, de volum  $V = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  este împărțit în două compartimente de un piston termoizolant, mobil fără frecare. Inițial, pistonul se află în echilibru mecanic. Într-un compartiment se află  $\nu_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kmol}$  de gaz la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$ . În celălalt se află  $\nu_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ kmol}$  dintr-un alt gaz la temperatura  $T_2 = 400 \text{ K}$ . Să se afle:

a) volumele  $V_1$  și  $V_2$  ocupate de cele două gaze;

b) temperaturile la care pistonul se află la jumătatea cilindrului, dacă presiunea gazelor rămâne neschimbată.

2.2.53. Un cilindru închis la ambele capete, aflat în poziție verticală este împărțit în două compartimente cu ajutorul unui piston mobil fără frecare. Deasupra și dedesubtul pistonului se află mase egale din același gaz la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$ . Pistonul se află în echilibru mecanic, iar volumul compartimentului inferior,  $V_2$  este de  $n = 5$  ori mai mic decât volumul celui superior,  $V_1$ . Să se afle la ce temperatură  $T_2$  a fost încălzit sistemul dacă raportul volumelor devine  $\frac{V_1}{V_2} = k = 3$ .

2.2.54. Un rezervor metalic de volum  $V$  este umplut cu aer comprimat, având presiunea  $p_1 = 25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  și temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$ . Datorită încălzirii mediului ambiant, temperatura aerului din rezervor a crescut la  $T_2 = 310 \text{ K}$ . Pentru ca presiunea în rezervor să rămână constantă, o masă  $\Delta m = 6 \text{ kg}$  de aer este eliminată în exterior printr-o supapă de siguranță. Să se afle:

a) densitatea inițială a aerului din rezervor;

b) volumul rezervorului;

c) masa de aer rămasă în rezervor și numărul de kmoli de aer ce au părăsit rezervorul  $\left( R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}} \right)$ .

2.2.55. Două baloane de volum  $V_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  și  $V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  comunică între ele printr-un tub de volum neglijabil. În cele două vase se află un număr  $\nu = 5 \text{ kmol}$  de gaz perfect. Să se determine numărul  $\nu_1$  și  $\nu_2$  de kilomoli de gaz ce se află în fiecare balon dacă primul balon se află la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$  iar al doilea la  $T_2 = 600 \text{ K}$ .

2.2.56. O masă  $m = 3,2 \text{ kg}$  de oxigen ocupă volumul  $V_1$  la temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$  și presiunea  $p_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Gazul este supus unei transformări izobare pînă cînd volumul devine  $V_2 = 5V_1$ , apoi unei transformări izocore pînă cînd presiunea devine  $p_3 = p_1/2$ . Să se determine parametrii gazului în cele trei stări și să se reprezinte grafic procesul.

2.2.57. Un balon, avînd invelișul din material plastic rigid, de masă  $M = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$  și de volum  $V = 16,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  este umplut cu hidrogen la presiunea  $p$ . Temperatura hidrogenului din balon și a aerului înconjurător este  $T = 300 \text{ K}$ . Aerul atmosferic se află la presiunea  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ . Să se afle presiunea  $p$  a hidrogenului din balon dacă balonul plutește în aer  $\left( R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}} \right)$ .

2.2.58. Într-un recipient închis, de volum  $V = 2 \text{ m}^3$ , se află un amestec de azot ( $\text{N}_2$ ) și oxid de azot ( $\text{NO}$ ). Să se afle masa  $m_1$  a oxidului de azot cunoscînd că masa amestecului gazos este  $m = 14 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ , temperatura  $T = 300 \text{ K}$ , iar presiunea  $p = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$   $\left( R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}} \right)$ .

2.3.1. Să se afle căldura specifică izocoră și căldura specifică izobară pentru oxigen ( $\text{O}_2$ ) dacă se cunoaște căldura molară izocoră  $C_V = 20,8 \cdot 10^3 \text{ J/kmol} \cdot \text{K}$   $\left( R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}} \right)$ .

2.3.2. Căldura molară izocoră a heliului ( $\text{He}$ ) este  $C_V = (3/2) R$ , unde  $R$  este constanta universală a gazelor. Să se calculeze pentru heliu căldurile specifice  $c_V$  și  $c_p$   $\left( R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}} \right)$ .

2.3.3. Să se afle căldurile specifice  $c_V$  și  $c_p$  ale unui gaz avînd masa molară  $\mu = 30 \text{ kg/kmol}$  iar raportul dintre căldura molară izobară și izocoră este  $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1,4$   $\left( R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}} \right)$ .

2.3.4. Să se afle căldura specifică izocoră și căldura specifică izobară ale unui amestec format din  $\nu_1$  kilomoli dintr-un gaz perfect, de masă molară  $\mu_1$  și căldură molară izocoră  $C_{V1}$ , și din  $\nu_2$  kmol din alt gaz perfect, de masă molară  $\mu_2$  și căldură molară izocoră  $C_{V2}$ .

2.3.5. Să se afle raportul  $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$  pentru un amestec gazos, format din  $\nu_1 = 2 \text{ kmol}$  de heliu ( $\text{He}$ ) și din  $\nu_2 = 0,5 \text{ kmol}$  de oxigen ( $\text{O}_2$ ). Se dau  $C_{V1} = \frac{3}{2} R \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$  (pentru  $\text{He}$ ),  $C_{V2} = \frac{5}{2} R \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$  (pentru  $\text{O}_2$ ).

2.3.6. Aerul uscat este un amestec gazos, avînd următoarea compoziție, exprimată în procente de masă — procente de masă sînt egale cu raportul dintre masa  $m_i$  a unui component și masa  $m$  a amestecului, raport exprimat în procente;  $p_i = (m_i/m) \cdot 100$  — oxigen,  $p_{\text{O}_2} = 75,5\%$ ; azot,  $p_{\text{N}_2} = 23,14\%$ ; argon,  $p_{\text{Ar}} = 1,28\%$ . Să se calculeze căldurile specifice medii  $c_V$ ,  $c_p$  și exponentul adiabatic al aerului uscat. Se cunosc căldurile molare izocore ale componentelor:  $C_{V_{\text{N}_2}} = \frac{5}{2} R$ ,  $C_{V_{\text{O}_2}} = \frac{5}{2} R$  și  $C_{V_{\text{Ar}}} = \frac{3}{2} R$ ; masa molară medie a aerului  $\mu = 28,9 \text{ kg/kmol}$ . Masele molare ale componentelor se iau din tabelul periodic al elementelor chimice  $\left( R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}} \right)$ .

2.3.7. Să se calculeze capacitatea calorică a  $\nu = 1 \text{ kmol}$  de apă. Se cunoaște căldura specifică a apei  $c = 4,18 \text{ kJ/kg K}$ .

2.3.8. Să se calculeze capacitatea calorică a unei bucăți de cupru, avînd masa  $m = 10 \text{ kg}$ . Să se calculeze apoi capacitatea calorică a  $\nu = 1 \text{ kmol}$  de cupru. Se cunoaște căldura specifică a cuprului  $c = 380 \text{ J/kg K}$ .

2.3.9. Să se calculeze căldurile specifice ale: a) alamei — aliaj, avînd compoziția exprimată în procente de masă:  $\text{Cu } 60\%$  și  $\text{Zn } 40\%$ ; b) constantanului — aliaj, de compoziție  $\text{Cu } 55\%$  și  $\text{Ni } 45\%$ . Se dau căldurile specifice  $c_{\text{Cu}} = 380 \text{ J/kg K}$ ,  $c_{\text{Zn}} = 400 \text{ J/kg K}$ ,  $c_{\text{Ni}} = 460 \text{ J/kg K}$ .

**2.3.10.** Într-un cilindru cu piston se află o masă  $m = 2,89$  kg de aer. Volumul ocupat de gaz la temperatura  $t_1 = 0^\circ\text{C}$  este  $V_1 = 0,5$  m<sup>3</sup>. Aerul absoarbe izobar căldura  $Q_p$  și se dilată pînă cînd volumul devine  $V_2 = 0,55$  m<sup>3</sup>. Să se afle:

- a) lucrul mecanic  $L$  efectuat de gaz;
- b) căldura  $Q_p$  absorbită;
- c) variația temperaturii gazului;

d) variația energiei interne. Pentru aer  $C_p = \frac{7}{2} R$  ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.11.** Un gaz se destinde izobar dintr-o stare inițială, în care presiunea este  $p_1 = 10^5 \text{N/m}^2$ , într-o stare finală. Variația energiei interne în acest proces este  $\Delta U = 500$  J. Să se afle cu cit crește volumul gazului. Se cunoaște  $C_V = \frac{5}{2} R$  ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.12.** O masă de aer este încălzită izobar cu  $\Delta T = 100$  K, absorbînd cantitatea de căldură  $Q_p = 8310$  J. Să se calculeze:

- a) masa aerului;
- b) lucrul mecanic efectuat;

c) variația energiei interne. Pentru aer  $\mu = 28,9$  kg/kmol ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.13.** O masă  $m = 32 \cdot 10^{-3}$  kg de oxigen, aflat la temperatura  $T_1 = 300$  K se dilată izobar de la volumul  $V_1$  la volumul  $V_2 = 3V_1$ . Să se afle:

- a) lucrul mecanic efectuat de gaz;
- b) căldura absorbită;

c) variația energiei interne. Pentru oxigen  $C_p = \frac{7}{2} R$  ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.14.** O masă de azot  $m = 28 \cdot 10^{-3}$  kg se află într-un cilindru cu piston. Masa pistonului este  $m_1 = 1$  kg iar secțiunea  $S = 10^{-3}$  m<sup>2</sup>. Gazul este încălzit izobar pînă la temperatura  $T_2 = 400$  K. În urma deplasării pistonului energia sa potențială a crescut cu  $\Delta E_p = 100$  J. Cunoscînd presiunea atmosferică

$p_0 = 10^5 \text{N/m}^2$  și  $C_p = \frac{7}{2} R$ , să se afle: a) volumul inițial ocupat de gaz, b) temperatura inițială  $T_1$ , c) lucrul mecanic efectuat, d) căldura absorbită, e) variația energiei interne a gazului ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.15.** Într-un cilindru cu piston mobil, fără frecare, se află o masă  $m = 3,2$  kg de oxigen ( $\text{O}_2$ ). Pentru a mări temperatura gazului cu  $\Delta T = 5$  K este nevoie de căldura  $Q_p = 14,72$  kJ. Să se afle: a) căldura specifică izobară a oxigenului, b) lucrul mecanic efectuat de gaz, c) variația energiei interne ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.16.** Într-un cilindru, avînd pistonul blocat, se află o masă  $m = 3,2$  kg de oxigen ( $\text{O}_2$ ). Pentru a ridica temperatura gazului cu  $\Delta T = 5$  K este nevoie de cantitatea de căldură  $Q_V = 10,57$  kJ. Să se afle:

- a) căldura specifică izocoră a oxigenului, b) variația energiei interne.

**2.3.17.** Un gaz, avînd masa  $m$  și masa molară  $\mu$ , este încălzit cu  $\Delta T$  grade: 1) la presiune constantă și 2) la volum constant. Să se afle: a) diferența  $Q_p - Q_V$  dintre căldurile necesare în cele două procese, b) diferența dintre căldurile specifice la presiune și la volum constant  $c_p - c_V$  ( $R = 8,3 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.18.** Într-un balon închis se află un număr  $\nu = 1$  kmol de oxigen la temperatura  $T_1 = 300$  K. Să se afle cantitatea de căldură  $Q_V$  care trebuie transmisă gazului pentru ca presiunea lui să crească de  $n = 3$  ori. Pentru oxigen  $C_V = \frac{5}{2} R$ .

**2.3.19.** Un gaz perfect ocupă volumul  $V_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> la temperatura  $T_1 = 300$  K și presiunea  $p_1 = 10^5 \text{N/m}^2$ . Să se calculeze:

- a) temperatura finală;
- b) căldura absorbită;
- c) lucrul mecanic efectuat;

d) variația energiei interne. Se cunoaște  $C_V = \frac{5}{2} R$  ( $R = 8,3 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.20.** Un gaz, avînd căldura molară izocoră  $C_V = \frac{5}{2} R$ , ocupă volumul  $V_1 = 10^{-2}$  m<sup>3</sup>, la presiunea  $p_1 = 10^5 \text{N/m}^2$  și temperatura  $T_1 = 300$  K. Gazul este încălzit izocor pînă la temperatura  $T_2 = 320$  K, apoi izobar pînă la temperatura  $T_3 = 350$  K. Să se afle pentru procesul 1-3:

- a) căldura absorbită de gaz;
- b) lucrul mecanic efectuat;

c) variația energiei interne ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.21.** Presiunea unui gaz, ce ocupă volumul  $V_1 = 2$  m<sup>3</sup>, scade izoterm de la valoarea  $p_1 = 8 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$  la valoarea  $p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ . Să se afle:

- a) lucrul mecanic efectuat de gaz;
- b) căldura absorbită;
- c) variația energiei interne.

**2.3.22.** O masă  $m = 2,8$  kg de azot ( $\text{N}_2$ ) aflată în condiții fizice normale este comprimată izoterm pînă la un volum final  $V_2 = V_1/2$ . Să se afle:

- a) presiunea și volumul final;
- b) lucrul mecanic și căldura ce intervin în acest proces;

c) variația energiei interne a gazului ( $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$ ).

**2.3.23.** Un gaz, avînd masa  $m = 1,6$  kg, este închis într-un cilindru cu piston. Presiunea gazului la temperatura  $T_1 = 300$  K este  $p_1 = 5 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ . Gazul este comprimat izoterm pînă la presiunea  $p_2 = 2p_1$ , iar lucrul mecanic cheltuit este  $L = 0,693 \cdot 10^6$  J. Să se afle:

- a) masa molară a gazului;
- b) volumul gazului în starea inițială;

c) căldura degajată prin comprimare;

d) variația energiei interne  $\left(R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}\right)$ .

2.3.24. O masă de azot ( $\text{N}_2$ )  $m = 1,4$  kg aflată la temperatura  $T_1 = 362$  K se destinde adiabetic, efectuând lucrul mecanic  $L = 8,3$  kJ. Să se afle:

a) temperatura finală a gazului;

b) variația energiei interne;

c) căldura schimbată. Pentru azot  $C_V = \frac{5}{2} R \left(R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}\right)$ .

2.3.25. Aerul ce ocupă volumul  $V_1 = 5 \cdot 10^{-2}$  m<sup>3</sup> se destinde adiabetic până la volumul  $V_2 = 0,1$  m<sup>3</sup> și presiunea  $p_2 = 2 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Să se afle:

a) presiunea inițială;

b) lucrul mecanic efectuat de gaz;

c) variația energiei interne;

d) căldura schimbată. Pentru aer  $C_V = \frac{5}{2} R$ .

2.3.26. O masă de azot ( $\text{N}_2$ )  $m = 2$  kg, ce ocupă volumul  $V_1 = 0,83$  m<sup>3</sup> la temperatura  $T_1 = 280$  K este supusă unei comprimări adiactice. În urma acestui proces temperatura gazului devine  $T_2 = 500$  K iar presiunea  $p_2 = 15,2 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Să se afle:

a) exponentul adiabetic  $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$  pentru azot;

b) lucrul mecanic efectuat de gaz;

c) variația energiei interne;

d) căldura schimbată  $\left(R = 8,3 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}\right)$ .

2.3.27. O masă  $m = 4,4$  kg de  $\text{CO}_2$ , aflată la temperatura  $T_1 = 290$  K și presiunea  $p_1 = 2 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> este comprimată adiabetic până la o presiune  $p_2$ , astfel încît energia internă a gazului variază cu  $\Delta U = 108$  kJ. După comprimare gazul se destinde izoterm. Să se afle parametrii gazului în starea finală dacă, în procesul izoterm, căldura absorbită este egală cu variația energiei interne în procesul adiabetic. Pentru bioxid de carbon  $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1,4 \left(R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}\right)$ .

2.3.28. O masă dată de azot trece din starea inițială, caracterizată de  $p_1 = 10^5$  N/m<sup>2</sup> și  $V_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> în starea finală, caracterizată de  $p_2 = 3 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> și  $V_2 = 2 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, prin două procese distincte: a) o transformare izocoră, urmată de o transformare izobară, b) o transformare izobară urmată de o transformare izocoră. Să se afle pentru cele două procese:

1) variația energiei interne;

2) căldura schimbată;

3) lucrul mecanic. Pentru azot molecular  $C_V = \frac{5}{2} R \left(R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}\right)$ .

2.3.29. Un gaz, de masă dată, este comprimat de la volumul  $V_1$  pînă la volumul  $V_2 = V_1/n$ , în două moduri:

a) izoterm și b) adiabetic. Să se afle raportul dintre lucrul mecanic necesar comprimării adiactice și cel necesar comprimării izoterme. Se va

considera  $n = 5$  și  $C_V = \frac{5}{2} R \left(R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}\right)$ .

2.3.30. Un gaz, de masă dată, trece din starea inițială, caracterizată de parametrii  $p_1 = 10^5$  N/m<sup>2</sup> și  $V_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, în starea finală, caracterizată de parametrii  $p_2 = 3 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> și  $V_2 = 2 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> prin două procese distincte: a) o transformare adiactică, urmată de o transformare izocoră, b) o transformare izocoră, urmată de o transformare adiactică. Să se afle pentru cele două procese:

1) variația energiei interne;

2) căldura schimbată;

3) lucrul mecanic;

4) să se reprezinte grafic procesele a) și b). Se consideră căldura molară izocoră  $C_V = \frac{5}{2} R \left(R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}\right)$ .

2.3.31. Un gaz de masă dată și căldura molară izocoră  $C_V = \frac{5}{2} R$ , gaz care ocupă volumul  $V_1 = 50 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> la presiunea  $p_1 = 3 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>, este supus unui șir de transformări simple succesive: a) încălzire izocoră pînă cînd presiunea devine  $p_2 = 2p_1$ , b) destindere izotermă pînă cînd presiunea devine  $p_3 = p_1$ , c) răcire izobară pînă cînd  $V_4 = V_1$ . Să se reprezinte grafic procesul în coordonate  $p, V$ . Să se afle pentru fiecare transformare:

1) lucrul mecanic;

2) variația energiei interne;

3) căldura schimbată  $\left(R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}\right)$ .

## MĂSURAREA CĂLDURII, CALORIMETRIE

2.3.32. Să se afle temperatura  $T$  a apei, obținută prin amestecarea unei mase de apă  $m_1 = 39$  kg, aflată la temperatura  $T_1 = 333$  K, cu masa de apă  $m_2 = 21$  kg, aflată la temperatura  $T_2 = 293$  K.

2.3.33. Să se afle masele  $m_1$  și  $m_2$  de apă, aflate la temperaturile  $T_1 = 293$  K și respectiv  $T_2 = 373$  K care trebuie amestecate pentru a obține o masă  $m = 300$  kg de apă la temperatura  $T = 310$  K.

2.3.34. Într-un calorimetru de alamă, avînd masa  $m_1 = 0,2$  kg, se află apă, avînd masa  $m_2 = 0,3$  kg, la temperatura  $T_1 = 360$  K. În calorimetru se introduce o bucată de fier, avînd masa  $m_3 = 0,1$  kg și temperatura  $T_3 = 300$  K. Să se afle temperatura de echilibru care se stabilește în calorimetru. Se cunosc  $c_{alamă} = 380$  J/kg K,  $c_{apă} = 4180$  J/kg K,  $c_{fier} = 460$  J/kg K.

2.3.35. Un calorimetru de aluminiu avînd masa  $m_1 = 4 \cdot 10^{-2}$  kg conține apă avînd masa  $m_2 = 0,24$  kg, la temperatura  $T_1 = 288$  K. În apa din calorimetru este introdusă o bucată de plumb, de masă  $m_3 = 0,1$  kg, la

temperatura  $T_3 = 373$  K. Temperatura de echilibru din calorimetru devine  $T = 289$  K. Să se afle căldura specifică a plumbului. Se cunosc  $c_{Al} = 920$  J/kg K,  $c_{apă} = 4180$  J/kg K.

**2.3.36.** Într-un vas calorimetric din alamă, de masă  $m_1 = 0,2$  kg se află o măsură  $m_2 = 0,4$  kg ulei de parafină la temperatura  $T_2 = 283$  K. În vas este adăugată o măsură  $m_3 = 0,4$  kg de ulei la temperatura  $T_3 = 304$  K. Să se afle căldura specifică a uleiului dacă temperatura de echilibru din calorimetru este  $T = 293$  K și căldura specifică a alamei este  $c_1 = 9400$  J/kg K.

#### PRINCIPIUL AL DOILEA AL TERMODINAMICII

**2.3.37.** O mașină termică ideală funcționează după ciclul Carnot. Mașina produce în timpul unui ciclu un lucru mecanic  $L = 4,9$  kJ și cedează sursei reci căldura  $Q_2 = 22,6$  kJ. Să se afle randamentul ciclului.

**2.3.38.** O mașină termică ideală funcționează după ciclul Carnot între temperaturile  $T_1 = nT_2$ . Să se afle a) cota parte din căldura primită de la sursa caldă într-un ciclu este cedată sursei reci. Caz particular  $n = 3$ .

**2.3.39.** Un gaz ce efectuează un ciclu Carnot absoarbe într-un ciclu de la sursa caldă căldura  $Q_1 = 60$  kJ și efectuează lucrul mecanic  $L = 20$  kJ. Să se afle de câte ori temperatura sursei calde este mai mare decât temperatura sursei reci.

**2.3.40.** O mașină termică ideală, ce funcționează după un ciclu Carnot între temperaturile  $T_1 = 400$  K și  $T_2 = 300$  K produce în timpul unui ciclu lucrul mecanic  $L = 80$  kJ. Să se afle: a) randamentul ciclului, b) căldura primită pe ciclu de la sursa caldă, c) căldura cedată sursei reci într-un ciclu.

**2.3.41.** O mașină termică ideală funcționează după un ciclu Carnot reversibil între temperaturile sursei calde  $T_1 = 1172$  K și a sursei reci  $T_2 = 293$  K, având substanță de lucru o masă  $m = 2$  kg de aer. Presiunea aerului la sfârșitul destinderii izoterme este egală cu presiunea aerului la începutul comprimării adiabatică. Cunoscând că un ciclu se efectuează în timpul  $t = 1$  s, să se afle: a) puterea consumată de mașină; b) puterea utilă a mașinii. Pentru aer  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$  ( $R = 8,31 \cdot 10^3$  J/kmol K).

**2.3.42.** Un kmol de gaz perfect, având căldura molară izocoră  $C_v = \frac{3}{2} R$ , participă la o transformare ciclică, formată din două izocore de ecuații  $V_1 = 25$  m<sup>3</sup> și  $V_2 = 50$  m<sup>3</sup> și două izobare de ecuații  $p_1 = 1 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> și  $p_2 = 2 p_1$ . Să se afle de câte ori lucrul mecanic efectuat în acest ciclu  $L$  este mai mic decât lucrul efectuat într-un ciclu Carnot,  $L_C$ , care ar funcționa între temperaturile maximă respectiv minimă, atinse în ciclul considerat, dacă gazul primește în cele două cicluri aceeași cantitate de căldură de la sursa caldă ( $R = 8,31 \cdot 10^3$  J/kmol K).

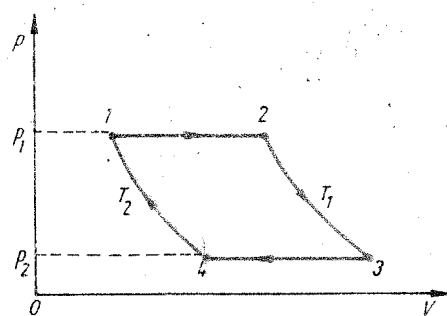


Fig. 2.3.43

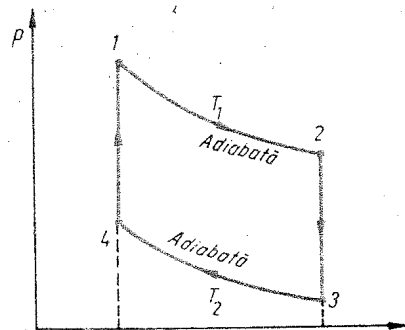


Fig. 2.3.44

**2.3.43.** Să se calculeze randamentul unei mașini ce funcționează după un ciclu format din două izoterme  $T_1 = \text{const.}$ ,  $T_2 = \text{const.}$  ( $T_1 > T_2$ ) și două izobare  $p_1 = \text{const.}$ ,  $p_2 = \text{const.}$  ( $p_1 > p_2$ ), substanța de lucru fiind aerul pentru care  $C_p$  este cunoscut (fig. 2.3.43). Să se compare rezultatul cu randamentul ciclului Carnot ce ar funcționa între temperaturile  $T_1$  și  $T_2$  ( $R = 8,31 \cdot 10^3$  J/kmol K).

**2.3.44.** Să se calculeze randamentul unei mașini ce funcționează după un ciclu format din două izoterme  $T_1 = \text{const.}$ ,  $T_2 = \text{const.}$ ,  $T_1 > T_2$  și două izocore  $V_1 = \text{const.}$ ,  $V_2 = \text{const.}$ ,  $V_2 > V_1$  (fig. 2.3.44), substanța de lucru fiind aerul pentru care  $C_v$  este cunoscut. Să se compare rezultatul cu randamentul ciclului Carnot realizat între aceleași temperaturi ( $R = 8,31 \cdot 10^3$  J/kmol K).

**2.3.45.** În figura 2.3.45 este reprezentat ciclul de funcționare a motorului cu aprindere prin scintee (motorul Otto), format din două izocore 2-3 și 4-1 și două adiabate 1-2 și 3-4. Să se afle randamentul motorului dacă se cunoaște raportul de compresie a substanței de lucru  $V_1/V_2 = 8$  și exponentul adiabatic  $\gamma = 1,4$ .

**2.3.46.** Un motor termic cu aprindere prin scintee funcționează după ciclul Otto (fig. 2.3.45). Substanța de lucru este un gaz perfect, având masa  $m = 1$  kg și masa molară  $\mu = 28$  kg/kmol. Cunoscând  $T_1 = 373$  K,  $p_1 = 10^5$  N/m<sup>2</sup>,  $n = \frac{V_1}{V_2} = 6$ ,  $k = \frac{p_3}{p_2} = 1,6$ ,  $\gamma = 1,4$  să se afle:

a) parametrii gazului în stările 1, 2, 3 și 4;

b) randamentul motorului ( $R = 8,31 \cdot 10^3$  J/kmol K).

**2.3.47.** Un motor Diesel în patru timpi funcționează după ciclul reprezentat în figura 2.3.47. Substanța de lucru este aerul pentru care  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ . Se cunosc parametrii gazului în starea 1:  $T_1 = 310$  K,  $p_1 = 10^5$  N/m<sup>2</sup>,  $V_1 = 1$  m<sup>3</sup>, raportul

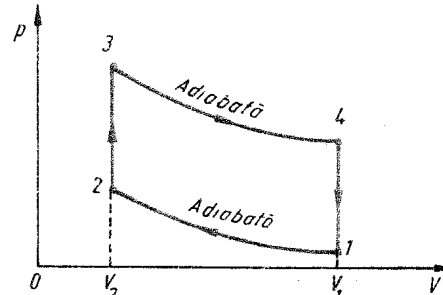


Fig. 2.3.45



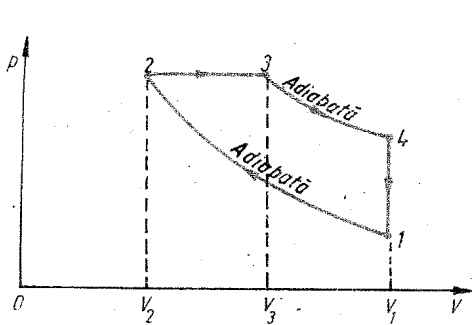


Fig. 2.3.47

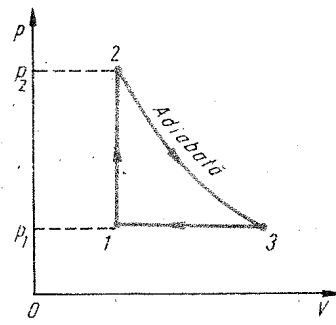


Fig. 2.3.48

de compresie adiabatică  $n = \frac{V_1}{V_2} = 12$  și raportul de destindere preliminară

$$k = \frac{V_3}{V_2} = 2. \text{ Să se afle:}$$

- valorile parametrilor gazului în stările 2, 3 și 4;
- randamentul ciclului.

2.3.48. Să se afle randamentul unei mașini termice care funcționează după ciclul lui Lenour, figura 2.3.48, parametrul ciclului fiind coeficientul de creștere a presiunii substanței de lucru  $\delta = \frac{p_2}{p_1}$ . Se cunoaște indicele adia-

$$\text{batic al substanței de lucru } \gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

#### CAPITOLUL 4

#### TEORIA CINETICO-MOLECULARĂ

2.4.1. Un vas conține heliu. Densitatea gazului este  $\rho = 0,12 \text{ kg/m}^3$ , iar presiunea  $p = 10^5 \text{ N/m}^2$ . Să se afle energia medie a mișcării de translație a unei molecule de heliu aflat în condițiile date  $\left(N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{molecule}}{\text{kmol}}\right)$ .

2.4.2. Să se afle presiunea la care se află un gaz, cunoscând că densitatea sa este  $\rho = 0,3 \text{ kg/m}^3$  iar viteza termică a moleculelor este  $v_T = \sqrt{\bar{v}^2} = 500 \text{ m/s}$   $\left(N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{molecule}}{\text{kmol}}\right)$ .

2.4.3. Să se afle concentrația moleculelor de oxigen și densitatea oxigenului dacă se cunoaște presiunea  $p = 10^5 \text{ N/m}^2$  și viteza termică a moleculelor de oxigen  $v_T = 600 \text{ m/s}$   $\left(N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{molec.}}{\text{kmol}}\right)$ .

2.4.4. Într-o butelie se află o masă  $m = 7,2 \text{ kg}$  de acetilenă ( $\text{C}_2\text{H}_2$ ). Densitatea acetilenei este  $\rho = 18 \text{ kg/m}^3$ , iar viteza termică a moleculelor este  $v_T = 500 \text{ m/s}$ . Să se afle:

- presiunea gazului;
- energia cinetică medie a mișcării de translație a unei molecule;
- energia de translație medie a tuturor moleculelor  $\left(N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{molecule}}{\text{kmol}}; k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}\right)$ .

2.4.5. Într-un balon de volum  $V = 10^{-3} \text{ m}^3$  se află azot la presiunea  $p = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Concentrația moleculelor de azot din vas este  $n = 6 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ . Să se afle:

- energia medie a mișcării de translație a unei molecule de azot;
- energia tuturor moleculelor din vas;
- viteza termică a moleculelor de azot;
- densitatea gazului  $\left(N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{molecule}}{\text{kmol}}\right)$ .

2.4.6. Într-un vas se află închis un amestec gazos format din oxigen și hidrogen. Să se afle:

- raportul dintre vitezele termice ale moleculelor de hidrogen și de oxigen;
- raportul dintre energiile cinetice medii de translație.

2.4.7. Să se afle presiunea unui gaz dacă un volum  $V = 1 \text{ m}^3$  de gaz conține un număr  $N = 2,5 \cdot 10^{28}$  molecule la temperatura  $T = 300 \text{ K}$  ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ).

2.4.8. Să se afle temperatura unui gaz dacă într-un volum  $V = 10^{-6} \text{ m}^3$  se află un număr  $N = 10^{20}$  molecule la presiunea  $p = 1,38 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Cum se va modifica presiunea gazului dacă jumătate din numărul de molecule conținute de gaz sînt înlocuite cu moleculele unui alt gaz, avînd masa molară mai mare, volumul și temperatura rămînînd neschimbate ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ).

2.4.9. În condiții de laborator gazele pot fi puternic rarefiate, astfel încît presiunea gazului este foarte coborîtă (starea de rarefiere a gazului poartă denumirea de vid). Să se afle cîte molecule de gaz sînt conținute într-un volum  $V = 1 \text{ m}^3$  la temperatura  $T = 300 \text{ K}$ , dacă presiunea gazului rarefiat este  $p = 1,38 \cdot 10^{-9} \text{ N/m}^2$  ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ).

2.4.10. Un balon de volum  $V = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  conține azot la temperatura  $T = 300 \text{ K}$  și presiunea  $p = 1,38 \cdot 10^{-4} \text{ N/m}^2$ . Să se afle:

- numărul moleculelor de azot din vas;
- masa azotului din vas;
- energia mișcării de translație a tuturor moleculelor din vas  $\left(k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}; N_A = 6,023 \cdot 10^{26} \frac{\text{molecule}}{\text{kmol}}\right)$ .

2.4.11. Într-un balon de volum  $V = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$  se află un amestec gazos format din:  $N_1 = 10^{15}$  molecule de oxigen,  $N_2 = 4 \cdot 10^{15}$  molecule de azot și  $N_3 = 4,9 \cdot 10^{15}$  molecule de argon (Ar), la temperatura  $T = 400 \text{ K}$ . Să se afle:

- presiunea amestecului;
- masa molară a amestecului;
- energia medie a mișcării de translație a tuturor moleculelor din amestec ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ).

2.4.12. Într-un cilindru cu piston mobil se află o masă  $m = 3 \cdot 10^{-2}$  kg dintr-un gaz ideal, avînd volumul  $V_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> și presiunea  $p_1 = 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Gazul din cilindru este adus într-o nouă stare în care are presiunea  $p_2 = 2 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> și volumul  $V_2 = 4 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>. Să se afle:

- de cîte ori crește energia cinetică medie a unei molecule;
- de cîte ori crește viteza termică a moleculelor;
- viteza termică a moleculelor în starea a doua.

2.4.13. O masă oarecare de azot se află la temperatura  $T = 300$  K și la presiunea  $p = 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Energia cinetică medie a moleculelor gazului este  $E = 6,3$  J. Să se afle:

- numărul total de molecule;
- masa gazului;
- volumul gazului ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K).

2.4.14. Într-un balon, de volum  $V = 25 \cdot 10^{-2}$  m<sup>3</sup>, se află un amestec gazos, format din bioxid de carbon și vapori de apă, la temperatura  $T = 600$  K. Numărul moleculelor de bioxid de carbon este  $N_1 = 6,6 \cdot 10^{21}$ , iar numărul moleculelor de vapori de apă este  $N_2 = 0,9 \cdot 10^{21}$ . Să se afle:

- presiunea exercitată asupra pereților vasului;
- energia cinetică medie de translație a moleculelor din vas ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K).

2.4.15. Într-un balon de volum  $V_1 = 10^{-3}$  m<sup>3</sup> se află un număr  $N = 1,62 \cdot 10^{23}$  molecule de gaz, la temperatura  $T_1 = 400$  K. Să se afle presiunea din balon după ce gazul se destinde izoterm pînă la volumul  $V_2 = nV_1$  (se va lua  $n = 4$ ;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K).

## CAPITOLUL 5

### DILATAREA CORPURILOR

2.5.1. Lungimea unei sîrme din oțel, la temperatura  $T_0 = 273$  K este  $l_0 = 10$  m. Să se afle lungimea sîrmei la temperatura  $T = 473$  K ( $\alpha_{otel} = 11 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.2. Un fir de cupru, pentru transportul energiei electrice, suspendat între doi stîlpi de susținere, are lungimea  $l_1$  de 60 m la temperatura  $T_1 = 283$  K. Să se afle cu cît variază lungimea firului cînd temperatura: a) crește la  $T_2 = 313$  K; b) scade la  $T_2 = 242$  K ( $\alpha_{cupru} = 17 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.3. O bară de oțel, avînd lungimea  $l_0 = 60$  cm la temperatura  $T_0 = 273$  K este introdusă într-un cuptor și încălzită. În felul acesta bara se alungește cu 6,5 mm. Să se afle temperatura cuptorului ( $\alpha_{otel} = 11 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.4. O riglă de oțel este gradată la temperatura de 273 K. Se măsoară cu această riglă lungimea unui corp, la temperatura de 300 K și se găsește valoarea  $l = 1123$  mm. Să se afle lungimea corpului la temperatura de etalonare a riglei, admitînd că acesta nu se dilată sensibil ( $\alpha_{otel} = 11 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.5. Două bare, una de oțel și alta de cupru, sînt sudate cap la cap. La temperatura  $T_0$ , lungimea sistemului este  $L_0$ . La temperatura  $T_1$ , lungimea este  $L_1$ . Să se afle lungimea fiecărei bare la temperatura  $T_0$ ,  $l_{01}$  și  $l_{02}$ . Se dă:  $\alpha_1 = \alpha_{otel}$ ;  $\alpha_2 = \alpha_{Cu}$ .

2.5.6. O bară de cupru aflată la temperatura de 273 K este cu 28 cm mai lungă decît o bară de aluminiu aflată la aceeași temperatură. Să se afle care trebuie să fie lungimile celor două bare,  $l_{01}$  și  $l_{02}$  la 273 K, astfel încît diferența de lungime între bare să rămînă aceeași la orice temperatură ( $\alpha_1 = \alpha_{Al} = 22 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>,  $\alpha_2 = \alpha_{Cu} = 17 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.7. Lungimea coloanei de mercur dintr-un barometru, măsurată cu o riglă de alamă, la temperatura  $T_1$  este  $H_1$  cm. Să se afle ce lungime  $H_0$  are coloana de mercur la 273 K. Se cunosc coeficienții de dilatare  $\alpha_1$  pentru alamă și  $\alpha_2$  pentru mercur. Se presupune că rigla este etalonată la 273 K.

2.5.8. Diametrul interior al unui inel de cupru, la temperatura  $T_0 = 273$  K este  $d_0 = 0,5$  cm. La ce temperatură,  $T$ , trebuie adus inelul pentru ca prin el să poată trece o sferă avînd diametrul  $d = 5,01$  cm ( $\alpha_{Cu} = 17 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.9. Să se afle forța de întindere  $F$  ce trebuie aplicată unei tije de oțel cu secțiunea 1 cm<sup>2</sup>, pentru a-i produce aceeași alungire ca și în cazul încălzirii tijeii cu  $\Delta T = 1$  K ( $\alpha_{otel} = 11 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>;  $E = 22 \cdot 10^{10}$  N · m<sup>-2</sup>).

2.5.10. Roțile de tramvai se îmbracă într-un bandaj de oțel protecție. Ce forță,  $F$ , ia naștere în bandaj la temperatura de 293 K, dacă el a fost montat pe roată la cald, la temperatura de 573 K, iar secțiunea sa este de 20 cm<sup>2</sup> ( $E_{otel} = 22 \cdot 10^{10}$  N · m<sup>-2</sup>;  $\alpha_{otel} = 11 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.11. O bară de oțel are capetele în plan orizontal, fixate între doi pereți de beton. Să se calculeze presiunea pe care o exercită bara asupra pereților, dacă temperatura ei crește cu 30 K ( $E_{otel} = 22 \cdot 10^{10}$  N · m<sup>-2</sup>;  $\alpha_{otel} = 11 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.12. O bucată de tablă de oțel are aria suprafeței de 2 m<sup>2</sup> la temperatura de 273 K. După încălzire aria suprafeței crește cu  $6 \cdot 10^3$  mm<sup>2</sup>. Să se afle cu cîte grade s-a modificat temperatura în acest timp ( $\alpha_{otel} = 11 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.13. O sferă de cupru are diametrul de 200 mm la temperatura de 273 K. Să se determine variația volumului sferei cînd temperatura crește la 373 K ( $\alpha_{cupru} = 17 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.14. Un borcan de sticlă are volumul  $V = 3500$  cm<sup>3</sup> la temperatura  $T = 323$  K. Cu cît se micșorează volumul borcanului dacă acesta s-a răcit la temperatura  $T_1 = 283$  K ( $\alpha_{sticlă} = 9 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.15. Să se afle densitatea aurului încălzit pînă la temperatura de topire ( $T_{topire} = 1337$  K;  $\rho_{Au} = 19300$  kg · m<sup>-3</sup> la 293 K;  $\alpha_{Au} = 14 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>).

2.5.16. Să se afle masa unui cilindru de oțel ce are volumul  $V = 425$  cm<sup>3</sup> la temperatura de 273 K ( $\alpha_{otel} = 11 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>;  $\rho_{otel} = 7900$  kg · m<sup>-3</sup> la 293 K).

2.5.17. Să se afle densitatea oțelului la temperaturile  $T_1 = 543$  K și  $T_2 = 343$  K ( $\alpha_{otel} = 11 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>;  $\rho_{otel} = 7900$  kg · m<sup>-3</sup>, la temperatura camerei).

2.5.18. Un vas, avînd volumul  $V_0 = 250$  cm<sup>3</sup> la temperatura de 273 K, este umplut cu un lichid. Vasul și lichidul se încălzesc pînă la temperatura  $T = 373$  K, și se constată că din vas s-a scurs lichid, avînd volumul  $\Delta V = 3,5$  cm<sup>3</sup>. Să se afle coeficientul mediu de dilatare al lichidului. Dilatarea vasului se neglijează.

2.5.19. Într-un rezervor cilindric așezat vertical se află petrol la temperatura  $T_1 = 263$  K, nivelul petrolului în rezervor fiind  $h = 6$  m.

a) Să se afle nivelul petrolului la temperatura  $T_2 = 293$  K;

b) La ce temperatura petrolul se va revărsa din rezervor, dacă la temperatura de 263 K nivelul petrolului era cu 24 cm mai jos față de marginea rezervorului? Dilatarea rezervorului se neglijează ( $\gamma_{\text{petrol}} = 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ).

2.5.20. Un vas, avînd volumul  $V_0$  de 20 litri la temperatura de 273 K este umplut complet cu ulei de transformator la aceeași temperatură. Să se afle coeficientul de dilatare aparentă a uleiului de transformator dacă în urma încălzirii sistemului pînă la temperatura  $T = 353$  K se scurg din vas 0,85 litri ulei.

2.5.21. Două vase comunicante sînt umplute cu un lichid, avînd temperatura  $T_1$ . Unul din vase împreună cu lichidul din el este încălzit pînă la temperatura  $T_2$ . Înălțimea lichidului în acest vas devine  $h_2$ , iar în celălalt  $h_1$ . Să se afle coeficientul de dilatare volumică a lichidului.

2.5.22. Să se afle volumul inițial al rezervorului unui termometru cu mercur,  $V_0$ , dacă știm că la temperatura de 273 K mercurul ocupă în întregime rezervorul termometrului; volumul inițial al capilarului, între diviziunea 0 și 100 este  $v_0 = 3 \text{ mm}^3$  ( $\gamma_{\text{Hg}} = 18,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ;  $\alpha_{\text{sticlă}} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ).

2.5.23. Un vas cilindric de cuarț, de volum  $V_0 = 1$  litru și diametru  $d_0 = 6$  cm este umplut pînă la jumătate cu apă. În vas se introduce o sferă din ebonită de volum  $V_1 = 100 \text{ cm}^3$ . Să se afle cu cît crește nivelul apei în vas cînd sistemul este încălzit de la temperatura  $T_1 = 283$  K la temperatura  $T_2 = 343$  K. Dilatarea cuarțului poate fi neglijată ( $\gamma_{\text{apă}} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ;  $\gamma_{\text{ebonită}} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ,  $\rho_{\text{eb}} > \rho_{\text{apă}}$ ).

2.5.24. Într-un vas de cuarț, de volum  $V_1 = 2,5$  litri este introdus un cilindru de alamă, de masă  $m = 8,5$  kg. Vasul este apoi umplut cu apă. Dacă sistemul este încălzit cu 3 K, nivelul apei în vas nu se modifică. Să se afle coeficientul de dilatare volumică a apei ( $\alpha_{\text{cuarț}} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ;  $\gamma_{\text{ebonită}} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ;  $\alpha_{\text{alamă}} = 18,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ;  $\rho_{\text{alamă}} = 8500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ).

## CAPITOLUL 6

### FENOMENE SUPERFICIALE

2.6.1. O ramă de sîrmă subțire de forma unui triunghi echilateral, cu latura de 4 cm și  $G = 1,95 \cdot 10^{-2}$  N este așezată cu grijă pe suprafața liberă a apei dintr-un vas. Să se afle:

a) valoarea forței ce menține rama la suprafața apei;

b) forța necesară pentru ridicarea ramei de sub suprafața apei ( $\sigma_{\text{apă}} = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ ).

2.6.2. Un cub de plută, cu latura de 2 cm, plutește la suprafața apei. Să se afle adîncimea de scufundare a cubului în apă ( $\rho_{\text{plută}} = 200 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $\sigma_{\text{apă}} = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ ).

2.6.3. Pe un cadru metalic cu aria de  $40 \text{ cm}^2$  este formată o peliculă de apă cu săpun. Să se afle cu cît se modifică energia peliculei dacă aria cadrului se micșorează la jumătate. Procesul se consideră izoterm ( $\sigma = 48 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ ).

2.6.4. Să se afle energia potențială superficială a unei bule de apă cu săpun de diametru  $d = 50 \text{ mm}$  ( $\sigma = 48 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ ).

2.6.5. Pentru măsurarea coeficientului de tensiune superficială a alcoolului se folosește o biuretă avînd diametrul de 1,6 mm, așezată vertical, din care alcoolul curge formînd picături. S-a constatat prin cîntărire că masa a 100 picături este de 1,02 g. Să se calculeze coeficientul de tensiune superficială a alcoolului.

2.6.6. Dintr-o biuretă, avînd diametrul de 2 mm, curge benzină sub formă de picături care se succed la un interval,  $\tau$ , de 1 s. În cît timp se scurge un volum de benzină egal cu  $25 \text{ cm}^3$  ( $\rho_{\text{benzină}} = 800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $\sigma_{\text{benzină}} = 23,7 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ ).

2.6.7. Pentru măsurarea coeficientului de tensiune superficială a apei se folosește un dinamometru de care este prins un inel metalic. Inelul este așezat pe suprafața apei, apoi este desprins prin ridicarea dinamometrului. La desprinderea inelului de suprafața apei, dinamometru indică forța  $F = 0,15$  N. Masa inelului este  $m = 5,7$  g, iar diametrul mediu este de 200 mm. Să se afle coeficientul de tensiune superficială pentru apă.

2.6.8. Să se calculeze coeficientul de tensiune superficială a unui lichid dacă știm că pentru desprinderea de la suprafața lui a unei rame metalice, de forma unui pătrat cu latura de 8,75 cm și masa de 2 g este nevoie de o forță  $F = 0,035$  N.

2.6.9. Un tub capilar de diametru  $d = 0,15$  mm este scufundat vertical în alcool. Înălțimea la care se ridică alcoolul în tub este  $h = 7,6$  cm la temperatura  $T = 293$  K. Să se calculeze coeficientul de tensiune superficială a alcoolului ( $\rho_{\text{alcool}} = 970 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ).

2.6.10. Înălțimea la care urcă apa în trei tuburi capilare este respectiv  $h_1 = 2,5$  cm,  $h_2 = 50$  mm și  $h_3 = 80$  mm, la temperatura  $T = 293$  K. Să se afle diametrele tuburilor capilare ( $\sigma_{\text{apă}} = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ ).

2.6.11. Un tub capilar are diametrul  $d = 0,2$  mm. Să se afle:

a) înălțimea la care urcă petrolul în capilar;

b) adîncimea la care coboară nivelul mercurului în capilar;

c) lucrul mecanic efectuat de forțele superficiale la ridicarea petrolului în tubul capilar și energia potențială a coloanei de petrol ( $\sigma_{\text{petrol}} = 24 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ ;  $\sigma_{\text{Hg}} = 47 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$ ;  $\rho_{\text{petrol}} = 800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ). Temperatura se consideră egală cu 293 K.

2.6.12. Un vas comunicant avînd forma literei U are ramurile formate din două tuburi capilare. Cel din stînga are diametrul 1 mm iar cel din dreapta 0,2 mm. Să se afle diferența între nivelul lichidului în cele două ramuri cînd în vas se află: a) apă; b) benzină; c) mercur. Temperatura se consideră egală cu 273 K ( $\rho_{\text{apă}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $\rho_{\text{benzină}} = 800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ).

## CAPITOLUL 7

### TRANSFORMĂRI DE FAZĂ

2.7.1. Să se afle căldura necesară pentru transformarea masei  $m = 5$  kg apă, aflată la temperatura de 373 K, în vapori, la presiunea atmosferică normală ( $\lambda_{\text{apă}} = 23 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ ).

2.7.2. O piesă de cupru, aflată la temperatura de  $T = 993$  K, este introdusă în apă, avind masa  $m_1 = 1,75$  kg și temperatura  $T_1 = 291$  K. În urma schimbului de căldură, temperatura apei a crescut la  $T_2 = 373$  K, iar o masă  $m_2 = 75$  g de apă s-a evaporat. Să se afle masa  $m$  a piesei metalice ( $c_{apă} = 4181$  J/kg·K;  $c_{Cu} = 395$  J/kg·K;  $\lambda_{apă} = 23 \cdot 10^5$  J/kg).

2.7.3. Pentru a încălzi  $m_1 = 2,24$  kg de apă de la temperatura  $T_1 = 292$  K la temperatura  $T_2 = 373$  K s-au consumat  $9,9 \cdot 10^5$  J. Știind că o parte din apă s-a transformat în vapori, să se afle această masă de apă ( $\lambda_{apă} = 23 \cdot 10^5$  J·kg<sup>-1</sup>).

2.7.4. Într-un distilatör se află apă, avind masa  $m_1 = 48$  kg și temperatura  $T_1 = 293$  K. Să se afle căldura necesară pentru a obține  $m_2 = 20$  kg de apă distilată știind că randamentul instalației folosite este 15%.

2.7.5. Apa sub presiunea  $p = 16$  atm fierbe la temperatura de 437 K. Să se afle:

a) căldura necesară evaporării în aceste condiții a 50 kg de apă, avind temperatura inițială de 283 K;

b) masa de cărbune necesară pentru evaporarea apei dacă randamentul arzătorului este de 80%, iar prin arderea unui kg de cărbune se degajă căldura  $q = 9,3 \cdot 10^6$  J ( $c_{apă} = 4181$  J/kg·K;  $\lambda_{apă} = 2049,35$  kJ/kg).

2.7.6. Pentru măsurarea căldurii latente de vaporizare (condensare) a apei s-a luat un calorimetru de cupru, de masă  $m_1 = 0,2$  kg ce conține o masă  $m_2 = 0,4$  kg de apă la temperatura  $T_1 = 283$  K, în care au fost introduși vapori de apă la temperatura  $T_2 = 373$  K. Masa vaporilor ce se condensează este  $m_3 = 0,021$  kg, iar temperatura calorimetrului cu apă devine  $T = 313$  K. Să se determine căldura latentă de vaporizare a apei ( $c_{Cu} = 395$  J/kg·K;  $c_{apă} = 4181$  J/kg·K).

2.7.7. Să se afle căldura necesară pentru a transforma în vapori o bucată de gheață de masă  $m = 125$  g, aflată la temperatura de 268 K ( $c_g = 2090$  J/kg·K;  $\lambda_{apă} = 23 \cdot 10^5$  J/kg;  $\lambda_g = 34 \cdot 10^5$  J/kg;  $c_{apă} = 4181$  J/kg·K).

2.7.8. Un calorimetru din aluminiu de masă  $m_1 = 240$  g conține apă, avind masa  $m_2 = 360$  g, la temperatura  $T_1 = 298$  K. În apă se introduce o bucată de gheață cu masa  $m_3 = 20$  g și temperatura  $T_0 = 273$  K. Dacă temperatura finală a sistemului format devine  $T = 293$  K, să se calculeze căldura latentă de topire a gheții ( $c_{Al} = 895$  J/kg·K;  $c_{apă} = 4181$  J/kg·K).

2.7.9. Pe un bloc de gheață care se află la temperatura  $T_1 = 253$  K se pune o bucată de fier, avind masa  $m_1 = 0,25$  kg și temperatura  $T_2 = 353$  K. Să se calculeze ce masă de gheață,  $m_2$ , se topește astfel; se presupune că restul gheții rămâne la temperatura  $T_1 = 253$  K ( $c_g = 2090$  J/kg·K;  $c_{Fe} = 497$  J/kg·K;  $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg).

2.7.10. Un agregat frigorific transformă  $m_1 = 0,2$  kg de apă, la temperatura  $T_1 = 288$  K, în gheață la temperatura  $T_2 = 271$  K. Să se calculeze puterea folosită pentru procesul de înghețare, dacă acesta durează  $t = 2,5$  ore ( $c_{apă} = 4181$  J/kg·K;  $c_g = 2090$  J/kg·K;  $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg).

2.7.11. Într-un vas se află  $m_1 = 20$  kg la temperatura  $T_1 = 283$  K. În apă se introduc  $m_2 = 50$  kg plumb topit la temperatura de topire. Să se calculeze temperatura de echilibru a sistemului și să se traseze graficul  $T = f(Q)$ . Masa vasului se neglijează ( $c_{plumb} = 125$  J/kg·K;  $T_{top. Pb} = 600,3$  K;  $\lambda_{plumb} = 25 \cdot 10^3$  J/kg;  $c_{apă} = 4181$  J/kg·K).

2.7.12. Într-o adăncitură făcută într-un bloc de gheață, avind temperatura  $T_0 = 273$  K s-au turnat  $m_1 = 0,058$  kg plumb topit la temperatura

$T_1 = 600$  K. Să se afle masa de gheață care s-a topit dacă temperatura finală a plumbului devine  $T_0 = 273$  K ( $c_{Pb} = 125$  J/kg·K;  $\lambda_{Pb} = 25$  kJ/kg;  $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg).

2.7.13. Un calorimetru avind capacitatea calorică  $C = 200$  J/kg conține o masă  $m_1 = 0,5$  kg gheață la temperatura  $T_1 = 263$  K. În calorimetru se toarnă  $m_2 = 0,25$  kg apă la temperatura  $T_2 = 333$  K. Să se determine starea finală a sistemului ( $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg;  $c_g = 2090$  J/kg·K).

2.7.14. Într-un calorimetru se află  $m_1 = 2$  kg de apă la temperatura  $T_1 = 278$  K. În apă se introduce o bucată de gheață cu masa  $m_2 = 5$  kg și temperatura  $T_2 = 233$  K. Să se determine temperatura finală ce se stabilește în calorimetru și volumul ocupat de substanța din calorimetru. Capacitatea calorică a calorimetrului se neglijează. Se dau:  $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg;  $\rho_g = 917$  kg/m<sup>3</sup>;  $c_g = 2090$  J/kg·K;  $c_a = 4181$  J/kg·K.

2.7.15. O cadă, avind volumul  $V = 100$  litri trebuie umplută cu apă la temperatura  $T = 303$  K. Pentru aceasta se folosește apă la temperatura  $T_1 = 353$  K și gheață la temperatura  $T_2 = 253$  K. Să se determine cantitatea de gheață folosită. Capacitatea calorică a căzii se neglijează. Se cunosc:  $c_g = 2090$  J/kg·K;  $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg;  $c_a = 4181$  J/kg·K.

2.7.16. Într-un vas ce conține  $m_1 = 10$  kg apă la temperatura  $t_1 = 10^\circ$ C se introduce gheață la temperatura  $T_2 = 223$  K. Apa din vas îngheață și la echilibru temperatura sistemului este  $\theta = 269$  K. Să se determine masa de gheață introdusă în vas. Se neglijează capacitatea calorică a vasului ( $c_{apă} = 4181$  J/kg·K;  $c_g = 2090$  J/kg·K;  $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg).

2.7.17. Într-un vas se află o bucată de gheață, avind greutatea  $G_1 = 98$  N și temperatura  $T_1 = 263$  K. Să se afle greutatea  $G_2$  a apei din vas dacă sistemului i se transmite căldura  $Q = 2 \cdot 10^7$  J. Capacitatea calorică a vasului se neglijează. Se cunosc:  $c_{apă} = 4,2$  kJ/kg;  $c_g = 2,1$  kJ/kg·K;  $\lambda_i = 0,34$  MJ/kg;  $\lambda_v = 2,3$  MJ/kg.

2.7.18. Într-o tavă cu lungimea  $L = 24$  cm și lățimea  $l = 20$  cm, în care se află un litru de apă la temperatura  $T_1 = 298$  K, se toarnă  $m = 0,8$  kg azot lichid la temperatura de fierbere a acestuia  $T_2 = 77$  K. După evaporarea azotului lichid, apa din tavă s-a răcit, ajungind la temperatura  $T_0 = 273$  K și s-a acoperit cu o pojghiță de gheață la aceeași temperatură. Să se determine grosimea stratului de gheață considerind că vaporii de azot părăsesc gheața la temperatura de 273 K. Se cunosc:  $\lambda_{azot} = 0,2$  MJ·kg<sup>-1</sup>;  $c_{azot\ gazos} = 1,05$  kJ/kg·K;  $\rho_g = 917$  kg/m<sup>3</sup>;  $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg.

2.7.19. Într-un calorimetru se află un amestec de apă cu gheață la temperatura  $T_0 = 273$  K. Masa apei este  $m_1 = 0,5$  kg, iar masa gheții este  $m_2 = 0,0544$  kg. În vas se introduc  $m_3 = 6,6$  g vapori saturați de apă la temperatura  $T = 373$  K. Să se determine  $\theta$ , temperatura la echilibru termic al sistemului, presupunind că se neglijează capacitatea calorică a vasului ( $c_{apă} = 4181$  J/kg·K;  $\lambda_{vaporizare} = 2,3$  MJ/kg;  $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg).

2.7.20. O metodă de răcire a unui lichid este metoda evaporării forțate sau intensive. Ea se realizează punind sub un clopot de sticlă un vas cu apă (de exemplu), iar cu ajutorul unei pompe se evacuează aerul și vaporii de sub clopot. Să se calculeze:

a) fracțiunea din masa inițială a apei aflată la temperatura de 273 K, ce poate fi înghețată prin acest procedeu;

b) cunoscind că masa de apă evaporată este 2,71 g, să se determine masa inițială a apei ( $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5$  J/kg;  $\lambda_v = 2,3$  MJ/kg).

2.7.21. Două bucăți de gheață de aceeași masă se mișcă una spre cealaltă, cu aceeași viteză, într-un plan orizontal, fără frecări. Cele două bucăți de gheață se ciocnesc, iar după ciocnire se transformă în vapori. Să se determine viteza minimă cu care trebuie să se miște bucățile de gheață pentru ca procesul să aibă loc. Temperatura inițială a celor două bucăți de gheață este  $T_1 = 261 \text{ K}$  ( $\lambda_g = 0,34 \text{ MJ/kg}$ ;  $\lambda_v = 2,3 \text{ MJ/kg}$ ;  $c_a = 4181 \text{ J/kg K}$ ;  $c_g = 2090 \text{ J/kg K}$ ).

2.7.22. De la înălțimea de 100 m este lansat vertical în jos un corp de plumb având temperatura  $T = 500 \text{ K}$ . În urma ciocnirii neelastice cu suprafața pământului, corpul se topește. Să se calculeze cu ce viteză este lansat corpul, dacă jumătate din căldura degajată în urma ciocnirii este preluată de corp. Se cunosc:  $T_{\text{Pb}} = 600 \text{ K}$ ;  $c_{\text{Pb}} = 130 \text{ J/kg K}$ ;  $\lambda_{\text{Pb}} = 25 \text{ kJ/kg}$ .

2.7.23. Un glonte de plumb, având viteza inițială  $v_1 = 430 \text{ m/s}$  și temperatura  $T_1 = 323 \text{ K}$ , trece printr-un perete din lemn unde își reduce viteza la  $v_2 = 200 \text{ m/s}$ . Căldura degajată în timpul acestui proces este preluată de glonte numai 50% și folosită pentru încălzirea acestuia. Să se calculeze:  
a) ce fracțiune exprimată în procente din masa glontelui se topește;  
b) dacă glonte s-ar opri în perete ce fracțiune din masa acestuia s-ar topi? ( $\lambda_{\text{Pb}} = 25 \text{ kJ/kg}$ ;  $c_{\text{Pb}} = 130 \text{ J/kg K}$ ;  $T_{\text{topire Pb}} = 600 \text{ K}$ ).

2.7.24. Un tren are masa  $m = 100 \text{ t}$  și se mișcă orizontal cu viteza de 72 km/h. Să se afle ce masă de apă s-ar putea transforma în vapori, dacă s-ar folosi numai jumătate din căldura degajată la frînarea trenului până la oprire. Temperatura inițială a apei se consideră  $T = 293 \text{ K}$  ( $c_{\text{apă}} = 4181 \text{ J/kg K}$ ;  $\lambda_v = 2,3 \text{ MJ/kg}$ ).

2.7.25. Pe un plan înclinat cu unghiul de  $60^\circ$  alunecă un corp cu masa de 1 kg. Lungimea planului este de 6 m, iar coeficientul de frecare dintre corp și plan este de 0,2. La capătul planului se află un vas ce conține apă la temperatura de 273 K. Corpul cade în acest vas. Să se afle masa de gheață, cu temperatura de 273 K, ce trebuie introdusă în vas pentru ca după căderea corpului, temperatura în vasul calorimetric să nu se modifice. Se presupune că toată energia mecanică se transformă în căldură. Capacitatea calorică a vasului calorimetric se neglijează. Se cunosc:  $c_{\text{corp}} = 130 \text{ J/kg K}$ ;  $\lambda_g = 3,4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ .

## CAPITOLUL 8

### ELECTROSTATICA

2.8.1. Care trebuie să fie sarcina electrică a două corpuri punctiforme pentru ca acestea să se respingă cu o forță  $F = 1 \text{ N}$ , cînd se găsesc în petrol ( $\epsilon_r = 2$ ) la  $r = 1 \text{ m}$  distanță unul de altul?

2.8.2. Două corpuri punctiforme  $A$  și  $B$  sînt așezate în aer la distanța  $d$  unul de celălalt. Corpul  $A$  are sarcina  $q$ , iar  $B$  sarcina  $2q$ . Cît este de mare forța exercitată de  $A$  asupra lui  $B$ , în comparație cu forța exercitată de  $B$  asupra lui  $A$ ?

2.8.3. Două sfere metalice identice, mici,  $A$  și  $C$  sînt fixate pe o placă izolantă la distanța  $r = 20 \text{ cm}$  una de alta. Sfera  $A$  este electricizată, iar  $C$  neutră. Se atinge  $A$  cu o sferă de cupru identică, neutră,  $B$ , apoi se atinge  $C$  și  $B$ . În ce punct al dreptei  $AC$  trebuie așezată sfera  $B$ , față de sfera  $A$ , încît aceasta să rămînă în repaus?

2.8.4. Două corpuri punctiforme identice avînd aceeași sarcină electrică se află la distanța  $d$ . Care trebuie să fie raportul dintre sarcina electrică  $q$  și masa  $m$  a unui corp pentru care forța coulombiană de respingere și forța atracției universale care acționează între cele două corpuri să fie egale?

2.8.5. Trei corpuri punctiforme electricizate sînt situate în aer. Distanța între primul și al doilea corp este  $r_{12}$  iar forța de interacție  $F_{12}$ . Distanța dintre primul corp și al treilea este  $r_{13}$ , forța de atracție fiind  $F_{13}$ , distanța dintre al doilea și al treilea  $r_{23}$ , forța de interacție fiind  $F_{23}$ . Care este sarcina electrică a celui de-al treilea,  $q_3$ ?

2.8.6. Două sfere identice, mici, situate în aer, avînd fiecare masa  $m = 0,1 \text{ g}$  sînt suspendate în același punct cu ajutorul a două fire izolate de masă negliabilă și avînd aceeași lungime  $l = 20 \text{ cm}$ .

a) Care este valoarea sarcinilor egale ale celor două sfere pentru ca unghiul format de cele două fire să fie  $\alpha = 90^\circ$ ?

b) Care va fi valoarea unghiului  $\beta$  dintre cele două fire după scufundarea sistemului de la punctul  $a$  în petrol ( $\rho_0 = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $\epsilon_r = 2$ ), dacă densitatea materialului din care sînt confecționate bilele este  $\rho = 4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ?

c) Se introduce sistemul în ulei ( $\epsilon_r = 5$ ,  $\rho_0 = 900 \text{ kg/m}^3$ ). Care trebuie să fie densitatea materialului sferelor pentru ca unghiul dintre firele de suspensie să rămînă egal cu cel din aer?

d) Introducînd acum sistemul într-un lichid dielectric avînd densitatea egală cu un sfert din densitatea materialului sferelor, unghiul dintre fire devine  $\beta = 60^\circ$ . Să se calculeze permitivitatea relativă a lichidului.

e) După un timp, datorită efluviiilor, electricizarea sistemului, descris la punctul  $a$ , scade și sferile se apropie.

Să se calculeze cu cît s-a micșorat sarcina fiecărei sfere pînă în momentul cînd unghiul dintre firele de suspensie devine  $\beta = 45^\circ$ .

2.8.7. Un tetraedru regulat, situat în aer, cu latura  $l = 0,3 \text{ m}$  are una dintre fețe orizontală și virful opus acesteia orientat în jos. În virfurile din planul orizontal sînt plasate trei corpuri punctiforme cu sarcini egale și de același semn  $q = 1 \mu\text{C}$ , iar în al patrulea virf un corp punctiform cu sarcina  $-q$ . Ce masă trebuie să aibă corpul pentru a fi în echilibru sub acțiunea forțelor electrostatice și a gravitației? Se consideră  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

2.8.8. Corpul punctiform  $A$  avînd sarcina  $q$  se află la distanța  $d = 1 \text{ m}$  de corpul punctiform  $B$  cu sarcina  $q' = nq$ . La ce distanță de  $A$  intensitatea cîmpului electric creat de cele două corpuri electricizate este nulă, dacă  $n = 16$ ?

2.8.9. Două corpuri punctiforme  $A$  și  $B$  avînd — respectiv — sarcinile  $q_A = 2\mu\text{C}$  și  $q_B = 4\mu\text{C}$  se află în aer la distanța  $d = 1,8 \text{ m}$  unul de celălalt. Să se calculeze intensitatea cîmpului electric în punctele de pe dreapta  $AB$  unde potențialul este nul și apoi valoarea potențialului electric al punctelor unde intensitatea cîmpului electric este nulă.

2.8.10. În câmpul electric al unui corp punctiform având sarcina  $q = 3\mu\text{C}$  se consideră două puncte,  $A$  aflat la distanța  $r_1 = 0,3\text{ m}$  și  $B$  la  $r_2 = 90\text{ cm}$  de corp. Să se determine:

a) intensitatea câmpului electric în punctul unde valoarea acesteia este mai mare;

b) lucrul mecanic  $L_{AB}$  necesar deplasării unui purtător de sarcină cu  $q' = 70\text{ nC}$  între punctele  $A$  și  $B$ . (Se consideră  $\epsilon_r = 1$ .)

2.8.11. În câmpul electric al unui corp punctiform având sarcina  $q = 1,96 \cdot 10^{-4}\text{C}$ , situat în aer, se află un corp punctiform cu  $q' = 10^{-6}\text{C}$  care se deplasează sub acțiunea forței exercitate de câmpul electric între punctele  $A$  și  $B$  situate la distanța  $0,4\text{ m}$  unul de altul pe direcția radială. Intensitatea câmpului electric în  $A$  fiind  $E_A = 17,64 \cdot 10^5\text{V/m}$ , să se afle:

a) potențialele electrice în punctele  $A$  și  $B$ ;

b) lucrul mecanic  $L_{AB}$  efectuat pentru deplasarea între punctele  $A$  și  $B$  a corpului punctiform cu sarcina  $q'$ ;

c) forța medie corespunzătoare deplasării.

2.8.12. Mărind cu  $d = 0,1\text{ m}$  distanța dintre două corpuri punctiforme electrizate, forța de atracție scade de la  $F_1 = 8\text{ mN}$  la  $F_2 = 2\text{ mN}$ . Care este lucrul mecanic  $L$  efectuat pentru această deplasare?

2.8.13. a) Să se calculeze potențialul și intensitatea câmpului electric în virful rămas liber,  $A$ , al unui pătrat cu latura  $l = 20\text{ cm}$ , cunoscând că în celelalte virfuri se află corpuri punctiforme, două dintre ele având fiecare sarcina  $q = 1\text{ nC}$  și, respectiv,  $q' = -1\text{ nC}$ , pentru corpul punctiform situat în virful opus virfului liber. Sistemul este situat într-un mediu dielectric lichid cu permitivitatea relativă  $\epsilon_r = 2$ .

b) Sistemul fiind situat în aer, să se calculeze lucrul mecanic  $L_{AO}$  necesar pentru deplasarea unui corp punctiform cu sarcina  $q_0 = 1\mu\text{C}$  din punctul  $A$  în centrul  $O$  al pătratului.

2.8.14. Tensiunea electrică între două puncte  $A$  și  $B$ , situate la distanța  $d = 5\text{ cm}$ , într-o regiune a spațiului în care există un câmp electric uniform de intensitate  $E = 10^4\text{ V/m}$  este  $U = 250\text{ V}$ . Să se găsească orientarea liniilor de câmp față de segmentul  $AB$ .

2.8.15. Trei sfere metalice mici identice suspendate în aer, în același punct, prin fire izolante cu lungimea  $l = 10\text{ cm}$  au aceeași sarcină electrică  $q$ . Centrele celor trei sfere sînt așezate pe un cerc cu raza  $R = 6\text{ cm}$ . Să se calculeze:

a) aria totală  $A_t$  a piramidei cu virful în punctul de suspensie, avind baza determinată de centrele sferelor, precum și unghiul dintre muchia și baza prisme;

b) lucrul mecanic  $L$  necesar pentru deplasarea corpului punctiform, avind sarcina  $q_0$ , din virful piramidei pînă la baza ei, cunoscînd produsul  $q_0q = 10^{-16}\text{C}^2$ .

2.8.16. Cît de mare trebuie să fie raza  $R$  a unei sfere metalice, situate în aer, care pentru sarcina  $q = 10^{-4}\text{C}$  să capete potențialul de  $10\text{ kV}$ ?

2.8.17. Intensitatea câmpului electric la care apar descărcările electrice prin scînteie în aer este  $E_D = 30\text{ kV/cm}$ . Care este potențialul maxim pe care îl poate avea o sferă conductoare, de rază  $R = 10\text{ cm}$ , izolată de alte corpuri conductoare, situată în aer?

2.8.18. Lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea unui corp punctiform cu sarcina  $q = 1\mu\text{C}$  într-un câmp electric uniform de intensitate  $E = 10^6\text{V/m}$  este  $L = 0,1\text{ J}$ . Care este deplasarea  $d$ ?

2.8.19. Pe o suprafață echipotențială sferică de rază  $R_1 = 1\text{ cm}$ , în centrul căreia se află corpul punctiform cu sarcina  $q$ , intensitatea câmpului electric este  $E_1 = 6000\text{ V/m}$ . Cîte suprafețe sferice echipotențiale de raze  $R_i > R_1$  pot fi construite, astfel încît diferența de potențial între două suprafețe echipotențiale consecutive să fie  $\Delta V = 20\text{ V}$ ?

2.8.20. O mie de picături de mercur identice se unesc într-o singură picătură. Fiecare picătură avea aceeași sarcină electrică. De cîte ori este mai mare potențialul picăturii mari decît potențialul unei picături mici înainte de unire?

2.8.21. Două sfere metalice de raze  $R_1 = 1\text{ cm}$  și  $R_2 = 20\text{ cm}$ , avînd potențialele  $V_1 = 9000\text{ V}$  și respectiv  $V_2 = 900\text{ V}$ , sînt situate în aer la distanță mare una de alta. Admițînd că sferile sînt în afara altor influențe de natură electrică să se calculeze potențialul  $V'$  al sistemului obținut prin legarea sferelor printr-un fir conductor foarte subțire.

2.8.22. În problema precedentă se consideră cazul pentru care numai sfera 1, nelegată la sfera 2, este electrizată ( $q_1 \neq 0$ ). Dacă aceasta se pune în contact cu sfera 2, inițial neincărcată ( $q_2 = 0$ ), să se arate că, practic, sarcina electrică a sferei 1 se transmite în întregime sferei 2.

2.8.23. Două sfere metalice cu razele  $R_1 = 15\text{ cm}$  și  $R_2 = 2\text{ cm}$  au sarcinile  $q_1 = 0,3\mu\text{C}$  și respectiv  $q_2 = 0,1\mu\text{C}$ . Se leagă cele două sfere cu un fir subțire conductor. Care sînt sarcinile  $q'_1$  și  $q'_2$  ale celor două sfere după punerea lor în contact?

2.8.24. Trei sfere metalice, goale în interior, formînd trei straturi sferice subțiri, au, respectiv, razele  $R_1 = 1\text{ cm}$ ,  $R_2 = 2\text{ cm}$  și  $R_3 = 4\text{ cm}$ . Sfera de rază  $R_1$  are o sarcină electrică  $q_1 = 1\text{ nC}$ , iar sfera mijlocie  $q_2 = 5/3\text{ nC}$ . Straturile sferice sînt dispuse concentric, stratul exterior fiind legat la pămînt. Să se calculeze potențialul sferelor interioare.

2.8.25. În interiorul unei sfere metalice goale se află o sferă metalică. În cazul sistemului descris să se arate care sînt condițiile pentru ca un conductor să poată avea (a) sarcina electrică  $q \neq 0$  și potențial zero, (b) potențial  $V \neq 0$  și sarcina electrică nulă.

2.8.26. În interiorul unei sfere metalice goale este fixată o sferă metalică avînd sarcina electrică  $q$ . Centrele celor două sfere nu coincid. Potențialul într-un punct  $P$  situat la distanța  $r = 5\text{ cm}$  de centrul sferei mari, exterior ei, este  $V_P = -9\text{ V}$ . Să se calculeze sarcina  $q$ .

2.8.27. O sferă metalică mică de masă  $m = 0,15\text{ g}$  avînd sarcina  $q = 1\text{ nC}$  este suspendată la extremitatea unui fir subțire de mătase. Celălalt capăt al firului este fixat în punctul cel mai de sus al unui inel de rază  $R = 10\text{ cm}$ , așezat vertical, format dintr-un fir metalic de secțiune neglijabilă. Inelul este uniform electrizat avînd sarcina  $Q = 10\mu\text{C}$  de același semn cu sarcina  $q$ . Să se determine lungimea  $l$  a firului de suspensie pentru care poziția finală a centrului sferei să se găsească într-un punct de pe axa inelului. Sistemul este situat în aer ( $\epsilon_r = 1$ ).

2.8.28. Care este lucrul mecanic efectuat pentru a deplasa corpul punctiform cu sarcina  $q = 1\text{ nC}$  de la infinit pînă într-un punct  $P$  situat pe direcția radială la distanța  $d = 10\text{ cm}$  de suprafața unei sfere metalice de rază  $R = 2\text{ cm}$  și potențial  $V_0 = 1200\text{ V}$ ?

2.8.29. Două sfere metalice mici având aceeași sarcină electrică situate la distanța  $r = 50$  cm între centrele lor, interacționează cu forța de respingere  $F = 1 \mu\text{N}$ . Care este potențialul sferelor,  $V$ , dacă diametrul lor este  $D = 1$  cm?

2.8.30. Care este energia potențială electrostatică a unui sistem izolat format din trei corpuri punctiforme având sarcinile  $q_1 = q_2 = q_3 = 1 \mu\text{C}$ , situate în aer, în virfurile unui triunghi echilateral cu latura  $l = 10$  cm?

2.8.31. Cu ce energie cinetică trebuie lansat dintr-un punct foarte depărat un corp punctiform având sarcina  $q_1 = 1$  nC pentru a se putea apropia la distanța  $d = 5$  mm de un corp punctiform fix având sarcina  $q_2 = 25 \mu\text{C}$ ? Deplasarea se face în vid.

2.8.32. Cu ce viteză,  $v$ , ajunge într-un punct 1 un electron aflat inițial în repaus într-un punct 2, dacă diferența de potențial  $(V_1 - V_2) = -1$  V? Sarcina electronului este  $e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ , iar masa electronului  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg. Deplasarea se face în vid.

2.8.33. Un electron ( $e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg) se mișcă în vid pe o dreaptă orientată spre un corp punctiform fix având sarcina  $q = -0,1$  pC. La distanța  $d_0 = 0,5$  m, viteza electronului este  $v_0 = 10^5$  m/s. Să se calculeze distanța minimă  $d_{\min}$  la care se apropie electronul de corpul fix.

2.8.34. O particulă nucleară  $\alpha$  având sarcina  $q = 2|e|$ , masa  $m = 6,65 \cdot 10^{-27}$  kg și viteza  $v_0 = 10^7$  m/s cade pe o țintă de aluminiu. La ce distanță minimă se poate apropia particula  $\alpha$  de un nucleu de aluminiu? Care este forța maximă de interacție (respingere) între particula  $\alpha$  și nucleu? Sarcina nucleului de aluminiu este  $q_0 = Z|e|$ , unde  $Z = 16$  este numărul atomic al aluminiului ( $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ).

2.8.35. Dintr-o sferă metalică de rază  $R = 10$  cm, inițial neutră, se scot printr-un procedeu oarecare (iradiere cu radiație ultravioletă, de exemplu) purtători de sarcină (electroni) care se depărtează pînă la distanța  $r = 0,9$  m de centrul sferei. Sarcina totală a purtătorilor reprezintă  $q = 3,2 \cdot 10^{-6}\text{C}$ . Ce lucru mecanic este necesar pentru a efectua operația de îndepărtare a purtătorilor de sarcină?

2.8.36. Într-un experiment Millikan de determinare a sarcinii elementare (sarcina electronului), pentru un anumit sens al cîmpului electric uniform de intensitate  $E = 6,82$  kV/m, o picătură de ulei electrizată, de densitate  $\rho = 951,2$  kg/m<sup>3</sup>, se mișcă uniform în sus cu viteza  $v_1 = 4 \cdot 10^{-5}$  m/s. Inversînd sensul cîmpului electric, picătura se mișcă uniform în jos cu viteza  $v_2 = 9,26 \cdot 10^{-5}$  m/s. Ținînd seama că forța de frecare între picătura de ulei și aer este dată de relația lui Stokes  $F = 6\pi\eta rv$ , unde  $\eta$  este coeficientul de viscozitate dinamică egal cu  $1,82 \cdot 10^{-5}$  kg/m $\cdot$ s, pentru aer, să se determine:

- raza  $r$  a particulei;
- cîte sarcini elementare are picătura;
- viteza  $v$  a picăturii în absența cîmpului electric.

Se va lua densitatea aerului  $\rho_0 = 1,2$  kg/m<sup>3</sup>, iar accelerația gravitațională  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>.

#### CAPACITATEA ELECTRICĂ

2.8.37. Folosind definiția capacității electrice a unui corp izolat și depărtat de alte corpuri să se deducă formula capacității  $C$  a unui corp conductor sferic în funcție de rază.

2.8.38. O sferă metalică de rază  $R = 1$  cm izolată, situată în aer, are un potențial  $V = 1000$  V. Să se calculeze:

- sarcina electrică pe unitatea de arie  $\sigma = q/S$ , pe sferă;
- intensitatea  $E$  a cîmpului electric pe suprafața sferei;
- potențialul  $V_1$  și intensitatea cîmpului electric  $E_1$  într-un punct situat la distanța  $r = 1$  m de centrul sferei;
- potențialul maxim  $V_{\max}$  pe care îl poate avea sfera, dacă intensitatea cîmpului electric la care se produce străpungerea aerului este  $E_{\max} = 30$  kV/cm.

2.8.39. Un condensator plan avînd ca dielectric aerul, de capacitate  $C_0 = 5$  pF, este scufundat într-o baie de ulei ( $\epsilon_r = 4$ ) care umple regiunea delimitată de armături. Care este noua valoare  $C$  a capacității condensatorului?

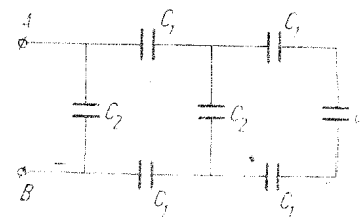


Fig. 2.8.40

2.8.40. Să se calculeze capacitatea  $C_{AB}$  a rețelei de condensatori reprezentată în figura 2.8.40 cunoscînd că  $C_1 = 2 \mu\text{F}$ , iar  $C_2 = 1 \mu\text{F}$ .

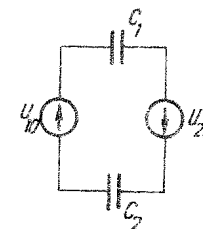


Fig. 2.8.41

2.8.41. Să se determine tensiunile  $U_1$  și  $U_2$  la bornele condensatorilor din schema prezentată în figura 2.8.41, cunoscînd că tensiunile surselor sînt  $U_{10} = 4$  V și respectiv  $U_{20} = 6$  V, iar  $C_1 = 3 \mu\text{F}$  și  $C_2 = 7 \mu\text{F}$ .

2.8.42. În interiorul unei sfere de metal de rază  $R_2 = 20$  cm goală în interior se dispune concentric o sferă metalică de rază  $R_1 = 10$  cm. Sfera exterioară are sarcina  $q = 10^{-8}\text{C}$ . Printr-un orificiu din peretele sferei exterioare, sfera interioară este legată la pămînt printr-un fir metalic (fig. 2.8.42). Să se determine:

- sarcina  $q'$  a sferei interioare;
- potențialul  $V$  al sferei exterioare;
- schema electrică și capacitatea  $C$  a sistemului descris.

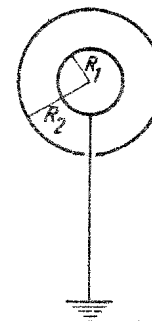


Fig. 2.8.42

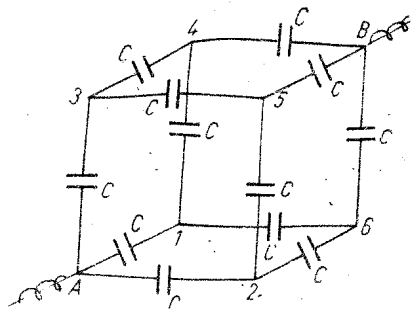


Fig. 2.8.43

2.8.43. Să se calculeze capacitatea  $C_{AB}$  a sistemului de condensatori din figura 2.8.43. Fiecare condensator are aceeași capacitate  $C = 10 \text{ nF}$ .

2.8.44. Să se determine energia  $W_e$  a unui corp sferic metalic avind sarcina  $q = 1 \text{ } \mu\text{C}$  și capacitatea  $C = 10^{-10} \text{ F}$ .

2.8.45. Capacitatea condensatorului sferic este  $C = 4\pi\epsilon R_1 R_2 (R_2 - R_1)$ . Să se calculeze raza  $R$  a unei sfere metalice care, plasată într-un mediu

dielectric de permitivitate  $\epsilon$ , să aibă aceeași capacitate ca aceea a condensatorului sferic.

2.8.46. Să se calculeze energia unui condensator plan încărcat, cunoscind intensitatea cimpului electric în condensator  $E = 5 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ , distanța dintre plăci  $d = 2 \text{ cm}$ , aria unei plăci  $S = 200 \text{ cm}^2$ , dielectric fiind aerul ( $\epsilon_r = 1$ ).

2.8.47. Două sfere metalice avind razele  $R_1 = 1 \text{ cm}$  și  $R_2 = 2 \text{ cm}$  sînt conectate la o sursă cu tensiunea  $U = 3000 \text{ V}$ . Să se determine forța de interacție dintre sfere în cazurile în care mediul dielectric este (a) aerul, (b) petrolul ( $\epsilon_r = 2$ ), distanța dintre centrele sferelor fiind  $r = 400 \text{ cm}$ .

2.8.48. O sferă metalică avind raza  $R = 30 \text{ cm}$  are potențialul  $V = 3000 \text{ V}$ . Un corp conductor avind potențialul  $V_1 = 1800 \text{ V}$  este pus în contact cu sfera, de la o distanță mare de ea, printr-un fir conductor foarte subțire, căpătînd astfel un potențial  $V' = 2100 \text{ V}$ . Atît sfera cît și corpul conductor sînt situate în aer. Care este capacitatea  $C_x$  a corpului conductor?

2.8.49. Se consideră trei condensatori. Capacitatea unuia dintre ei este  $C_1 = 3 \mu\text{F}$ . Dacă se leagă condensatorii în serie, capacitatea grupării serie este  $C_s = 0,75 \mu\text{F}$ , iar tensiunea la bornele condensatorului 1 este  $U_1 = 30 \text{ V}$ , tensiunea sursei fiind  $U$ . Dacă se leagă condensatorii în paralel, capacitatea grupării paralel este  $C_p = 7 \mu\text{F}$ . Care este tensiunea  $U$  a sursei de alimentare?

2.8.50. Doi condensatori cu aer, fiecare avind capacitatea  $C = 100 \text{ pF}$  sînt legați în serie și conectați la o sursă cu tensiunea  $U = 60 \text{ V}$ . Dacă unui din condensatori se introduce în ulei ( $\epsilon_r = 2$ ), să se calculeze:

- tensiunile la bornele condensatorilor;
- cu cît variază sarcina armăturilor fiecărui condensator.

2.8.51. Doi condensatori avind, respectiv, capacitățile  $C_1 = 4 \mu\text{F}$  și  $C_2 = 2 \mu\text{F}$  sînt legați în serie, tensiunea la bornele grupării serie fiind  $U = 12 \text{ V}$ . Să se determine:

- tensiunile  $U_1$  și  $U_2$  la bornele condensatorilor;
- sarcinile  $q_1$  și  $q_2$  ale armăturilor.

2.8.52. Între ce limite poate varia capacitatea unui sistem de doi condensatori, primul avind capacitatea  $C_1 = 50 \text{ pF}$ , iar cel de-al doilea capacitatea variabilă în raportul  $1 : 10$ , cu capacitatea minimă  $C_{\min} = 50 \text{ pF}$ ?

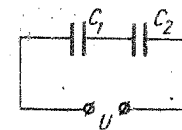


Fig. 2.8.53

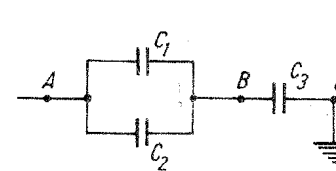


Fig. 2.8.54

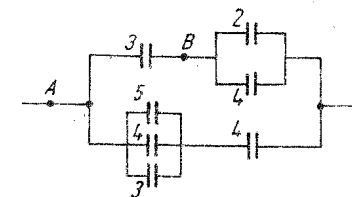


Fig. 2.8.55

2.8.53. Care trebuie să fie capacitatea condensatorului  $C_2$  din figura 2.8.53 pentru ca tensiunea la bornele condensatorului 2 să fie  $U_2 = 10 \text{ V}$ , dacă  $C_1 = 0,1 \mu\text{F}$  și tensiunea la bornele circuitului este  $U = 110 \text{ V}$ ?

2.8.54. Se consideră rețeaua de condensatori din figura 2.8.54 unde  $C_1 = 4 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2 \mu\text{F}$  și  $C_3 = 3 \mu\text{F}$ , potențialul punctului A fiind  $V_A = -1200 \text{ V}$ . Să se determine:

- potențialul  $V_B$  al punctului B;
- sarcinile electrice  $q_1$ ,  $q_2$  și  $q_3$  ale armăturilor condensatorilor.

2.8.55. În figura 2.8.55, cifrele reprezintă, în  $\mu\text{F}$ , capacitățile condensatorilor. Dacă sarcina condensatorului de  $5 \mu\text{F}$  este de  $120 \mu\text{C}$ , care este diferența de potențial (tensiunea)  $U_{AB} = V_A - V_B$ ?

2.8.56. Trei plăci metalice dreptunghiulare identice foarte subțiri, a, b, c sînt așezate în ordine, una în fața celeilalte, la distanțele  $d_{ab} = 3 \text{ mm}$  și  $d_{bc} = 1 \text{ mm}$ . Plăcile a și c sînt legate la o sursă formată din trei elemente legate în serie, fiecare element avind tensiunea  $U = 20 \text{ V}$ , borna pozitivă a sursei fiind legată la placa a. Între elementele 2 și 3 (ordinea elementelor începe de la placa a) se realizează o priză la pămînt. Să se calculeze potențialul  $V_b$  al plăcii b.

2.8.57. Se introduce între armăturile unui condensator plan cu aer, paralel cu armăturile, o placă dielectrică care acoperă complet suprafața unei armături și are grosimea  $e = d/4$ , d fiind distanța dintre armături. Creșterea relativă a capacității condensatorului este  $(C - C_0)/C_0 = 20\%$ . Să se afle permitivitatea relativă  $\epsilon_r$  a dielectricului și să se arate că nu se modifică capacitatea C a condensatorului dacă se deplasează placa mai aproape de o armătură sau alta.

2.8.58. Sarcina electrică pe unitatea de arie a armăturilor unui condensator plan cu aer, care în prealabil a fost încărcat la tensiunea U, este  $\sigma = 4,2 \mu\text{C/m}^2$ . Cunoscind aria suprafeței unei armături  $S = 1 \text{ m}^2$  iar distanța dintre armături  $d = 1 \text{ mm}$ , să se calculeze:

- tensiunea U la bornele condensatorului;
- forța de atracție F dintre armături;
- căldura Q disipată prin unirea bornelor condensatorului printr-o sîrmă.

2.8.59. Un condensator plan, cu aer, se încarcă sub tensiunea  $U = 20 \text{ kV}$ , după care se deconectează de la sursă. Se introduce în condensator o lamă de sticlă ( $\epsilon_r = 5$ ) avind grosimea  $d_1$  egală cu jumătate din distanța



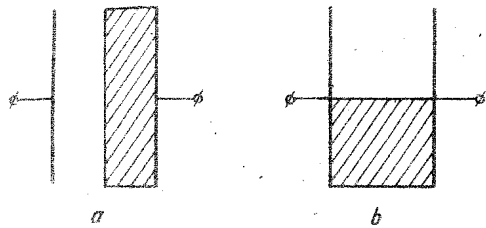


Fig. 2.8.59, a, b

$d = 2$  cm dintre armături (fig. 2.8.59, a), apoi se măsoară tensiunea  $U_1$  la bornele condensatorului. Se scoate lama de sticlă și se umple în întregime o jumătate de condensator tot cu sticlă, astfel încât limita de separare aer-sticlă este perpendiculară pe armături (fig. 2.8.59, b). Tensiunea la bornele condensatorului devine  $U_2$ .

a) Să se calculeze tensiunile  $U_1$  și  $U_2$ .

b) Să se arate că în al doilea caz capacitatea condensatorului este totdeauna mai mare,  $C_2 > C_1$ .

c) Să se calculeze intensitățile cimpului electric în aer  $E_a$  și sticlă  $E_s$ , în cele două cazuri.

2.8.60. Doi condensatori avind — respectiv — capacitățile  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2 C_1$  sint încărcăți fiecare la tensiunea  $U_0 = 500$  V, după care se conectează în serie (fig. 2.8.60). Să se calculeze căldura disipată  $Q$  în sirmele de legătură.

2.8.61. Doi condensatori cu aer, identici, de capacitate  $C = 8/9$  nF, se încarcă separat la tensiunea  $U_0 = 900$  V. Unul din condensatori se cufundă în petrol ( $\epsilon_r = 2$ ), după care condensatorii se leagă în paralel. Să se calculeze căldura  $Q$  disipată în sirmele de legătură.

2.8.62. Un condensator plan cu aer are dimensiunile armăturilor 40 cm și 60 cm și distanța dintre ele  $d_1 = 0,5$  cm. După încărcarea condensatorului la tensiunea  $U = 2$  kV, se deconectează de la sursă și se deplasează armăturile pînă cînd distanța dintre ele devine  $d_2 = 2 d_1$ . Să se determine lucrul mecanic cheltuit  $L$  și căldura  $Q$  disipată în firul prin care se descarcă condensatorul.

2.8.63. Un corp punctiform avînd masa  $m = 1$  g și sarcina  $q = 1$  nC, în cădere liberă în vid, pătrunde cu viteza  $v_0 = 1$  m/s într-un condensator plan orientat vertical. Să se determine intensitatea cimpului electric  $E$  dintre armături astfel încît după  $t = 0,1$  s de la intrarea în cîmp traiectoria corpului să facă un unghi  $\alpha = 60^\circ$  cu orizontala.

2.8.64. Un fascicul de particule avînd masa  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, sarcina  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C și viteza  $v_0 = 10^7$  m/s pătrunde într-un condensator plan la o treime din distanța  $d = 1$  cm dintre armături, paralel cu acestea. Lungimea armăturilor este  $l = 5$  cm. Ce tensiune  $U$  trebuie aplicată condensatorului pentru ca fasciculul să lovească marginile opuse ale armăturilor. Mișcarea are loc în vid.

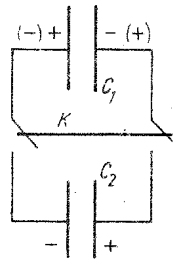


Fig. 2.8.60

2.8.65. Un fascicul foarte îngust de electroni, care se mișcă în vid, cuprinde electroni cu viteze avînd valori în intervalul  $v_{01} = 2 \cdot 10^7$  m/s și  $v_{02} = 2,4 \cdot 10^7$  m/s. Fasciculul pătrunde între două plăci plane, paralele, situate la distanța  $d = 4$  cm una de cealaltă și între care există o tensiune  $U = 182$  V. Știînd că distanța parcursă de fascicul în direcție normală la liniile cîmpului electric dintre plăci este  $l = 0,1$  m, să se afle lărgimea fasciculului la ieșirea dintre plăci.

2.8.66. Un pendul format dintr-un fir de mătase și o bilă de metal cu masa  $m = 0,15$  g are perioada oscilațiilor  $T_1 = 1$  s. Se plasează pendulul între armăturile unui condensator plan orientat orizontal, se electrizează bila și se încarcă condensatorul. Perioada oscilațiilor pendulului devine  $T_2 = 1,2$  s. Să se calculeze:

a) lungimea firului de suspensie  $l$ ;

b) forța  $F_e$  exercitată de cîmpul electric asupra bilei;

c) perioada  $T_3$  a oscilațiilor pendulului dacă se inversează tensiunea sursei de încărcare a condensatorului.

## CAPITOLUL 9

### CURENTUL ELECTRIC CONTINUU

2.9.1. Un conductor cu rezistența  $R = 5 \Omega$  este parcurs în timpul  $t = 50$  s de sarcina  $q = 200$  C. Să se calculeze tensiunea  $U$  la capetele conductorului.

2.9.2. O sîrmă de cupru are rezistența  $R = 10 \Omega$  și masa  $m = 0,4$  kg. Cunoșcînd rezistivitatea cuprului  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  și densitatea cuprului  $d = 8,6 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>, să se calculeze lungimea  $l$ , aria secțiunii  $S$  și diametrul  $D$  ale sîrmei.

2.9.3. O sîrmă de cupru are rezistența  $R_0$  la temperatura de  $0^\circ\text{C}$ . Să se calculeze temperatura  $t$  la care rezistența sîrmei crește cu 10% față de valoarea  $R_0$ . Coeficientul de temperatură al rezistivității cuprului la  $0^\circ\text{C}$  este  $\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ grd}^{-1}$ .

2.9.4. Un bastonaș de grafit pentru lampă electrică cu arc ( $\rho_1 = 60 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ ,  $\alpha_1 = -5 \cdot 10^{-4} \text{ grd}^{-1}$ ) se leagă în serie cu unul de aluminiu ( $\rho_2 = 2,82 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ ,  $\alpha_2 = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ grd}^{-1}$ ) de aceeași grosime. Care trebuie să fie raportul lungimilor lor pentru ca rezistența sistemului rezistor să nu varieze cu temperatura?

2.9.5. Un rezistor avînd rezistența  $R = 600 \Omega$  este format din două părți electrice rezistive dispuse în serie. Prima parte este dintr-un material cu  $\alpha_1 = -0,01 \text{ grd}^{-1}$  iar a doua dintr-un material cu  $\alpha_2 = 0,002 \text{ grd}^{-1}$ . Care trebuie să fie valorile rezistențelor  $R_{01}$  și  $R_{02}$  ale celor două părți rezistive pentru ca rezistența  $R$  să nu varieze cu temperatura?

2.9.6. Dacă la bornele unei surse se conectează un rezistor cu rezistența  $R_1 = 1 \Omega$ , intensitatea curentului prin rezistor este  $I_1 = 1$  A; dacă se conectează un rezistor cu rezistența  $R_2 = 2,5 \Omega$ , intensitatea curentului prin el este  $I_2 = 0,5$  A. Să se calculeze rezistența interioară  $r$  și t.e.m.  $E$  ale sursei.

2.9.7. Pentru determinarea t.e.m.  $E$  a unei surse, se leagă în serie cu sursa o altă sursă cu t.e.m. cunoscută  $E_0 = 2 \text{ V}$  (sursă etalon), după care la bornele grupării se leagă un rezistor. Intensitatea curentului prin circuit este  $I_1 = 0,2 \text{ A}$ . Dacă se leagă același rezistor la cele două surse grupate în opoziție, intensitatea curentului devine  $I_2 = 0,08 \text{ A}$  și are sensul de la borna pozitivă a sursei cu t.e.m.  $E$  la borna pozitivă a sursei etalon. Care este valoarea t.e.m.  $E$ ?

2.9.8. În cazul problemei precedente, care este t.e.m.  $E$  a unei surse dacă curentul de intensitate  $I_2 = 0,08 \text{ A}$  ar fi de sens contrar?

2.9.9. Să se calculeze tensiunea  $U$  la bornele unei surse, cunoscând t.e.m. a sursei  $E = 1,5 \text{ V}$ , rezistența interioară  $r = 0,4 \Omega$  iar rezistența circuitului exterior  $R = 1,6 \Omega$ .

2.9.10. La bornele unui acumulator se conectează un rezistor format dintr-un fir metalic cu rezistivitatea  $\rho = 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ , aria secțiunii  $S = 5 \text{ mm}^2$  și  $l = 10 \text{ m}$ . Acumulatorul are t.e.m.  $E = 2,1 \text{ V}$  și rezistența interioară  $r = 0,04 \Omega$ . Să se calculeze tensiunea  $U$  la bornele acumulatorului.

2.9.11. Când se introduce într-un circuit serie de rezistență  $R$  un rezistor de rezistență  $R_1 = 1 \Omega$ , intensitatea curentului scade de la  $I = 2 \text{ A}$  la  $I_1 = 1 \text{ A}$ . Dacă se înlocuiește rezistorul  $R_1$  cu un rezistor cu rezistență necunoscută  $x$ , intensitatea curentului devine  $I_2 = 0,5 \text{ A}$ . Să se calculeze  $R$ ,  $x$  și t.e.m.  $E$  ale sursei din circuit.

2.9.12. Rezistența circuitului exterior al unei surse cu t.e.m.  $E = 1,5 \text{ V}$  este  $R = 2 \Omega$ . Tensiunea la bornele sursei este  $U = 1 \text{ V}$ . Să se calculeze rezistența interioară  $r$  a sursei.

2.9.13. Două surse au t.e.m. egale  $E = 2 \text{ V}$  și rezistența interioară  $r_1 = 1 \Omega$ , respectiv  $r_2 = 0,5 \Omega$ . Se dispun sursele în serie iar la bornele grupării se leagă un rezistor cu rezistența  $R$ . Să se calculeze rezistența  $R$  și tensiunea  $U_2$  la bornele celei de-a doua surse, astfel ca tensiunea la bornele primei surse să fie  $U_1 = 0$ .

2.9.14. O sursă are tensiunea la borne  $U_1 = 4 \text{ V}$  când i se leagă la borne un rezistor de rezistență  $R_1 = 4 \Omega$  și tensiunea  $U_2 = 4,5 \text{ V}$  când rezistorul legat la borne are rezistența  $R_2 = 6 \Omega$ . Să se calculeze rezistența interioară  $r$  și t.e.m.  $E$  ale sursei.

2.9.15. Să se calculeze intensitățile curentilor  $I_1$  și  $I_2$  în cazul rețelei din figura 2.9.15, dacă se cunosc  $I = 2 \text{ A}$ ,  $R_1 = 6 \Omega$ ,  $R_2 = 4 \Omega$ .

2.9.16. Ampermetrele și voltmetrele sînt instrumentele electrice cu care se măsoară intensitatea curentului și respectiv tensiunea, în funcție de deviația unui sistem mobil propriu.

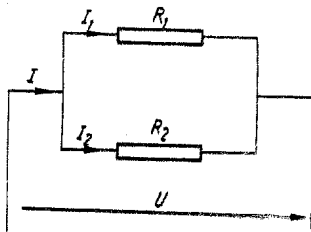


Fig. 2.9.15

În funcție de principiul de funcționare, deviațiile sistemului mobil (numit și echipaj mobil) pot fi proporționale cu intensitatea curentului care produce cuplul pentru rotirea echipajului mobil sau cu pătratul intensității acestui curent.

În cazul ampermetrelor și voltmetrelor cu magnet permanent și cadru mobil (magneto-

electrice) — a căror construcție (fig. 2.9.16) este asemănătoare cu aceea a galvanometrului cu cadru mobil — deviațiile  $\alpha$  ale echipajului mobil sînt proporționale cu intensitatea curentului care parcurge cadrul (de care depinde valoarea cuplului) și sensul lor depinde de sensul acestui curent:  $\alpha = kI$ ; constanta de proporționalitate  $k$  se numește sensibilitatea instrumentului.

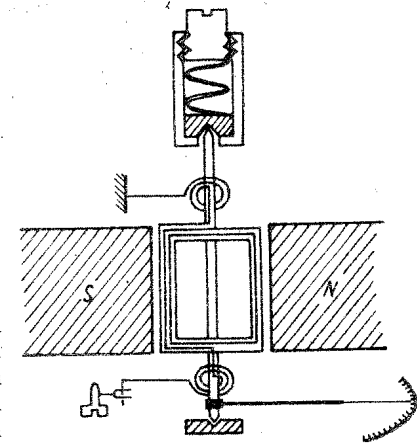


Fig. 2.9.16

În general sensibilitatea acestor instrumente este mai mică decît aceea a galvanometrului, fie datorită reducerii lungimii firilor de torsiune care susțin cadrul, fie datorită înlocuirii acestora cu resorturi spirale și pivoți de susținere a cadrului. În ambele cazuri, cuplul de torsiune (antagonist) este mai mare decît la galvanometru. Rotirea echipajului mobil este indicată de un ac fixat pe axul cadrului și al cărui vîrf se deplasează în fața unui cadran gradat.

Abaterile maxime ale valorilor indicate de aparat față de valorile reale ale intensității curentului sau ale tensiunii, raportate la valoarea maximă pe care o poate măsura instrumentul, exprimată în procente, reprezintă clasa de precizie a instrumentului electric de măsură și este dată pentru fiecare instrument. Din acest punct de vedere, aparatele (instrumentele) de măsură a mărimilor electrice  $I$  și  $U$  se împart în șase clase de precizie: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5 și 2,5. Instrumentele magnetoelectrice, în general, sînt de clasă 0,2 sau 0,5 și sînt folosite la măsurări de precizie.

a) Ce calități trebuie să îndeplinească ampermetrele și voltmetrele pentru o bună fidelitate a măsurărilor?

b) Se poate verifica experimental legea lui Ohm  $U = RI$  cu voltmetrele obișnuite?

c) Care trebuie să fie valoarea rezistenței  $R_s$  a șuntului unui miliampermetru care indică deviația maximă cînd este parcurs de un curent de intensitate  $I_A = 10 \text{ mA}$  și are rezistența interioară  $R_A = 5 \Omega$  pentru a-l transforma într-un ampermetru care să indice la aceeași deviație maximă un curent de intensitate  $I = 10 \text{ A}$ ? Ce rezistență  $R'_A$  prezintă circuitului ampermetrul cu șunt?

d) Care este valoarea  $R_a$  a rezistorului adițional care permite extinderea de  $m = 10$  ori a domeniului de măsurare a unui voltmetru cu rezistența interioară  $R_V = 10 \text{ k}\Omega$ ? Ce rezistență  $R'_V$  prezintă circuitului voltmetrul cu scara mărită?

e) Sensibilitatea  $k$  a unui galvanometru cu cadru mobil, cu rezistența interioară  $R_G = 25 \Omega$ , este astfel încît un curent de intensitate  $I_G = 1 \text{ mA}$  provoacă deviația maximă pe scală. Să se arate cum poate fi adaptat acest galvanometru pentru a fi folosit ca: (e') voltmetru pentru măsurări pînă la  $U = 1 \text{ V}$ ; (e'') ca ampermetru de  $I = 1 \text{ A}$ .

f) Un circuit este format din doi rezistori în serie,  $R_1 = 149 \text{ k}\Omega$  și  $R_2 = 2 \Omega$ , sursa fiind un element etalon tip Weston cu t.e.m.  $E_0 = 1,018 \text{ V}$

și rezistența interioară  $r = 1000 \Omega$ . În paralel pe rezistorul 2 este legat un galvanometru cu sensibilitatea  $k$ , care indică pe scală o deviație  $\alpha = 100$  diviziuni când circuitul este închis. Rezistența interioară a galvanometrului este  $R_G = 8 \Omega$ . Care este constanta  $C$  a galvanometrului, în A/div, cunoscând că  $C = 1/k$ ?

g) La un miliampermetru de 12 mA se citește pe cadran valoarea de 5 mA. Clasa de precizie a instrumentului este 1,5. Care este valoarea exactă a intensității curentului măsurat?

h) Echipajul mobil al unui miliampermetru magnetoelectric prezintă o deviație maximă (aproximativ  $90^\circ$ ) dacă este parcurs de un curent de intensitate  $I = 1$  mA. Același instrument va indica aceeași deviație dacă i se aplică la borne o tensiune  $U = 10$  mV. Să se calculeze rezistența interioară  $r$  a miliampermetrului și puterea maximă pe care o consumă acesta.

2.9.17. Un ampermetru are scala de 100 diviziuni și rezistența interioară  $R_A = 0,8 \Omega$ . Deviația maximă este obținută pentru un curent de intensitate  $I_A = 50$  mA.

a) Ce valoare trebuie să aibă șuntul ampermetrului  $R_s$  pentru a se măsura intensități pînă la  $I = 1$  A?

b) Care trebuie să fie valoarea  $R_a$  a rezistenței adiționale pentru ca la o tensiune  $U = 5$  V, acul ampermetrului să indice diviziunea 50?

c) Voltmetrul realizat la punctul b, legat la bornele unei surse cu t.e.m.  $E$  și rezistența interioară  $r$ , indică diviziunea 76. Dacă se înseriază și un rezistor de rezistență  $R = 200 \Omega$ , voltmetrul indică diviziunea 39. Să se calculeze  $E$  și  $r$ .

2.9.18. Pentru rețeaua din figura 2.9.18 se cunosc:  $E = 47$  V;  $r = 1 \Omega$ ,  $R_1 = 4 \Omega$ ,  $R_2 = 3 \Omega$ ,  $R_3 = 2 \Omega$ ,  $I = 15$  A,  $I_1 = 6$  A,  $I_2 = 2$  A,  $I_3 = 7$  A. Să se calculeze tensiunea  $U_{AB}$  prin parcurgerea de lanțuri de laturi diferite, cuprinse între cele două noduri  $A$  și  $B$ .

2.9.19. Se consideră circuitul reprezentat în figura 2.9.19, la care se cunosc t.e.m.  $E_1 = 4$  V și  $E_2 = 6$  V. Să se calculeze valoarea  $U_1$  a tensiunii  $U_1$  de la bornele  $AB$  ale sursei 1 după ce se inversează bornele sursei 1, pentru cazurile cînd, înainte de inversare, tensiunea  $U_1$  avea valorile: a)  $U_{1a} = 3$  V; b)  $U_{1b} = -2$  V. (Tensiunile  $U_{1a} = 3$  V și  $U_{1b} = -2$  V se obțin prin valori corespunzătoare ale rezistenței  $R$ .)

2.9.20. Se consideră un circuit simplu format din o sursă cu rezistența interioară  $r = 0,2 \Omega$  și un rezistor cu rezistența  $R = 12 \Omega$ . Să se determine t.e.m.  $E$  a sursei dacă voltmetrul electrostatic legat la bornele sursei indică

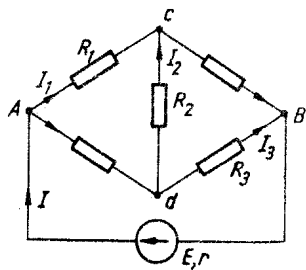


Fig. 2.9.18

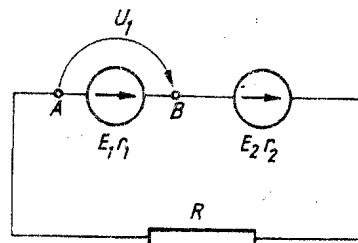


Fig. 2.9.19

$U = 120$  V, intensitatea curentului  $I_{sc}$  și indicația voltmetrului dacă se scurtcircuitază sursa ( $R = 0$ ).

2.9.21. Două voltmetre dispuse în serie legate la bornele unei surse avînd t.e.m.  $E$  și rezistența interioară  $r$  indică tensiunile  $U_1 = 8$  V și  $U_2 = 4$  V. Dacă se leagă la bornele sursei numai al doilea voltmetru, acesta indică tensiunea  $U_2 = 10$  V. Care este t.e.m.  $E$ ?

2.9.22. Intensitatea curentului de scurtcircuit pentru o sursă cu t.e.m.  $E = 24$  V este  $I_{sc} = 80$  A. Care trebuie să fie rezistența  $R$  a circuitului exterior pentru a se obține prin acesta un curent de intensitate  $I = 1$  A?

2.9.23. Pentru circuitul reprezentat în figura 2.9.23 voltmetrul indică  $U = 24$  V. Rezistența interioară a sursei este  $r = 0,2 \Omega$ , iar rezistența rezistorului  $R = 8 \Omega$ . Intensitatea curentului absorbit de voltmetru și căderea de tensiune în ampermetru sînt neglijabile. Să se determine:

a) intensitatea curentului  $I$  prin circuit;

b) t.e.m.  $E$  a sursei;

c) indicațiile celor două aparate de măsură, dacă se scurtcircuitază rezistorul.

2.9.24. Un acumulator cu t.e.m.  $E = 12$  V are intensitatea curentului de scurtcircuit  $I_{sc} = 40$  A. Ce rezistență are rezistorul care, legat la bornele acumulatorului, face ca tensiunea la borne să fie  $U = 11$  V?

2.9.25. Circuitul electric din figura 2.9.25 conține o sursă cu t.e.m.  $E = 40$  V și rezistența interioară  $r = 1 \Omega$ , două rezistoare cu rezistențele  $R_1 = 6 \Omega$  și respectiv  $R_2 = 12 \Omega$  și un fir metalic  $AB$  cu lungimea  $l = 0,8$  m și rezistența  $R = 6 \Omega$ . Pe firul  $AB$  se deplasează cursorul  $C$  prin care se închide circuitul. Se cer:

a) rezistența echivalentă  $R_{12}$  pentru rezistoarele  $R_1$  și  $R_2$ ;

b) rezistivitatea  $\rho$  a firului metalic, dacă aria secțiunii lui transversale este  $S = 1$  mm<sup>2</sup>;

c) distanța  $x = AC$ , astfel încît tensiunea între punctele  $A$  și  $C$  să fie  $U_{AC} = 15$  V.

2.9.26. Să se arate că adăugarea unei surse, în serie cu o grupare serie de surse legată la un rezistor, determină creșterea intensității curentului  $I$  prin acesta, cînd intensitatea curentului de scurtcircuit  $I_{sc}$  al sursei adăugate este  $I_{sc} > I$ .

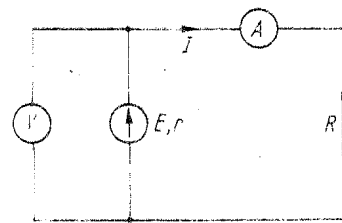


Fig. 2.9.23

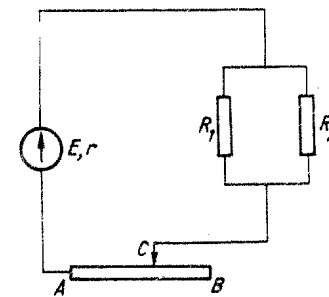


Fig. 2.9.25

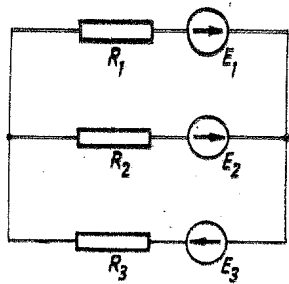


Fig. 2.9.27

2.9.27. În circuitul reprezentat în figura 2.9.27 se cunosc  $R_1 = R_3 = 2 \Omega$ ;  $R_2 = 4 \Omega$ ;  $E_1 = 4 \text{ V}$ ;  $E_2 = 3 \text{ V}$ ;  $E_3 = 2 \text{ V}$ . Să se determine intensitățile curenților din laturile circuitului folosind legile lui Kirchhoff.

2.9.28. Sursele din circuitul reprezentat în figura 2.9.28 cu t.e.m.  $E_1 = 10 \text{ V}$ ;  $E_2 = 5 \text{ V}$ ,  $E_3 = 6 \text{ V}$  și rezistențele interioare  $r_1 = 0,1 \Omega$ ;  $r_2 = 0,2 \Omega$ ;  $r_3 = 0,1 \Omega$ . Să se calculeze tensiunile la bornele rezistoarelor având rezistențele  $R_1 = 5 \Omega$ ;  $R_2 = 1 \Omega$ ;  $R_3 = 3 \Omega$ .

2.9.29. Să se calculeze intensitățile curenților din laturile circuitului reprezentat în figura 2.9.29, dacă  $E_1 = 27 \text{ V}$ ;  $E_2 = 30 \text{ V}$ ;  $r_1 = 30 \text{ m}\Omega$ ;  $r_2 = 50 \text{ m}\Omega$ .  $R_1 = R_2 = R_5 = 8 \Omega$ ;  $R_3 = 1,97 \Omega$ ;  $R_4 = 2,95 \Omega$ ;  $R_6 = 12 \Omega$ ;  $R_7 = 1,2 \Omega$ .

2.9.30. Să se determine intensitățile curenților din laturile circuitului din figura 2.9.30 prin metoda teoremelor Kirchhoff. Se dau  $E_1 = 8 \text{ V}$ ;  $E_2 = 48 \text{ V}$ ;  $r_1 = 3 \Omega$ ;  $r_2 = 2 \Omega$ ;  $R = 2 \Omega$ . Să se mai determine:

- tensiunea  $U$  dintre noduri;
- tensiunea  $U_0$  la bornele surselor la funcționarea în gol ( $R \rightarrow \infty$ );
- intensitatea curențului  $I_{sc}$  la funcționarea în scurtcircuit ( $R = 0$ );
- condiția care ar trebui îndeplinită în cazul celor două surse legate în paralel pentru ca prin rezistorul legat la bornele lor să nu treacă curent, oricare ar fi rezistența acestuia;
- pornind de la expresia pentru tensiunea  $U$  la bornele surselor, obținută la punctul a, să se generalizeze această relație pentru cazul grupării în paralel a  $n$  surse având t.e.m.  $E_k$  și rezistențele interioare  $r_k$  iar la bornele grupării legat un rezistor de rezistență  $R$ ;

f) ce valoare  $R_0$  ar trebui să aibă rezistența rezistorului  $R$  pentru ca intensitatea curențului  $I_1$  prin sursa 1 să se anuleze?

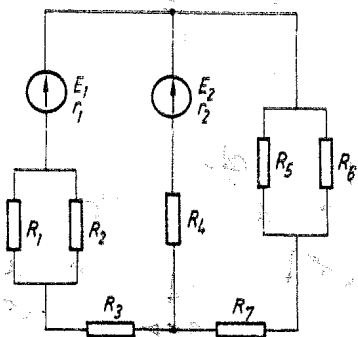


Fig. 2.9.29

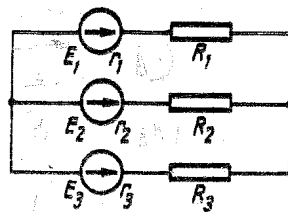


Fig. 2.9.28

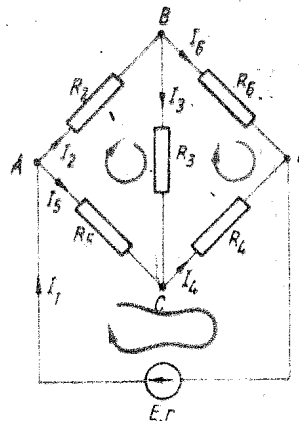


Fig. 2.9.32

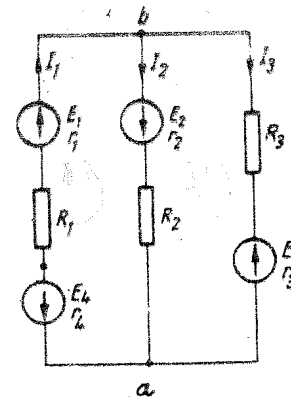


Fig. 2.9.33

2.9.31. Tensiunea la bornele unei surse la care este legat un rezistor este  $U = 6 \text{ V}$ . Care trebuie să fie t.e.m.  $E_2$  a unei alte surse astfel încât, legată în paralel cu prima, să determine creșterea tensiunii  $U'$  ( $U' > U$ ) la bornele surselor?

2.9.32. Pentru circuitul din figura 2.9.32, se cunosc:  $E = 47 \text{ V}$ ;  $r = 1 \Omega$ ;  $R_2 = 4 \Omega$ ;  $R_3 = 3 \Omega$ ;  $R_4 = R_6 = 1 \Omega$ ;  $R_5 = 2 \Omega$ . Să se calculeze intensitățile curenților din laturile circuitului.

2.9.33. Să se calculeze intensitățile curenților din laturile circuitului din figura 2.9.33, cunoscând că:  $E_1 = 55 \text{ V}$ ;  $E_2 = 10 \text{ V}$ ;  $E_3 = 30 \text{ V}$ ;  $E_4 = 15 \text{ V}$ ;  $r_1 = 0,3 \Omega$ ;  $r_2 = 0,4 \Omega$ ;  $r_3 = 0,1 \Omega$ ;  $r_4 = 0,2 \Omega$ ;  $R_1 = 9,5 \Omega$ ;  $R_2 = 19,6 \Omega$ ;  $R_3 = 4,9 \Omega$ . Să se calculeze și tensiunea  $U_{ab}$  între punctele a și b.

2.9.34. La bornele unei surse se leagă un rezistor cu rezistența  $R$ , tensiunea la borne fiind  $U = 3 \text{ V}$ . Dacă se înlocuiește rezistorul cu altul având rezistența  $3R$ , tensiunea la borne crește cu  $n = 20\%$ . Să se calculeze t.e.m.  $E$  a sursei.

2.9.35. La bornele unei surse se leagă în serie două voltmetre care indică  $U_1 = 8 \text{ V}$  și  $U_2 = 4 \text{ V}$ . Dacă se leagă la sursă numai al doilea voltmetru, acesta indică  $U_2' = 10 \text{ V}$ . Care este tensiunea electromotoare  $E$  a sursei?

2.9.36. Un conductor de oțel are rezistența  $R_1$  de două ori mai mare decât un conductor de cupru,  $R_1 = 2R_2$ . Pentru ce tip de legare a conductorilor, serie sau paralel, puterea disipată  $P_2$  de conductorul de cupru este mai mare decât puterea  $P_1$  disipată de conductorul de oțel?

2.9.37. Să se demonstreze că o sursă, cu t.e.m.  $E$  și rezistența interioară  $r$ , transmite putere maximă  $P_{max}$  în circuitul exterior când rezistența  $R$  a circuitului exterior este egală cu rezistența interioară a sursei,  $R = r$ . Să se calculeze randamentul transmisiei ( $\eta = \frac{P_{transmisă}}{P_{sursei}}$ ).

2.9.38. O sursă având rezistența interioară  $r = 0,25 \Omega$  disipă pe un rezistor de rezistență  $R_1 = 0,01 \Omega$  o putere  $P$ . Pe ce alt rezistor de rezistență  $R_2$  va disipa sursa aceeași putere  $P$ ?

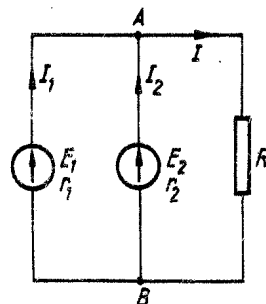


Fig. 2.9.30

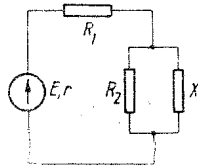


Fig. 2.9.39

2.9.39. Se consideră circuitul din figura 2.9.39, în care  $E = 120 \text{ V}$ ,  $r = 1 \ \Omega$ ,  $R_1 = 19 \ \Omega$ ,  $R_2 = 20 \ \Omega$ . Să se calculeze:

- valorile posibile pentru rezistența rezistorului  $X$  astfel ca puterea disipată de acesta să fie  $P = 80 \text{ W}$ ;
- pentru ce valoare a rezistenței rezistorului  $X$ , calculată la punctul  $a$ , puterea dezvoltată de sursă,  $P_s$ , este mai mare.

2.9.40. O sursă cu t.e.m.  $E = 10 \text{ V}$  și rezistență interioară  $r = 1 \ \Omega$  disipă pe un rezistor cu rezistența  $R$  puterea  $P = 9 \text{ W}$ . Să se calculeze tensiunea  $U$  la bornele sursei. Să se interpreteze rezultatele obținute.

2.9.41. O sursă disipă în circuitul exterior aceeași putere  $P = 80 \text{ W}$  când la borne este legat un rezistor cu rezistența  $R_1 = 5 \ \Omega$  sau un rezistor cu rezistența  $R_2 = 20 \ \Omega$ . Să se determine:

- rezistența interioară  $r$  și tensiunea electromotoare  $E$  ale sursei;
- randamentele transferului de putere  $\eta$  cu care funcționează sursa pentru  $R_1$ ,  $R_2$  și în ce caz și cu ce randament ar furniza sursa puterea maximă  $P_{max}$ ?

2.9.42. Se dau  $N = 24$  acumulatori avind fiecare t.e.m.  $E = 2 \text{ V}$  și rezistența interioară  $r = 0,3 \ \Omega$ . Care sînt posibilele grupări mixte ale acumulatorilor pentru ca intensitatea curentului prin circuitul exterior de rezistență  $R = 0,2 \ \Omega$  să aibă valoare maximă? Care este puterea disipată în circuitul exterior?

2.9.43. Se consideră două surse, prima cu t.e.m.  $E_1 = 3 \text{ V}$  și rezistența interioară  $r_1 = 0,6 \ \Omega$ , cealaltă cu  $E_2 = 6 \text{ V}$  și  $r_2 = 0,3 \ \Omega$ . Cum trebuie conectate sursele pentru a se transmite o putere maximă circuitului exterior avind rezistența  $R = 0,2 \ \Omega$ ?

2.9.44. Două surse, cu rezistențele interioare  $r_1 = 0,3 \ \Omega$  și — respectiv —  $r_2 = 1,2 \ \Omega$ , transferă aceeași putere maximă circuitului exterior, fie că sînt legate în paralel, fie în serie. Să se determine t.e.m.  $E_2$ , cunoscînd că  $E_1 = 4 \text{ V}$ .

2.9.45. De la o sursă, la bornele căreia tensiunea este  $U_0 = 10^5 \text{ V}$ , trebuie transmisă pe o linie de transport avind lungimea  $l = 5 \text{ km}$  puterea  $P = 5 \text{ MW}$ . Considerînd pierderea de tensiune pe linie de  $n = 1\%$ , să se calculeze care trebuie să fie diametrul secțiunii minime a conductorilor din care trebuie să fie făcută linia.

2.9.46. Rezistența unui bec electric cu filament, pe soclul căruia stă scris  $220 \text{ V} - 100 \text{ W}$ , este de 11 ori mai mică la rece (temperatura  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ ) decît în starea de incandescență. Să se determine:

- rezistența  $R$ , la rece;
- valoarea coeficientului de temperatură  $\alpha$ , dacă temperatura de încălzire a filamentului este  $t_2 = 2350^\circ\text{C}$ .

2.9.47. O linie de argintare este alcătuită din 40 băi electrolitice legate în serie, prin care trece un curent de intensitate  $I = 5 \text{ A}$ . Să se calculeze cantitatea de argint produsă de linie în  $t = 8 \text{ h}$  ( $K = 1,118 \frac{\text{mg}}{\text{C}}$ ).

2.9.48. Printr-o baie electrolitică care conține o soluție de sulfat de nichel ( $\text{NiSO}_4$ ) se trece un curent de intensitate  $I = 45 \text{ A}$ . Să se calculeze timpul în

care se obțin 587 g de nichel prin electroliză. (Masa atomică a nichelului este  $A = 58,69$ ; valența  $n = 2$ ;  $F = 96\,500 \frac{\text{C}}{\text{ech. g}}$ .)

2.9.49. Într-o cuvă (baie) electrolitică cu o soluție de  $\text{AuCl}_3$ , unul din electrozi este un obiect care trebuie placat cu un strat de aur cu grosimea  $h = 50 \ \mu\text{m}$ . Suprafața obiectului este  $S = 5 \text{ dm}^2$ . În cit timp are loc aurirea dacă baia este străbătută de un curent de intensitate  $I = 2 \text{ A}$ ? Ce polaritate are obiectul ca electrod (densitatea aurului  $19,3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ;  $K_{\text{Au}} = 0,681 \text{ mg/C}$ )?

2.9.50. Două băi electrolitice, una cu  $\text{AgNO}_3$ , cealaltă cu  $\text{AuCl}_3$ , sînt legate în serie. Dacă la terminarea procesului de electroliză s-a depus la catodul primei băi  $m_1 = 100 \text{ g}$  de argint, care este masa  $m_2$  a cantității de aur depusă la catodul celeilalte băi ( $A_1 = 107,88$ ;  $A_2 = 197,2$ ;  $n_1 = 1$ ;  $n_2 = 3$ )?

2.9.51. În circuitul de alimentare a unei băi electrolitice, un ampermetru indică un curent de intensitate  $I_1 = 0,90 \text{ A}$ . Care este eroarea  $\Delta I = I - I_A$  introdusă de instrument dacă în timp de  $t = 10 \text{ min}$  la catodul băii s-au depus  $m = 0,632 \text{ g}$  de argint ( $K_{\text{Ag}} = 1,118 \text{ mg/C}$ )?

## CAPITOLUL 10

### CÂMPUL MAGNETIC AL CURENTULUI ELECTRIC. ACȚIUNEA CÂMPULUI MAGNETIC ASUPRA PARTICULELOR ELECTRIZATE ÎN MIȘCARE

2.10.1. Să se calculeze forța exercitată asupra unui conductor rectiliniu avind lungimea  $l = 2 \text{ m}$ , parcurs de un curent de intensitate  $I = 10 \text{ A}$ , într-un câmp magnetic uniform  $B = 1 \text{ mT}$ . În câmpul magnetic conductorul este orientat: a) perpendicular; b) sub un unghi  $\alpha = 60^\circ$ .

2.10.2. Într-un câmp magnetic uniform orizontal cu  $B = 0,02 \text{ T}$  se află un conductor orizontal, orientat sub unghiul  $\alpha = 45^\circ$ . Să se calculeze care trebuie să fie intensitatea  $I$  a curentului prin conductor pentru ca acesta să rămînă suspendat numai sub acțiunea forței magnetice. Masa pe unitatea de lungime a conductorului este  $m_1 = 0,01 \text{ kg/m}$ .

2.10.3. Care este fluxul magnetic printr-o suprafață cu aria  $S = 100 \text{ cm}^2$ , orientată sub unghiul  $\alpha = 30^\circ$  într-un câmp magnetic uniform cu inducția  $B = 10^{-4} \text{ T}$ ?

2.10.4. Să se calculeze inducția cîmpului magnetic într-un punct aflat la distanța  $r = 10 \text{ cm}$  de un conductor rectiliniu foarte lung, situat în aer, parcurs de un curent de intensitate  $I = 10 \text{ A}$  ( $\mu_{\text{aer}} \approx \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ ).

2.10.5. Prin virfurile unui triunghi echilateral cu latura  $a = 10 \text{ cm}$ , trec, perpendicular pe planul figurii, trei conductori rectilinii foarte lungi, situați în aer, parcursi de curenți cu intensitățile  $I_1 = I_2 = 10 \text{ A}$  și  $I_3 = -10 \text{ A}$ . Să se calculeze inducția cîmpului magnetic  $B$  în punctele care determină dreapta egal depărtată de cei trei conductori ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ ).

**2.10.6.** Doi conductori rectilinii, paraleli și foarte lungi, așezați în aer la distanța  $a = 10$  cm unul de altul, sînt parcursi de curenți avînd aceeași intensitate  $I = 30$  A, dar de sens contrar. Să se calculeze inducția  $B$  a cîmpului magnetic în punctul situat la:

a) mijlocul distanței dintre cei doi conductori;

b) distanța  $r_1 = 15$  cm de un conductor și  $r_2 = 5$  cm de celălalt, punct coplanar conductorilor.

**2.10.7.** Prin trei conductori foarte lungi situați în aer, coplanari și, echidistanți, distanța dintre doi conductori succesivi fiind  $a = 3$  cm, trec curenți avînd intensitățile  $I_1 = I_2$  și  $I_3 = -(I_1 + I_2)$ . Să se determine acea ordine a conductorilor pentru care se poate stabili poziția unei drepte situată coplanar și paralelă cu cei trei conductori, în punctele căreia inducția cîmpului magnetic rezultat  $B$  este zero.

**2.10.8.** Doi conductori rectilinii, foarte lungi, paraleli, situați în aer la distanța  $d = 0,4$  m unul de celălalt, sînt parcursi de doi curenți avînd sensuri contrare și intensități egale  $I_1 = -I_2 = 100$  A. Să se calculeze forța de interacție electromagnetică pe unitatea de lungime,  $f$  (de atracție sau de respingere?), dintre conductori.

**2.10.9.** Un conductor rectiliniu foarte lung parcurs de un curent de intensitate  $I = 20$  A este plasat în planul unei bobine-cadru dreptunghiular, paralel cu două din laturile acesteia, ca în figura 2.10.9. Intensitatea curentului prin cadru este  $I' = 10$  A, iar  $a = c = 20$  cm,  $b = 30$  cm. Ce sensuri pot avea curenții  $I$  și  $I'$  pentru ca forța  $F$  care acționează asupra cadrului să fie de atracție și care este valoarea acestei forțe?

**2.10.10.** Unei spire circulare din sîrmă de cupru avînd rezistivitatea  $\rho = 1,673 \cdot 10^{-8}$   $\Omega$ m și aria secțiunii  $S = 10$  mm<sup>2</sup> i se aplică tensiunea  $U = 12,5$  mV. Inducția magnetică în centrul spirei este  $B = 0,52 \cdot 10^{-4}$  T.

Care este intensitatea curentului care parcurge spira ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$   $\frac{H}{m}$ )?

**2.10.11.** O bobină-cadru pătratică avînd  $N = 500$  spire, cu aria secțiunii  $S = 4$  cm<sup>2</sup>, parcursă de un curent de intensitate  $I = 10$  A, este orientată perpendicular pe liniile de cîmp magnetic uniform avînd inducția  $B = 10^{-3}$  T. Bobina este rotită cu un unghi  $\alpha = 30^\circ$  față de poziția sa inițială, în jurul axei perpendiculare pe liniile de cîmp. Să se calculeze momentul cuplului exercitat asupra bobinei în noua poziție și în poziția inițială.

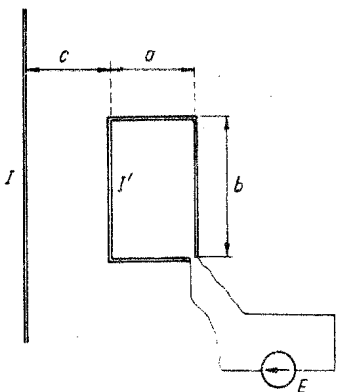


Fig. 2.10.9

**2.10.12.** Un conductor rectiliniu de lungime  $l = 20$  cm, parcurs de un curent de intensitate  $I = 5$  A, se mișcă cu o viteză  $v = 20$  cm/s într-un cîmp magnetic uniform de inducție  $B = 0,6$  T, orientată sub un unghi  $\alpha = 30^\circ$  față de direcția conductorului. Să se calculeze:

a) forța exercitată asupra conductorului;

b) puterea mecanică cheltuită pentru mișcarea conductorului.

**2.10.13.** Principiul de funcționare a aparatului de măsură magnetoelectric constă în acțiunea unui cîmp magnetic, produs de un magnet permanent, asupra unei bobine-cadru mobile: parcursă de curentul de măsurat, de intensitate  $I$ . În aceste condiții, ia naștere un cuplu, de moment  $M$ , care imprimă o mișcare de rotație bobinei-cadru și prin aceasta unui ac indicator ce se deplasează în fața unui cadran etalonat. Cîmpul magnetic dintre polii (întrefierul) magnetului este orientat radial, astfel încît forța exercitată asupra unei laturi a bobinei paralele cu axul de rotație (latura activă) este orientată tangențial. La echilibru, momentul cuplului  $M$  produs de forțele electromagnetice este egal cu cuplul opus (antagonist)  $M_a = k\alpha$  produs de două arcuri spirale. Rezultă că indicația  $\alpha$  este proporțională cu intensitatea curentului de măsurat:  $\alpha = KI$ , unde constanta de proporționalitate  $K$  reprezintă sensibilitatea aparatului. Constanta aparatului magnetoelectric  $C$  este egală cu intensitatea curentului corespunzătoare unei deviații de o diviziune a acului indicator.

Aparatul magnetoelectric de măsură, reprezentat schematic în figura 2.9.16, are o bobină-cadru cu  $N = 500$  spire și dimensiunile  $a = 20$  cm și  $b = 30$  cm, unde  $b$  este lungimea laturii active a cadrului bobinei. Inducția cîmpului magnetic în întrefier este  $B = 0,1$  T. Cuplul antagonist este produs de două arcuri spirale avînd, împreună, constanta elastică de torsiunea  $k = 5 \cdot 10^{-5}$  N · m/grad. Să se calculeze:

a) unghiul  $\alpha$  cu care se rotește acul indicator cînd bobina-cadru este parcursă de un curent continuu cu intensitatea  $I = 1$  mA;

b) constanta  $C$  a aparatului, dacă intervalul dintre două diviziuni de pe scala aparatului este de  $2^\circ$ .

**2.10.14.** Un proton avînd viteza  $v_0 = 5 \cdot 10^4$  m/s pătrunde\* într-un cîmp uniform de inducție magnetică  $B = 10^{-3}$  T, sub un unghi  $\alpha = 10^\circ$  față de liniile de cîmp. Să se calculeze raza  $R$  și pasul elicoidei  $h$  pe care se mișcă protonul în cîmp. Sarcina și masa protonului sînt  $q = |e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  și  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.

**2.10.15.** Un electron pătrunde cu viteza  $v_0 = 8 \cdot 10^8$  m/s într-un cîmp uniform de inducție magnetică  $B = 3,14 \cdot 10^{-2}$  T, sub un unghi  $\alpha = 30^\circ$  față de orientarea liniilor de cîmp. Să se calculeze raza  $R$  și pasul  $h$  al elicoidei pe care se mișcă electronul în cîmp ( $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg).

**2.10.16.** Două particule nucleare, un proton  $p$  și o particulă  $\alpha$ , sînt accelerate sub aceeași tensiune  $U$ , viteza lor inițială fiind nulă. După procesul de accelerare, particulele pătrund perpendicular într-un cîmp magnetic uniform. Să se calculeze raportul razelor  $R_\alpha/R_p$  a traiectoriilor circulare a particulelor. Sarcina particulei  $\alpha$  este  $q_\alpha = 2|e|$ , a protonului  $q_p = |e|$ ;  $m_\alpha = 6,65 \cdot 10^{-27}$  kg,  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.

**2.10.17.** Ce viteză să aibă un proton, pentru ca mișcîndu-se orizontal și perpendicular pe direcția liniilor de cîmp magnetic terestru, traiectoria lui să rămîna rectilinie. Componenta orizontală a inducției magnetice terestre este  $B_0 = 2,3 \cdot 10^{-4}$  T, iar accelerația gravitațională  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>. Sarcina și masa protonului sînt  $q = |e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.

**2.10.18.** Un fascicul electronic, accelerat la tensiunea  $U = 1000$  V (viteza inițială a electronilor se consideră nulă), intră perpendicular într-un

\* Se consideră că mișcarea particulei se face în regiuni cu vid înaintat, așa cum se presupune și în problemele următoare.

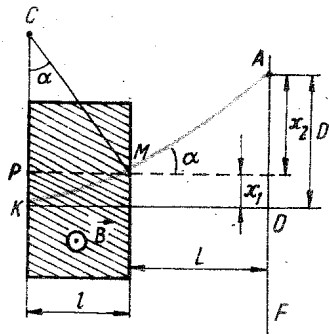


Fig. 2.10.18

cîmp magnetic uniform cu inducția  $B=10^{-3}\text{T}$  (fig. 2.10.18). Lărgimea regiunii unde există cîmpul magnetic este  $l = 5\text{ cm}$ . La o distanță  $L = 25\text{ cm}$  de la ieșirea din cîmpul magnetic, fasciculul lovește un ecran fluorescent  $F$  pe care apare o pată (spot) luminoasă. Să se calculeze distanța  $D$  dintre poziția deplasată a spotului și poziția sa în absența cîmpului magnetic. Sarcina și masa electronului sînt  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$  și  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$ .

2.10.19. Se consideră o regiune a spațiului în care de-a lungul axei  $Oy$  și perpendicular pe axa  $Ox$  există o suprafață de separație între două zone în care inducția cîmpului magnetic are în zona din stînga, respectiv în zona din dreapta axei  $Oy$ , valorile  $2B$  și  $B$  (fig. 2.10.19). Perpendicular pe  $B$  și pe suprafața de separație a celor două zone pătrunde un electron ( $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$ ) cu viteza  $v_0 = 10^7\text{ m/s}$ . Care va fi traiectoria și viteza  $v_y$  a electronului în lungul axei  $Oy$ ?

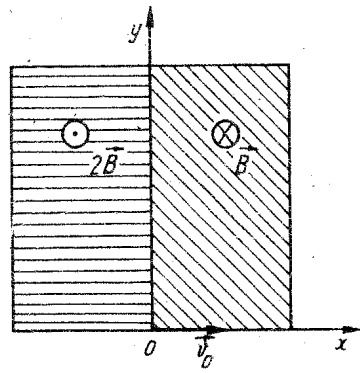


Fig. 2.10.19

## CAPITOLUL 11

### INDUCȚIA ELECTROMAGNETICĂ

2.11.1 O spiră cu aria suprafeței  $S = 3\text{ cm}^2$  este situată într-un cîmp magnetic uniform avînd liniile de cîmp perpendiculare pe planul spirei. Care este valoarea medie a tensiunii electromotoare induse în spiră,  $e$ , dacă în intervalul de timp  $\Delta t = 0,02\text{ s}$  inducția magnetică descrește de la  $B_1 = 0,3\text{ T}$  la  $B_2 = 0,1\text{ T}$ ?

2.11.2. Care este fluxul magnetic  $\Phi$  printr-o spiră a unei bobine cu  $N = 1500$  spire, dacă prin anularea uniformă a inducției cîmpului magnetic uniform  $B$ , în intervalul  $\Delta t = 0,1\text{ s}$ , în bobină se induce tensiunea electromotoare  $e = 15\text{ V}$ ?

2.11.3. O spiră circulară cu aria  $S = 5 \cdot 10^{-3}$  este situată într-un cîmp magnetic uniform cu inducția  $B = 0,2\text{ T}$ . Axa longitudinală a spirei face un unghi  $\alpha = 60^\circ$  cu liniile de cîmp. Care este valoarea medie a t.e.m. induse,  $e$ , dacă se suprimă cîmpul magnetic în intervalul de timp  $\Delta t = 0,02\text{ s}$ ?

2.11.4. În regiunea de mijloc a unui solenoid lung se introduce, între două spire alăturate, o spiră conductoare cu raza de  $5\text{ cm}$ . Solenoidul are lungimea  $l = 2\text{ m}$ ,  $N = 1000$  spire și este parcurs de curentul de intensitate  $I = 10\text{ A}$ . Să se calculeze valoarea medie,  $e$ , a t.e.m. induse dacă se întrerupe curentul prin circuit în intervalul de timp  $\Delta t = 0,01\text{ s}$ .

2.11.5. Într-un cîmp magnetic uniform de inducție  $B = 0,04\text{ T}$  se află o bobină cadru cu  $N = 300$  spire. Rezistența bobinei este  $R = 40\ \Omega$  iar aria suprafeței unei spire  $S = 16\text{ cm}^2$ . Axul bobinei face un unghi  $\alpha = 60^\circ$  cu direcția liniilor de cîmp. Ce sarcină electrică parcurge bobina la dispariția (anularea) cîmpului magnetic?

2.11.6. Se consideră circuitul din figura 2.11.6, situat într-un cîmp magnetic uniform de inducție  $B = 10^{-2}\text{ T}$ , perpendiculară pe planul circuitului. Tija metalică radială, de lungime  $R = 5\text{ cm}$ , se rotește uniform cu  $n = 20\text{ rot/s}$ . Să se calculeze tensiunea  $U_{AB}$  la bornele circuitului.

2.11.7. Un avion turboreactor zboară, orizontal, cu o viteză  $v = 900\text{ km/h}$ . Distanța dintre capetele aripilor este  $l = 50\text{ m}$ , iar componenta verticală a inducției magnetice terestre este  $B = 5 \cdot 10^{-5}\text{ T}$ . Să se determine tensiunea  $U$  între capetele aripilor.

2.11.8. Fluxul magnetic printr-o spiră a unei bobine cu  $N = 400$  spire variază cu timpul așa cum se arată în diagrama din figura 2.11.8. Să se determine valoarea cea mai mare,  $e_1$ , și valoarea cea mai mică,  $e_2$ , diferită de zero, a t.e.m. induse în bobină și să se explice de ce pentru  $t \in (0,2; 0,4)\text{ s}$ , t.e.m. indusă în bobină este zero.

2.11.9. Un conductor rectiliniu  $AA'$ , cu lungimea  $l = 1,2\text{ m}$ , este legat, prin sîrme foarte subțiri și flexibile, la bornele unei surse cu t.e.m.  $E = 24\text{ V}$  și rezistența interioară  $r = 5\ \Omega$  (fig. 2.11.9). Conductorul se mișcă uniform, cu o viteză  $v = 12,5\text{ m/s}$ , perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic de inducție  $B = 0,8\text{ T}$ . Să se calculeze intensitatea curentului  $I$  prin conductor.

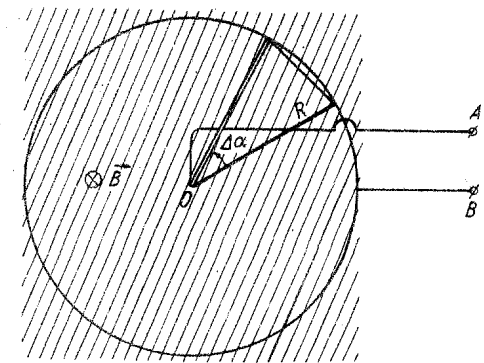


Fig. 2.11.6

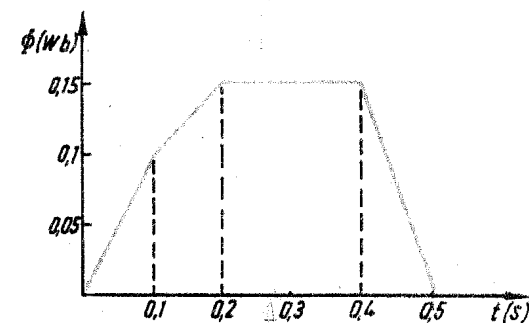


Fig. 2.11.8

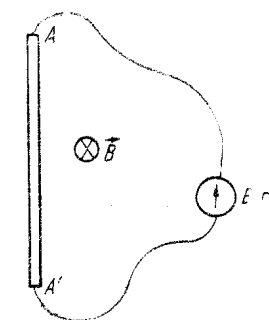


Fig. 2.11.9

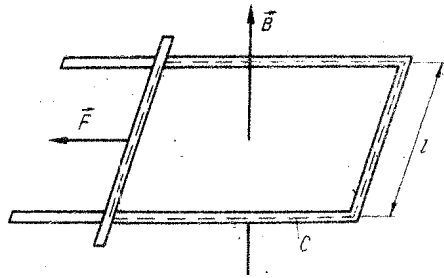


Fig. 2.11.10

În ce raport se află  $I$  față de intensitatea curentului  $I'$  prin conductor, când acesta se oprește? Rezistența circuitului exterior este  $R = 25 \Omega$ .

**2.11.10.** Un conductor rectiliniu de lungime  $l$  face parte dintr-un circuit dreptunghiular închis  $C$ . Conductorul se poate mișca uniform, cu viteza  $\vec{v}$ , sub acțiunea unei forțe exterioare  $\vec{F}$ , în cimpul magnetic de inducție  $\vec{B}$ , normală pe planul circuitului (fig. 2.11.10). Sensul cun-

turului  $C$  este asociat, după regula burghiului drept, sensului lui  $\vec{B}$ . Experimental se constată că în circuit apare o t.e.m. de inducție  $e$  și un curent în sensul acestei t.e.m. Punind condiția de conservare a puterilor pentru experimentul descris, să se deducă expresia  $e = -\Delta\Phi/\Delta t$  a legii inducției electromagnetice.

**2.11.11.** Trei sîrme izolate (emailate) sînt indoite în formă de bucle, ca în figura 2.11.11,  $a, b, c$ , cercul mare al buclelor avînd raza  $r_1 = 20$  cm, cel mic  $r_2 = 5$  cm. Buclele de sîrmă sînt situate într-un cimp magnetic, avînd inducția normală pe planul buclelor și cu variație uniform crescătoare în timp, viteza de creștere fiind  $\Delta B / \Delta t = 0,05$  T. Să se determine:

a) tensiunea electromotoare indusă,  $e$ , în circuitul buclă și b) tensiunea  $U_{CD}$  între punctele  $CD$  în cele trei cazuri.

**2.11.12.** Pe un inel conductor (de rezistență foarte mică), cu diametrul  $D = 20$  cm (fig. 2.11.12), alunecă capetele  $CC'$  ale unei bare conductoare fixate de un ax conductor perpendicular pe centrul inelului, ax care se rotește cu turația constantă  $n = 300$  rot/min. Rezistența barei este  $r = 0,2 \Omega$ . Sistemul este plasat într-un cimp magnetic uniform cu inducția  $B = 10^{-2}$  T, paralelă cu axul. Între inel și ax este legat un rezistor cu rezistența  $R = 0,2 \Omega$ .

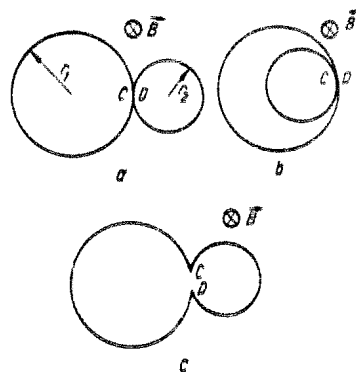


Fig. 2.11.11

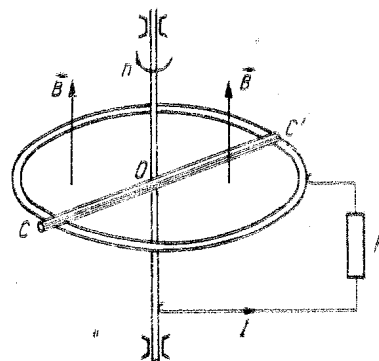


Fig. 2.11.12

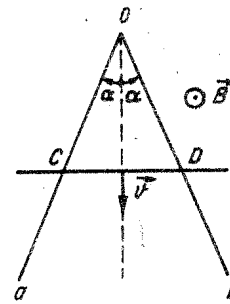


Fig. 2.11.13

a) Să se determine căldura  $Q$  disipată în rezistor.

b) Dacă se fixează bara pe inel, iar roata astfel formată se rotește cu aceeași turație  $n$ , care este valoarea căldurii disipate în rezistorul  $R$ ?

**2.11.13.** Un conductor unghiular  $aOb$  cu deschiderea  $2\alpha = 30^\circ$  se află într-un cimp magnetic de inducție  $B = 0,1$  T, perpendiculară pe planul determinat de conductor, așa cum se arată în figura 2.11.13. Bara conductoare  $CD$  în permanent contact cu conductorul unghiular se mișcă uniform cu viteza  $v = 2$  m/s, rămînînd mereu perpendiculară pe bisectoarea unghiului  $aOb$ . Rezistența pe unitatea de lungime a circuitului astfel format este  $R_e = 0,33 \Omega/m$ . Să se calculeze intensitatea  $I$  a curentului care parcurge circuitul triunghiular.

**2.11.14.** Așa cum se arată în figura 2.11.14, pe carcasa cilindrică de carton,  $C$ , se înfășoară sîrmă de pe mosorul  $M$  cu viteza unghiulară  $\omega$ . Capătul sîrmei de pe carcasa  $C$  este fixat la un inel metalic  $I$  care alunecă sub o lamelă de contact  $A$ . Între lamela  $A$  și o altă lamelă  $A'$  care face contact cu sîrma care se desfășoară de pe mosorul  $M$  se conectează un voltmetru  $V$ . Carcasa se rotește în jurul axului ei longitudinal, orientat paralel cu liniile cimpului dintre poli unui magnet. Ce va indica voltmetrul? (Dispersia liniilor de cimp magnetic în întrefierul magnetului se neglijează.)

**2.11.15.** Sîrma de cupru din care este format un solenoid cu lungimea  $l = 2$  m și rezistența  $R = 2 \Omega$  are diametrul  $D = 1$  mm și rezistivitatea  $\rho = 1,67 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ . Să se calculeze inductanța  $L$  a solenoidului.

**2.11.16.** O bobină lungă, cu un singur strat, este despărțită în două secțiuni, ca în figura 2.11.16. Măsurarea inductanțelor secțiunilor a dat pentru prima secțiune  $L_1 = 0,04$  H și  $L_2 = 0,09$  H pentru a doua secțiune.

a) Care este inductanța  $L$  a întregii bobine?

b) Cîte spire are bobina, dacă prima secțiune are  $N_1 = 100$  spire?

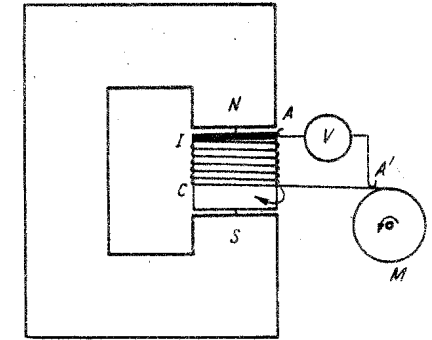


Fig. 2.11.14

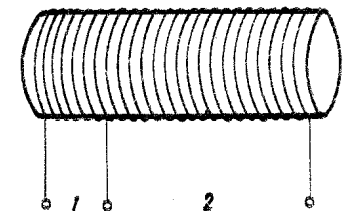


Fig. 2.11.16



## RĂSPUNSURI

CAPITOLUL 1. NOTIUNI DESPRE STRUCTURA CORPURILOR

- 2.1.1. a)  $m_{O_2} = \frac{\mu_{O_2}}{N_A} = 5,3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ ;  $m_O = \frac{\mu_O}{N_A} = 2,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ .  
 b)  $m_{N_2} = 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ ,  $m_N = 2,32 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ ; c)  $m_{He} = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .  
 2.1.2. a)  $N = N_A \frac{m}{\mu_{CO_2}} = 1,37 \cdot 10^{25}$ ; b)  $m_{CO_2} = \frac{\mu_{CO_2}}{N_A} = 7,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ ;  
 c)  $n = \frac{N_A V}{\mu_{CO_2}} \rho_0 = 2,7 \cdot 10^{25}$ ; d)  $d = \sqrt[3]{\frac{\mu_{CO_2}}{N_A \rho_0}} = 3,3 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ .  
 2.1.3. a)  $m_{NH_3} = \frac{\mu}{N_A} = 2,7 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ ; b)  $\rho_0 = \frac{\mu}{V \mu_0} = 0,754 \text{ kg/m}^3$ .  
 2.1.4.  $N_0 = \frac{N_A}{V \mu_0} = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ .  
 2.1.5.  $d = \sqrt[3]{\frac{1}{N_0}} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  ( $N_0$  — numărul lui Loschmidt).  
 2.1.6.  $k = \frac{V'}{V} = \frac{\sqrt{N_A} v_0}{\sqrt{V \mu_0}} = \frac{N_A}{V \mu_0} \cdot \frac{\pi d^3}{6} = \frac{1}{71\,000}$ .  
 2.1.7. a)  $m_{CS_2} = \frac{\mu_{CS_2}}{N_A} = 1,26 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ ; b)  $v_{CS_2} = \frac{\mu_{CS_2}}{\rho N_A} \approx 10^{-28} \text{ m}^3$ ;  
 c)  $d = \sqrt[3]{\frac{6 v_{CS_2}}{\pi}} = 5,76 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .  
 2.1.8.  $v_0 = \frac{\mu}{\rho N_A} = 1,7 \cdot 10^{-28} \text{ m}^3$ ;  $d = 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

CAPITOLUL 2. LICHID ȘI GAZUL IDEAL

2.2.1. Vezi figura 2.2.1, R.

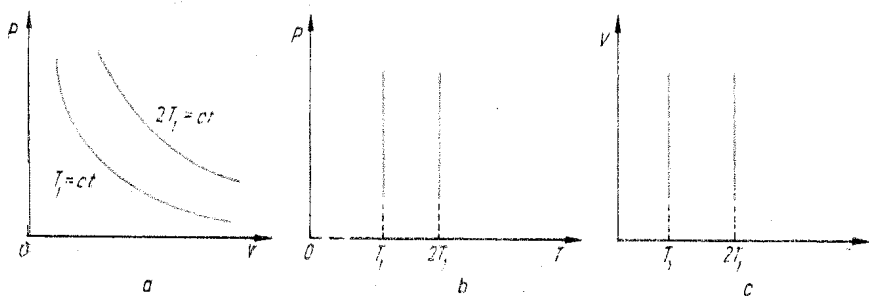


Fig. 2.2.1, R

2.2.2. Vezi figura 2.2.2, R;

$$\Delta V = (n - 1) V_1 = 3V_1.$$

$$2.2.3. V_1 = \frac{p_0 V_0}{p_1} = 0,02 \text{ m}^3.$$

$$2.2.4. p_1 = \frac{V_2 \Delta p}{V_2 - V_1} = 0,24 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

$$2.2.5. m_1 = \frac{p_0 S_0}{g} + m = 26 \text{ kg}.$$

$$2.2.6. F_f = \frac{p_0 l}{l - d} \pi r^2 = 46,2 \text{ N}.$$

$$2.2.7. l = \frac{\left(p_0 - \rho g \frac{h}{2}\right) \left(L - \frac{h}{2}\right)}{p_0 + \rho g h}$$

$$2.2.8. p_c = \rho g h \frac{l_1 + l_2}{l_1 - l_2} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

$$2.2.9. x = \frac{p_0 + \rho g l - \sqrt{p_0^2 + (\rho g l)^2 + \frac{2}{3} p_0 \rho g l}}{2 \rho g} \approx 0,08 \text{ m} = 8 \text{ cm}.$$

$$2.2.10. x = \frac{p_0 + \rho g (l_1 + h) - \sqrt{[p_0 + \rho g (l_1 + h)]^2 - 4 \rho g p_0 l_1}}{2 \rho g} = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

$$2.2.11. p_1 = \frac{\rho g h [(L - h)^2 - 4l^2]}{4l(L - h)} = 5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2.$$

$$2.2.12. a) p_i = p_0 \frac{L}{L + 2h} = 0,56 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2;$$

$$p'_2 = p_0 \frac{L}{L - 2h} = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2; b) F = (p'_2 - p_i) S = 888 \text{ N}.$$

$$2.2.13. p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = 0,8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2;$$

$$V'_1 = \frac{p_1 V_1}{p} = 90 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3; V'_2 = \frac{p_2 V_2}{p} = 45 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3; V'_3 = \frac{p_3 V_3}{p} = 65 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

$$2.2.14. H = \frac{p_0(p_0 - p_0') - p'(p - p')}{\rho g (p_0 - p_0' - p + p')} = 77,4 \text{ cm}.$$

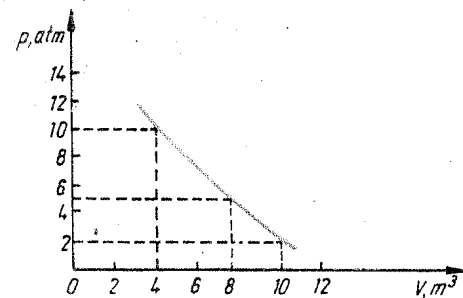


Fig. 2.2.2, R

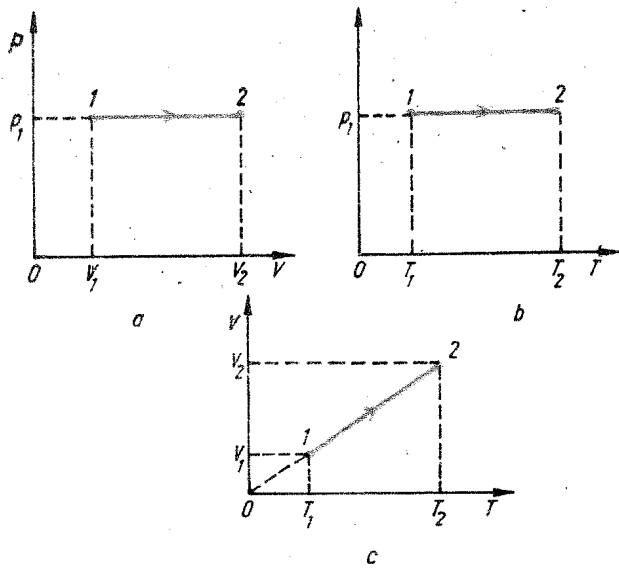


Fig. 2.2.18, R

$$2.2.15. x = \frac{(4p_1 + 3\rho gh)h}{2(2p_1 - 3\rho gh)}$$

$$2.2.16. h = h_2 \frac{p_0 + \rho g(h_1 - h_2)}{\rho g(h_1 + h_2)} = 53 \text{ cm.}$$

$$2.2.17. \omega = \sqrt{\frac{p_0 V}{m(l^2 - r^2)}} = 200 \text{ rad/s.}$$

2.2.18. Vezi figura 2.2.18, R.

$$2.2.19. a) V = V_1 T_2 / T_1 = 0,27 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; b) V = V_1 \cdot T_2 / T_1 = 0,225 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

$$2.2.20. T_1 = T_2 V_1 / V_2 = 400 \text{ K.}$$

$$2.2.21. a) \Delta T = nT_1 = 60 \text{ K (crește); } b) \Delta T = nT_1 = 60 \text{ K (scade).}$$

$$2.2.22. \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = 0,33 \text{ sau } 33\%.$$

$$2.2.23. T_1 = \frac{TV}{V + n\Delta V} = 267 \text{ K; } T_2 = \frac{T(V + n\Delta V)}{V + n\Delta V} = 321 \text{ K.}$$

$$2.2.24. T_1 = 3/2 T_0 = 410 \text{ K; } T_2 = \frac{3}{4} T_0 \approx 205 \text{ K.}$$

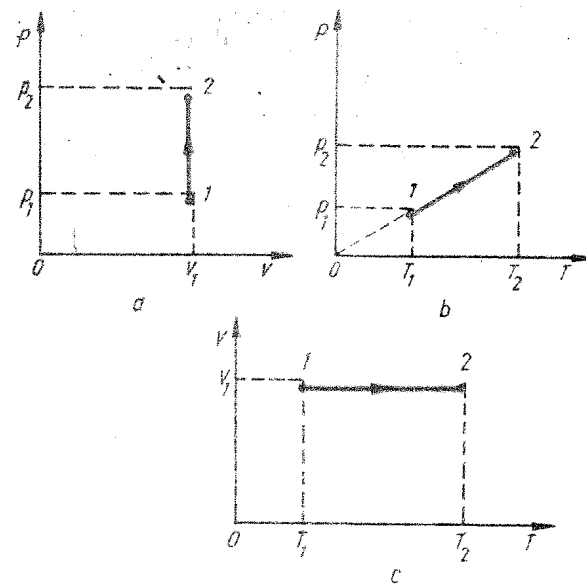


Fig. 2.2.26, R

$$2.2.25. p_2 = p_3 > p_1.$$

2.2.26. Figura 2.2.26, R.

$$2.2.27. a) p_1 = T_1 \frac{p}{T} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2; b) p_2 = T_2 \frac{p}{T} = 0,85 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

$$2.2.28. T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = 576 \text{ K.}$$

$$2.2.29. \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 50\%.$$

$$2.2.30. T_1 = \frac{p_1 + p_0}{\Delta p} \Delta T = 323 \text{ K (50°C); } T_2 = T_1 - \Delta T = 238 \text{ K sau } -35^\circ\text{C.}$$

$$2.2.31. \Delta F = \frac{(T_2 - T_1)(F_1 + Sp_0)}{T_1} = 101 \text{ N.}$$

$$2.2.32. V_1 > V_2.$$

$$2.2.33. \frac{p_1}{p_2} = (p_1/p_2) \cdot (T_2/T_1) = 4.$$

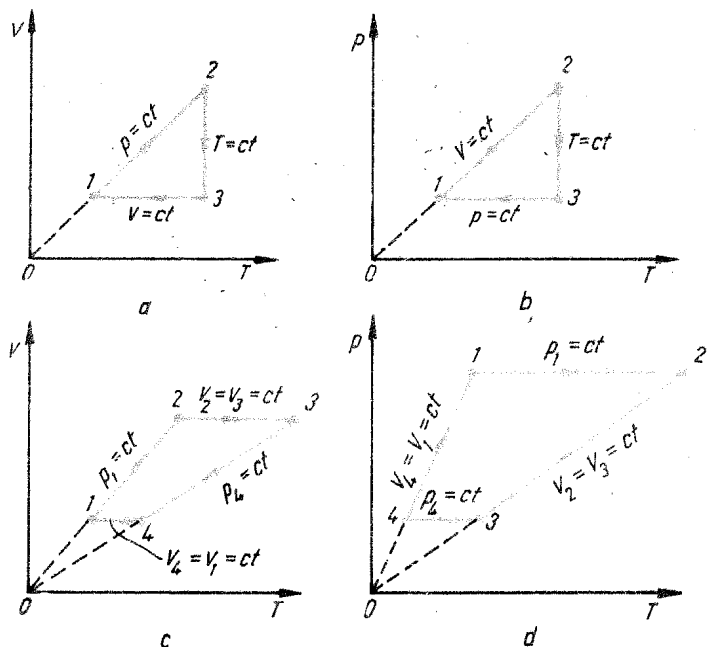


Fig. 2.2.34. R

2.2.34. Vezi figura 2.2.34, R, a, b, c, d.

2.2.35.  $1 \xrightarrow{V} 2 \Rightarrow p_1/p_2 = T_1/T_2$  (1),  $2 \xrightarrow{p} 3 \Rightarrow V_2/T_2 = V_3/T_3$  (2),  $3 \rightarrow 1$ ,  $p_3 V_3/T_3 = p_1 V_1/T_1$  (3),  $V_1 = V_2$  (4),  $p_2 = p_3$  (5). În transformarea  $3 \rightarrow 1$ ,  $V = kp$ , unde  $k = \text{const.}$  deci  $V_1 = kp_1$  și  $V_3 = kp_3$  (6). Rezolvând sistemul de ecuații (1-6), avem  $T_3 = T_2/T_1$ .

2.2.36.  $p_4 = \frac{p_2 V_1 T_3}{T_2 V_4} = 10^5 \text{ N/m}^2$ . Vezi figura 2.2.36, R, a, b, c.

2.2.37.  $V_2 = \frac{p_1 T_2 V_1}{p_2 T_1} = 1,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ ;  $\Delta V = |V_2 - V_1| = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ .

2.2.38. a)  $V_0 = \frac{p_1 T_0 V_1}{p_0 T_1} = 665 \text{ m}^3$ ; b)  $m = \frac{\mu p_1 V_1}{RT_1} = 925 \text{ kg}$ .

2.2.39.  $m = \frac{\mu p V}{RT} = 44 \text{ kg}$ .

2.2.40.  $\mu = \frac{mRT}{pV} = 58,2 \text{ kg/kmol}$  ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ).

2.2.41.  $\rho = \frac{\mu p}{RT} = 4,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

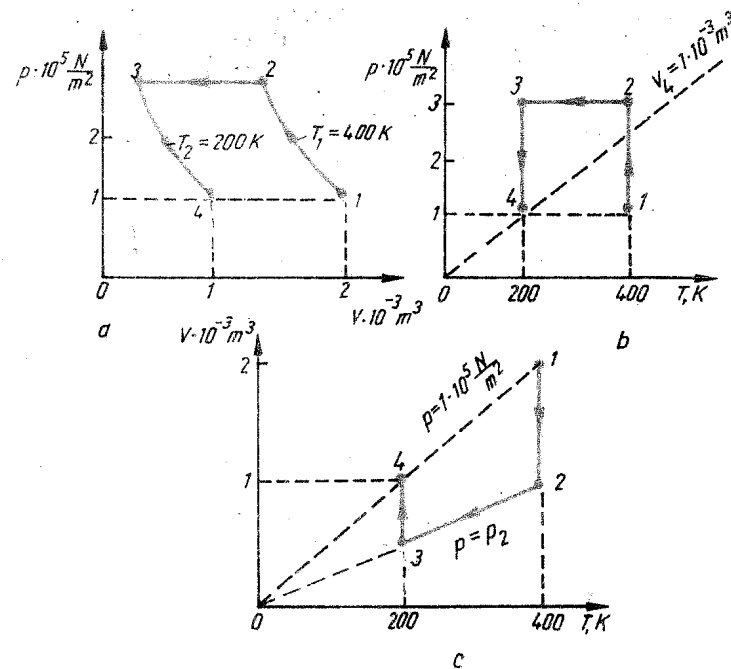


Fig. 2.2.36, R

2.2.42. a)  $1 \rightarrow 1'$  izocor;  $1' \rightarrow 2$  izobar; b)  $T_{max} = T_2 = T_1 \frac{p_1 p_2}{p_2 p_1} = 10 T_1$ .

2.2.43.  $\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{\mu V}{R} \left( \frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) = 1,85 \text{ kg}$ .

2.2.44.  $p_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT$ ;  $p_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT$ ;  $p(V_1 + V_2) = \frac{m_1 + m_2}{\mu} RT$ .

Din ecuațiile de stare de mai sus rezultă  $p_1 = \frac{p(V_1 + V_2) - p_2 V_2}{V_1} = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

2.2.45.  $p = \frac{T \left( \frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right)}{2}$ .

2.2.46.  $x = \frac{(T_2 - T_1)l}{2(T_1 + T_2)} \approx 0,02 \text{ m}$ ;  $p_2 = p_1 \frac{T_1 + T_2}{2T_1} = 1,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

2.2.47. a) Condiția de echilibru a pistoanelor după încălzirea aerului și deplasarea punctului  $O$  spre dreapta pe distanța  $x$  se poate scrie, folosind notațiile din figura 2.2.47, R:  $kx + pS_1 - p_0 S_1 - F = 0$ ,  $p_0 S_2 + F - p_2 S_2 = 0$  unde  $F$  este forța de tensiune din tijă,  $p$  - presiunea aerului cuprins între cele două pistoane. Aerul dintre cele două pistoane suferă o transformare izocoră  $\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T + \Delta T}$ . Eliminând pe  $T$  și  $p$  din ecuațiile de mai sus avem

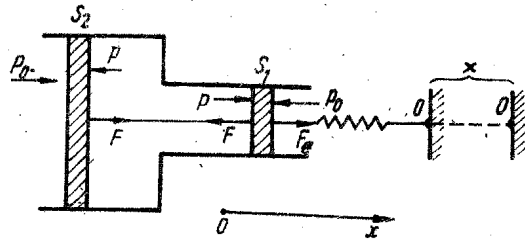


Fig. 2.2.47, R

$x = \frac{p_0(S_2 - S_1)}{k} \cdot \frac{\Delta T}{T_0} = 0,25 \text{ m}$  deoarece  $x > 0$ , rezultă că punctul  $O$  trebuie deplasat spre dreapta; b)  $L = (1/2) kx^2 = 12,5 \text{ J}$ .

2.2.48. a)  $p_1 = \frac{pl}{l + \Delta l} = 0,7 \text{ N/m}^2$ ;  $p_2 = \frac{pl}{l - \Delta l} = 1,7 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ;

b)  $E = (p_2 - p_1)S = 200 \text{ N}$ ; c)  $\Delta m = \frac{\mu}{RT} S(l - \Delta l)(p_2 - p_1) = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ .

2.2.49.  $x = \frac{L\mu_1 T_2}{\mu_1 T_1 + \mu_2 T_2} = 0,6 \text{ m}$  față de capătul compartimentului cu  $\text{H}_2$ .

2.2.50.  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$ .

2.2.51.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 1$ .

2.2.52. a)  $V_1 = V \frac{\nu_1 T_1}{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ ;  $V_2 = V \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ ; b)  $T_1' = \frac{1}{2} \left( T_1 + \frac{\nu_2}{\nu_1} T_2 \right) = 450 \text{ K}$ ,  $T_2' = \frac{1}{2} \left( T_2 + \frac{\nu_1}{\nu_2} T_1 \right) = 300 \text{ K}$ .

2.2.53.  $T_2 = T_1 \frac{n^2 - 1}{k^2 - 1} \cdot \frac{k}{n} = 540 \text{ K}$ .

2.2.54. a)  $\rho_1 = \frac{p_1 \mu}{RT_1} \approx 29 \text{ kg/m}^3$ ; b)  $V = \frac{\Delta m T_1 T_2 R}{p_1 \mu (T_2 - T_1)} \approx 6,4 \text{ m}^3$ ; c)  $m_2 = \frac{p_1 V \mu}{RT_1} - \Delta m \approx 180 \text{ kg}$ ;  $\nu = \frac{\Delta m}{\mu} \approx 0,21$ .

2.2.55.  $\nu_1 = \frac{4}{5} \nu = 4 \text{ kmol}$ ;  $\nu_2 = \nu/5 = 1 \text{ kmol}$ .

2.2.56. În starea 1:  $V_1 = \frac{mRT_1}{\mu p_1} \approx 0,25 \text{ m}^3$ ,  $p_1$  și  $T_1$  sînt cunoscuți; în starea 2:  $V_2 = 5V_1 = 1,25 \text{ m}^3$ ,  $T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} = 1500 \text{ K}$ ,  $p_2 = p_1 =$

$= 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ; în starea 3:  $V_3 = V_2 = 1,25 \text{ m}^3$ ,  $T_3 = T_2/2 = 750 \text{ K}$ ,  $p_3 = p_1/2 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

2.2.57.  $p = p_0 \frac{\mu_{\text{aer}}}{\mu_{\text{H}_2}} \frac{RTM}{\mu_{\text{H}_2} V} \approx 0,85 \text{ N/m}^2$ .

2.2.58.  $pV = (\nu_1 + \nu_2)RT$ ;  $\nu_1$  — numărul de kmol de  $\text{NO}$ ,  $\nu_2$  — numărul de kmol de  $\text{N}_2$ ;  $\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} = \frac{pV}{RT}$ ,  $m_1 + m_2 = m$ , unde  $m_2$  este masa azotului,  $\mu_1$  — masa molară a oxidului de azot,  $\mu_2$  — masa molară a azotului  $\text{N}_2$ . Din ultimele două ecuații rezultă  $m_1 = \left( \mu_1 \mu_2 \frac{pV}{RT} - m \mu_1 \right) \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} = 7,6 \text{ kg}$ .

### Capitolul 3. PRINCIPIILE TERMODINAMICII

2.3.1.  $c_V = \frac{C_V}{\nu} = 650 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ;  $c_p = c_V + \frac{R}{\mu} \approx 910 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ .

2.3.2.  $c_V = \frac{C_V}{\nu} = \frac{5}{2} \frac{R}{\mu} \approx 3,12 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ;  $c_p = c_V + \frac{R}{\mu} = \frac{7}{2} \frac{R}{\mu} \approx 5,19 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ .

2.3.3.  $c_V = \frac{R}{\mu(\gamma - 1)} = 0,69 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ;  $c_p = \gamma c_V = 0,97 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ .

2.3.4. Dacă încălzim amestecul cu  $\Delta T$ , el primește căldura  $Q$ ;  $Q = (\nu_1 + \nu_2)C_V \Delta T$ ;  $Q_1 = \nu_1 C_{V1} \Delta T$ ;  $Q_2 = \nu_2 C_{V2} \Delta T$ ;  $Q = Q_1 + Q_2$ ;  $(\nu_1 + \nu_2)C_V = \nu_1 C_{V1} + \nu_2 C_{V2}$ ,  $\nu_1 + \nu_2 = \nu$ ,

$\frac{m_1 + m_2}{\mu} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}$ ;  $c_V = \frac{C_V}{\nu} = \frac{\nu_1 C_{V1} + \nu_2 C_{V2}}{m_1 + m_2}$ ;  $m_1 = \nu_1 / \mu_1$ ,  $c_V = \frac{\nu_1 C_{V1} + \nu_2 C_{V2}}{\mu_1 \nu_1 + \mu_2 \nu_2}$ ;  $c_p = \frac{\nu_1 C_{p1} + \nu_2 C_{p2}}{\mu_1 \nu_1 + \mu_2 \nu_2}$ .

2.3.5.  $\gamma = \frac{\nu_1 C_{p1} + \nu_2 C_{p2}}{\nu_1 C_{V1} + \nu_2 C_{V2}} = 1,6$ .

2.3.6.  $m c_V \Delta T = (m_1 c_{V1} + m_2 c_{V2} + m_3 c_{V3}) \Delta T$ ,  $c_V = \frac{\sum_{i=1}^3 m_i c_{Vi}}{m}$ ,  
 $c_V = \sum_{i=1}^3 p_i c_{Vi}$ ;  $c_V = p_{O_2} \frac{5}{2} \frac{R}{\mu_{O_2}} + p_{N_2} \frac{5}{2} \frac{R}{\mu_{N_2}} + p_{Ar} \frac{3}{2} \frac{R}{\mu_{Ar}} = 713,5 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ,  $c_p = \frac{R}{\mu} + c_V = 1001 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ;  $\gamma = \frac{c_p}{c_V} = 1,4$ .

$$2.3.7. C = mc = \nu \mu c = 75,24 \text{ J/K.}$$

$$2.3.8. C_1 = mc = 3800 \text{ J/K; } C = \nu \mu c = 24,32 \text{ kJ/K.}$$

$$2.3.9. a) mc = m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots; c = \frac{m_1}{m} C_1 + \frac{m_2}{m} C_2 + \dots = \\ = \sum_i p_i c_i = 388 \text{ J/kgK; } b) c = 416 \text{ J/kg} \cdot \text{K.}$$

$$2.3.10. a) L = \frac{mRT_1}{\mu} \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right) \approx 22,7 \text{ kJ; } b) Q_p = \frac{m}{\mu} C_p T_1 \\ \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = 79,3 \text{ kJ; } c) \Delta T = \frac{T_1}{V_1} \Delta V = 27,3 \text{ K; } d) \Delta U = Q_p - L = \\ = 56,6 \text{ kJ.}$$

$$2.3.11. \Delta V = \frac{R\Delta U}{p_1 C_V} = \frac{2}{5} \frac{\Delta U}{p_1} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

$$2.3.12. a) m = \frac{Q_p \mu}{c_p \Delta T} = 82,6 \text{ g; } b) L = \frac{2}{7} Q \approx 2374 \text{ J; } c) \Delta U = \\ = Q_p \left( 1 - \frac{R}{c_p} \right) = \frac{5}{7} Q \approx 593,6 \text{ J.}$$

$$2.3.13. a) L = \frac{m}{\mu} RT_1 \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = 4,98 \text{ kJ; } b) Q_p = \frac{m}{\mu} \\ = C_p T_1 \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = 17,43 \text{ kJ; } c) \Delta U = Q_p - L = 12,45 \text{ kJ.}$$

$$2.3.14. a) V_1 = \frac{mRT_2}{\mu(p_0 + m_1 g/S)} - \frac{S\Delta E_p}{m_2 g} \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3; b) T_1 = \\ = \frac{(p_0 + m_1 g/S)v_1 \mu}{mR} = 265 \text{ K; } c) L = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) \approx 1121 \text{ J; } d) Q_p = \\ = \frac{m}{\mu} C_p(T_2 - T_1) \approx 3922 \text{ J; } e) \Delta U = Q_p - L = 2801 \text{ J.}$$

$$2.3.15. a) c_p = \frac{Q_V}{m\Delta T} = 920 \text{ J/kgK; } b) L = \frac{m}{\mu} R\Delta T = 4,15 \text{ kJ; } \\ c) \Delta U = Q_p - L = 10,57 \text{ kJ.}$$

$$2.3.16. a) c_V = \frac{Q_V}{m\Delta T} = 661 \text{ J/kgK; } b) \Delta U = Q_V = 10,57 \text{ kJ.}$$

$$2.3.17. a) Q_p - Q_V = \frac{m}{\mu} R\Delta T; b) \frac{Q_p}{m\Delta T} - \frac{Q_V}{m\Delta T} = \frac{R}{\mu} \Rightarrow c_p - c_V = \frac{R}{\mu}.$$

$$2.3.18. Q_V = \nu C_V T_1(n-1) = 12,45 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

$$2.3.19. a) T_2 = T_1 p_2/p_1 = 900 \text{ K; } b) Q_V = \frac{C_V V_1}{R} (p_2 - p_1) = \\ = \frac{5}{2} V_1 (p_2 - p_1) = 1 \text{ kJ; } c) L = 0; d) \Delta U = Q_V = 1 \text{ kJ.}$$

$$2.3.20. a) Q = Q_{12} + Q_{23} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left[ \frac{C_V}{R} (T_3 - T_1) + T_3 - T_2 \right] \approx 517 \text{ J;}$$

$$b) L = L_{12} + L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = \frac{p_1 V_1}{T_1} (T_3 - T_2) = 100 \text{ J;}$$

$$c) \Delta U = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{p_1 V_1}{T_1} \frac{5}{2} (T_3 - T_1) = 417 \text{ J.}$$

$$2.3.21. a) L = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = 32 \cdot 10^5 \cdot 2 \ln 2 \text{ J} \approx 22,2 \cdot 10^5 \text{ J;}$$

$$b) Q = L = 22,2 \cdot 10^5 \text{ J; } c) \Delta U = 0.$$

$$2.3.22. a) p_2 = 2p_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, V_2 = V_1/2 = \frac{mRT_0}{2\mu p_0} \approx 1,15 \text{ m}^3;$$

$$b) L = \nu RT_0 \ln \frac{V_2}{V_1} = -\frac{m}{\mu} RT_0 \ln 2 = -157 \text{ kJ, } Q = L = -157 \text{ kJ}$$

(asupra gazului se efectuează lucru mecanic, iar acesta cedează căldură în exterior); c)  $\Delta U = 0$ .

$$2.3.23. a) \mu = \frac{mRT_1 \ln(p_1/p_2)}{L} = 3,98 \approx 4 \text{ kg/kmol (H}_2\text{);}$$

$$b) V_1 = \frac{L}{p_1 \ln(p_1/p_2)} = 2 \text{ m}^3; c) Q = L = -0,693 \cdot 10^6 \text{ J (se degajă);}$$

$$d) \Delta U = 0.$$

$$2.3.24. a) T_2 = T_1 - \frac{L}{\nu C_V} = T_1 - \frac{L}{\frac{m}{\mu} \frac{5}{2} R} = 354 \text{ K; } b) \Delta U = \\ = -L = -8,3 \text{ kJ; } c) Q = 0.$$

$$2.3.25. a) p_1 = p_2 (V_2/V_1)^\gamma = 5,36 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 (\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5} = 1,4);$$

$$b) L = \frac{1}{\gamma - 1} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = 17 \text{ kJ; } c) \Delta U = -L = -17 \text{ kJ (gazul} \\ \text{efectuează lucru mecanic, energia internă scade); } d) Q = 0.$$

$$2.3.26. a) \gamma = \frac{\lg(p_1/p_2)}{\lg(p_1/p_2) - \lg(T_1/T_2)} = \frac{\lg \frac{mRT_1}{\mu V_1 p_2}}{\lg \frac{mRT_1}{\mu V_1 p_2} - \lg(T_1/T_2)} = 1,4;$$

$$b) L = \frac{m}{\mu} \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2) = -326 \text{ kJ;}$$

$$c) \Delta U = -L = 326 \text{ kJ; } d) Q = 0.$$

$$2.3.27. \Delta U = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1); T_3 = T_2 = T_1 + \\ + \frac{\Delta U(\gamma - 1)\mu}{mR} = 342 \text{ K; } V_3 = 1,47 V_2 = 0,3 \text{ m}^3; p_3 = 1,64 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

$$2.3.28. a) 1) \Delta U = C_V/R(p_2 V_2 - p_1 V_1) = 250 \text{ J; } 2) L = L_V - L_p = \\ = p_2 (V_2 - V_1) = -900 \text{ J; } 3) Q = \frac{5}{2} p_1 V_1 (p_2/p_1 - 1) + \frac{7}{2} p_2 (V_2 - V_1) =$$

$= -6,5 \cdot 10^2 \text{ J}$ ; b) 1)  $\Delta U = \frac{C_V}{R} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \approx 250 \text{ J}$ , variația energiei interne este independentă de modul în care gazul trece din starea 1 în starea 2.

2)  $L = L_p + L_V = -300 \text{ J}$ ; 3)  $Q = \frac{7}{2} p_1 V_1 (V_2/V_1 - 1) + \frac{5}{2} V_2 (p_2 - p_1) = -0,5 \cdot 10^2 \text{ J}$ . În cele două procese asupra sistemului se efectuează lucru mecanic, iar sistemul cedează în exterior căldură.

$$2.3.29. L_Q = \nu C_V T_1 \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right], L_T = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}, \frac{L_Q}{L_T} = 1,4.$$

2.3.30. a) 1)  $\Delta U = \frac{C_V}{R} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = 2,5 \cdot 10^2 \text{ J}$ ; 2)  $L = L_Q + L_V = \nu C_V (T_1 - T_2) = \frac{C_V}{R} p_1 V_1 [1 - (V_1/V_2)^{\gamma-1}] = -550 \text{ J}$ ; 3)  $Q = \Delta U + L = -300 \text{ J}$ ; b) 1)  $\Delta U = 2,5 \cdot 10^2 \text{ J}$ ; 2)  $L = L_V + L_Q = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu C_V T_2 [(V_2/V_1)^{\gamma-1} - 1] = -450 \text{ J}$ ; 3)  $Q = \Delta U + L = -200 \text{ J}$ .

2.3.31. a)  $L_{12} = 0$ ,  $\Delta U_{12} = \frac{C_V}{R} p_1 V_1 = 37,5 \text{ kJ}$ ,  $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12} = 37,5 \text{ J}$ ; b)  $L_{23} = p_2 V_2 \ln p_2/p_3 = p_2 V_1 \ln p_2/p_3 = 20,8 \text{ kJ}$ ,  $Q_{23} = L_{23} = 20,8 \text{ kJ}$ ,  $\Delta U_{23} = 0$ ; c)  $L_{31} = p_1 (V_1 - V_3) = p_1 V_1 (1 - p_2/p_1) = -15 \text{ kJ}$ ,  $Q_{31} = \nu C_p (T_1 - T_3) = \frac{C_p}{R} V_1 (p_1 - p_2) = -\frac{C_p}{R} p_1 V_1 = -52,5 \text{ kJ}$ .  $\Delta U_{31} = Q_{31} - L_{31} = -37,5 \text{ kJ}$ .

$$2.3.32. T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 307 \text{ K } (34^\circ \text{C}).$$

$$2.3.33. m_1 = m \frac{T_2 - T}{T_2 - T_1} = 225 \text{ kg}, m_2 = m - m_1 = 75 \text{ kg}.$$

$$2.3.34. T = \frac{(m_1 c_1 + m_2 c_2) T_1 + m_3 c_3 T_3}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3} \approx 358 \text{ K}.$$

$$2.3.35. c = \frac{(m_1 c_1 + m_2 c_2)(T - T_1)}{m_3 (T_3 - T)} = 124 \text{ J/kgK}.$$

$$2.3.36. c_x = \frac{m_1 c_1 (T - T_2)}{m_3 (T_3 - T) - m_2 (T - T_2)} = 2525 \text{ J/kgK}.$$

$$2.3.37. \eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{L}{L + Q_2} = 17,8\%.$$

$$2.3.38. k = \frac{Q_1}{Q_2} = n, Q_2 = Q_1/3.$$

$$2.3.39. T_1/T_2 = \frac{Q_1}{Q_1 - L} = 3/2.$$

2.3.40. a)  $\eta = 1 - T_2/T_1 = 0,25$  (25%); b)  $Q_1 = L/\eta = 320 \text{ kJ}$ ; c)  $Q_2 = Q_1 - L = 240 \text{ kJ}$ .

2.3.41. a)  $P_c = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{t} \ln \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 3254 \text{ kW}$ ; b)  $P_u = P_c (1 - T_2/T_1) = 2441 \text{ kW}$ .

2.3.42.  $L = p_1 (V_2 - V_1) = 25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $L_c = \eta_c Q_1 = \left( 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \right) Q_1$ ,  $T_{min} = T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} = 301 \text{ K}$ ,  $T_{max} = T_3 = 2T_1$ ,  $V_2/V_1 = 1/204$ ,  $Q_1 = \nu C_V (T_3 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2) = 162 \cdot 10^5 \text{ J}$ ;  $L_c \approx 122 \cdot 10^5 \text{ J}$ ;  $L/L_c = 0,2$ .

$$2.3.43. \eta = 1 - \frac{Q_{34} + Q_{41}}{Q_{41} + Q_{12}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{C_V (T_1 - T_2)}{R \ln(p_1/p_2)}}, \eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \eta < \eta_c.$$

$$2.3.44. \eta = 1 - \frac{Q_{23} + Q_{34}}{Q_{41} - Q_{12}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{C_V (T_1 - T_2)}{R \ln \frac{V_2}{V_1}}}; \eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \eta < \eta_c.$$

$$2.3.45. \eta = 1 - \frac{1}{n^{\gamma-1}} = 0,56 \text{ (56\%)}$$

2.3.46. a) în starea 1:  $V_1 = \frac{mRT_1}{\mu p_1} \approx 1,1 \text{ m}^3$ ,  $p_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $T_1 = 373 \text{ K}$ ; în starea 2:  $V_2 = V_1/n \approx 0,183 \text{ m}^3$ ,  $T_2 = T_1 (V_1/V_2)^{\gamma-1} = T_1 n^{\gamma-1} = 766 \text{ K}$ ;  $p_2 = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = p_1 n^\gamma = 12,3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ; în starea 3:  $V_3 = V_2 = 0,183 \text{ m}^3$ ,  $p_3 = k p_2 = 49,7 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $T_3 = \frac{\mu p_3 V_3}{mR} \approx 1216 \text{ K}$ ; în starea 4:  $V_4 = V_1 = 1,1 \text{ m}^3$ ,  $T_4 = T_3 (V_2/V_1)^{\gamma-1} = \frac{T_3}{n^{\gamma-1}} = 592 \text{ K}$ ,  $p_4 = p_3 (V_2/V_1)^\gamma = \frac{p_3}{n^\gamma} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ; b)  $\eta = 1 - \frac{1}{n^{\gamma-1}} = 0,51$  (51%).

2.3.47. a) în starea 1:  $p_1 = 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $V_1 = 1 \text{ m}^3$ ,  $T_1 = 310 \text{ K}$ ; în starea 2:  $V_2 = V_1/n = 0,083 \text{ m}^3$ ,  $p_2 = p_1 n^\gamma = 32,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $T_2 = T_1 (V_1/V_2)^{\gamma-1} = T_1 n^{\gamma-1} = 834 \text{ K}$ ; în starea 3:  $V_3 = k V_2 = 0,166 \text{ m}^3$ ,  $p_3 = p_2 = 32,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $T_3 = \frac{V_3}{V_2} T_2 = k T_2 = 1668 \text{ K}$ ; în starea 4:  $V_4 = V_1 = 1 \text{ m}^3$ ,  $p_4 = p_2 (V_3/V_1)^\gamma = p_2 \left( \frac{k}{n} \right)^\gamma = 2,64 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $T_4 = T_3 \left( \frac{k}{n} \right)^{\gamma-1} = 842 \text{ K}$ ;

$$b) \eta = 1 - \frac{k^\gamma - 1}{\gamma n^{\gamma-1} (k - 1)} = 0,566 \text{ (56,6\%)}$$

$$2.3.48. \eta = 1 - \frac{Q_{31}}{Q_{12}} = 1 - \gamma \frac{\delta^\gamma - 1}{\delta - 1}.$$

$$2.4.1. \varepsilon = \frac{3p}{2n} = \frac{3p\mu}{2\rho N_A} = 8,3 \cdot 10^{-21} \text{ J.}$$

$$2.4.2. n = \frac{3pN_A}{\mu v_T^2} = 1,57 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}, \rho = \frac{3p}{v_T^2} = 0,83 \text{ kg/m}^3.$$

$$2.4.3. n = \frac{3p}{m v_T^2} = \frac{3pN_A}{\mu v_T^2} = 1,57 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}, \rho = \frac{3p}{v_T^2} = 0,83 \text{ kg/m}^3.$$

$$2.4.4. a) p = \frac{1}{3} \rho v_T^2 = 15 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2; b) \bar{\varepsilon} = (3/2)kT = \frac{3}{2} k \frac{p\mu}{\rho} =$$

$$= 5,4 \cdot 10^{-21} \text{ J}; c) E = N\bar{\varepsilon} = \frac{m}{\mu} N_A \bar{\varepsilon} = 9,1 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

$$2.4.5. a) \bar{\varepsilon} = \frac{3p}{2n} = 5 \cdot 10^{-21} \text{ J}, b) E = Vn\bar{\varepsilon} = 300 \text{ J}, c) v_T = \sqrt{\bar{v}^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{3pN_A}{\mu n}} = 464 \text{ m/s}, d) \rho = \frac{n\mu}{N_A} = 2,8 \text{ kg/m}^3.$$

$$2.4.6. a) \frac{v_T(\text{H}_2)}{v_T(\text{O}_2)} = \sqrt{\frac{\mu_{\text{O}_2}}{\mu_{\text{H}_2}}} = 4; b) \frac{\bar{\varepsilon}_{\text{H}_2}}{\bar{\varepsilon}_{\text{O}_2}} = 1.$$

$$2.4.7. p = \frac{N}{V} kT = 10,35 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

$$2.4.8. T = \frac{pV}{Nk} = 100 \text{ K}; \text{ nu se modifică.}$$

$$2.4.9. n = \frac{p}{kT} = 3,33 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}.$$

$$2.4.10. a) N = nV = \frac{pV}{kT} = 6,66 \cdot 10^{18} \text{ molecule}; b) m = \frac{N\mu}{N_A} =$$

$$= 3,1 \cdot 10^{-12} \text{ kg}; c) E = \frac{3}{2} pV = 4,14 \cdot 10^{-7} \text{ J.}$$

$$2.4.11. a) p = (N_1 + N_2 + N_3) \frac{kT}{V} \cong 11 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}^2; b) \mu =$$

$$= \frac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2 + N_3\mu_3}{N_1 + N_2 + N_3} = 34,3 \text{ kg/kmol}; c) E = \frac{3}{2} kT(N_1 + N_2 + N_3) =$$

$$= 8,2 \cdot 10^{-5} \text{ J.}$$

$$2.4.12. a) \frac{\bar{\varepsilon}_2}{\bar{\varepsilon}_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 4; b) V_{T_2}^2 / V_{T_1}^2 = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}} = 2; c) V_{T_2} =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{3p_1 V_1}{m}} = 282 \text{ m/s.}$$

$$2.4.13. a) N = \frac{2E}{3kT} = 10^{21} \text{ molec.}; b) m = \frac{2}{3} \frac{\mu E}{RT} = 4,7 \cdot 10^{-9} \text{ kg};$$

$$c) V = \frac{2}{3} \frac{E}{p} = 4,2 \cdot 10^5 \text{ m}^3.$$

$$2.4.14. a) p = \frac{N_1 + N_2}{V} kT \cong 248 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}; b) \bar{E} = (N_1 + N_2) \frac{3}{2} kT \cong$$

$$\cong 93,2 \text{ J.}$$

$$2.4.15. p_2 = \frac{NkT_1}{nV_1} \cong 224 \text{ N/m}^2.$$

$$2.5.1. l = l_0(1 + \alpha \Delta T) = 10,02 \text{ m}$$

$$2.5.2. a) l_{313} - l_{283} = l_{283} \frac{\alpha(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{1 + \alpha \Delta T_1} = 0,0306 \text{ m}; b) l_{283} - l_{242} =$$

$$= l_{283} \frac{\alpha(\Delta T_1 + \Delta T_3)}{1 + \alpha \Delta T_1} = 0,042 \text{ m}; \Delta T_1 = T_1 - T_0, \Delta T_2 = T_2 - T_0,$$

$$\Delta T_3 = T_0 - T_3.$$

$$2.5.3. T = T_0 + \frac{\Delta l}{l_0 \alpha} = 1257,8 \text{ K.}$$

$$2.5.4. l = l_0(1 + \alpha \Delta T) = 1122,66 \text{ mm.}$$

$$2.5.5. l_{01} = \frac{l_1 - L_0(1 + \alpha_2 \Delta T)}{\Delta T(\alpha_1 - \alpha_2)}; l_{02} = L_0 - l_{01} = \frac{L_0(1 + \alpha_1 \Delta T) - L_1}{(\alpha_1 - \alpha_2) \Delta T},$$

$$\Delta T = T_1 - T_0.$$

$$2.5.6. l_{01} = \Delta l \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} = 95,2 \text{ cm (bara de Al)}; l_{02} = \Delta l \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} = 123,5 \text{ cm.}$$

$$2.5.7. H_0 = \frac{H_1(1 + \alpha_1 \Delta T)}{1 + \alpha_2 \Delta T} (\Delta T = T_1 - T_0).$$

$$2.5.8. T = T_0 + \frac{d - d_0}{\alpha d_0} \cong 391 \text{ K.}$$

$$2.5.9. F = SE\alpha \Delta T = 242 \text{ N.}$$

$$2.5.10. F = SE\alpha \Delta T = 1355,2 \text{ kN.}$$

$$2.5.11. p = E\alpha T = 7,26 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}.$$

$$2.5.12. \Delta T = \frac{\Delta S}{2S_0 \alpha} = 136,36 \text{ K.}$$

$$2.5.13. \Delta V = 3V_0 \alpha \Delta T = 21,3 \text{ cm}^3.$$

$$2.5.14. \Delta V = \frac{3\alpha \Delta T_1 V}{1 + 3\alpha \Delta T} = 3,8 \text{ cm}^3; \Delta T = T - T_0, \Delta T_1 = T_1 - T_0.$$

$$2.5.15. \rho = 1,9 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$2.5.16. m = \frac{\rho_0 V}{1 + 3\alpha \Delta T} = 3,35 \text{ kg}$$

$$2.5.17. \rho_1 = \frac{\rho_{1c}(1 + 3\alpha \Delta T_c)}{1 + 3\alpha \Delta T_1} = 7835 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}; \rho_2 = \frac{\rho_{1c}(1 + 3\alpha \Delta T_c)}{1 + 3\alpha \Delta T_2} = 7887 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \text{ notind cu } \rho_{1c}, T_c \text{ densitatea otelului la temperatura camerei si temperatura camerei, } \Delta T_c = 20 \text{ K, } \Delta T_1 = T_1 - T_c, \Delta T_2 = T_2 - T_c$$

$$2.5.18. \gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta T} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

$$2.5.19. a) h_2 = h_1 \frac{1 + \gamma \Delta T_2}{1 + \gamma \Delta T_1} = 6,18 \text{ m} (\Delta T_1 = T_1 - T_0; \Delta T_2 = T_2 - T_0); b) T_3 = 303 \text{ K}$$

$$2.5.20. \gamma_a = \gamma_{\text{ulei}} - \gamma_{\text{vas}} = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta T} = 5,31 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

$$2.5.21. \gamma = \frac{h_2 - h_1}{h_1 \Delta T_2 - h_2 \Delta T_1}; (\Delta T_1 = T_1 - T_0; \Delta T_2 = T_2 - T_0)$$

$$2.5.22. V_0 = \frac{v_0(1 + \gamma_s \Delta T)}{(\gamma_{\text{Hg}} - \gamma_s) \Delta T} = 191 \text{ mm}^3$$

$$2.5.23. \Delta h = \frac{4 \left( \gamma_{\text{apã}} \frac{V_0}{2} + \gamma_{\text{eb}} V_1 \right) (T_2 - T_1)}{\pi d_0^2} = 0,37 \text{ cm}$$

$$2.5.24. \gamma_{\text{apã}} = \frac{(\gamma_{\text{cuor}} V_1 \rho_{\text{alamã}} - \gamma_{\text{alamã}} \cdot m)}{V_1 \rho_{\text{alamã}} - m} = -3,79 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

Încălzirea sistemului se face în intervalul de temperatură 0°C și 4°C.

#### Capitolul 6. FENOMENE SUPERFICIALE

$$2.6.1. a) F_1 = 6\sigma l = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ N}; b) F_2 = mg + F_1 = 3,7 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

$$2.6.2. \Delta h = \frac{\rho_{\text{uia}} l}{\rho_{\text{apã}}} - \frac{4\sigma}{\rho_{\text{apã}} g l} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$2.6.3. E_p = \sigma \frac{S}{2} = 9,6 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$2.6.4. E_p = \sigma \pi d^2 = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$2.6.5. \sigma = \frac{mg}{n\pi d} = 0,022 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$2.6.6. t = \frac{V g \rho \tau}{\pi \sigma d} = 22 \text{ minute}$$

$$2.6.7. \sigma = \frac{F - mg}{2\pi d} = 0,072 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$2.6.8. \sigma = \frac{F - mg}{8l} = 0,021 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$2.6.9. \sigma = \frac{h \rho g r}{2} = 0,022 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$2.6.10. d_1 = \frac{4\sigma}{h_1 \rho g} \approx 1,2 \text{ mm}; d_2 \approx 0,6 \text{ mm}; d_3 \approx 0,36 \text{ mm}$$

$$2.6.11. a) h = \frac{2\sigma}{r \rho g} = 0,06 \text{ m}; b) h' = 0,07 \text{ m}; c) L = 2\pi R \sigma h \approx 0,9 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$E_p = \frac{\pi R^2}{2} \rho g h^2 = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$2.6.12. a) \Delta h = \frac{2\sigma}{\rho g} \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \approx 12 \text{ cm}; b) 4,9 \text{ cm}; c) 5,6 \text{ cm}$$

#### Capitolul 7. TRANSFORMĂRI DE FAZĂ

$$2.7.1. Q = m\lambda = 1,15 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$2.7.2. m = \frac{m_1 c_{\text{apã}} (T_2 - T_1) + m_2 \lambda_{\text{apã}}}{c_{\text{cupru}} (T_1 - T_2)} = 3,25 \text{ kg}$$

$$2.7.3. m = \frac{Q - m_1 c_{\text{apã}} (T_2 - T_1)}{\lambda_{\text{vaporizare}}} = 0,1 \text{ kg}$$

$$2.7.4. Q = \frac{Q'}{\eta}; Q = \frac{m_1 c_1 (T_f - T_1) + m_2 \lambda_{\text{vaporizare}}}{\eta} = 41,37 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$2.7.5. a) Q = mc\Delta T + m\lambda = 146,5 \cdot 10^6 \text{ J}; b) M = \frac{Q}{\eta g} = 18,7 \text{ kg}$$

$$2.7.6. \lambda = \frac{(m_1 c_{\text{Cu}} + m_2 c_a)(T - T_1) - m_3 c_a (T_2 - T)}{m_3} = 2,25 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

$$2.7.7. Q = m[(T_0 - T)c_g + \lambda_g + c_a(T_0 - T_0) + \lambda_a] \approx 7,6 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$2.7.8. \lambda_g = \frac{(m_1 c_{\text{Al}} + m_2 c_a)(T_1 - T) - m_3 c_a (T - T_0)}{m_3} \approx 3,5 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

$$2.7.9. m_2 = \frac{m_1 c_{\text{Fe}} (T_2 - T_1)}{c_p (T_0 - T_1) + \lambda_p} = 0,026 \text{ kg}$$

$$2.7.10. P = \frac{m_1}{t} (c_{\text{apã}} \Delta T_1 + c_p \Delta T_2 + \lambda_p) = 45,44 \text{ W}; \Delta T_1 = T_1 - T_0, \Delta T_2 = T_0 - T_2$$



$$2.7.11. T = \frac{m_2 \lambda_i + m_2 c_2 T_2 + m_1 c_1 T_1}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = 299,96 \text{ K.}$$

$$2.7.12. m = \frac{m_1 [\lambda_{Pb} + c_{Pb} (T_1 - T_0)]}{\lambda_g} = 0,049 \text{ kg.}$$

2.7.13. Temperatura finală în calorimetru  $T = 273 \text{ K}$ ; masa apei =  $0,425 \text{ kg}$ , masa gheții =  $0,325 \text{ kg}$ .

2.7.14.  $Q_1 = m_1 c_a (T_1 - T_0) = 42 \text{ kJ}$ ;  $Q_2 = m_2 c_g (T_0 - T_2) = 420 \text{ kJ}$ ;  $Q_3 = m_1 \lambda_g = 680 \text{ kJ}$ ;  $Q_3 + Q_1 > Q_2$ ; deci îngheață o parte din cantitatea de apă.  $T = T_0 = 273 \text{ K}$ .

$$\text{Masa de apă care îngheață: } m_3 = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda_g} = 1,106 \text{ kg.}$$

Masa apei din calorimetru va fi  $m_1 - m_3$ , iar a gheții  $m_2 + m_3$ ; volumele vor fi respectiv  $V_1 = \frac{m_1 - m_3}{\rho_1}$ ;  $V_2 = \frac{m_2 + m_3}{\rho_2}$ ;  $V_1 + V_2 = 7,69 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ .

$$2.7.15. m_a c_a (T_1 - T) = m_g [\lambda_g + c_g (T_0 - T_2) + c_a (T - T_0)];$$

$$m_g = \frac{\rho V c_a (T_1 - T)}{\lambda_g + c_g (T_0 - T_2) + c_a (T - T_0)}; m_a + m_g = \rho_a V; m_g \approx 30 \text{ kg.}$$

$$2.7.16. m_2 = \frac{m_1 c_1 (T_1 - T_0) + m_1 \lambda_i + m_1 c_2 (T_0 - \theta)}{c_2 (\theta - T_2)} = 40 \text{ kg.}$$

2.7.17.  $G_2 = \frac{G_1}{\lambda_v} [\lambda_i + \lambda_v + c_g (T_0 - T_1) + c_a (T_2 - T_0)] - \frac{Q \cdot g}{\lambda_v} = 42 \text{ N}$ ,  $T_2$  fiind temperatura de fierbere a apei.

$$2.7.18. h = \frac{(\lambda_{azot} + c_{azot} \Delta T_2) m - \rho_{apă} V c_{apă} \Delta T_1}{L \cdot b \cdot \lambda_g \cdot \rho_g} = 1,09 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

$$2.7.19. Q_1 = m_3 \lambda_v; Q_2 = m_3 c (T - T_0); Q_3 = m_2 \lambda_g.$$

$$Q_1 + Q_2 \approx Q_3 \text{ deci } \theta = T_0.$$

2.7.20. a)  $m_g \lambda_g = m_v \lambda_v$ , unde  $m_g$  = masa gheții,  $m_v$  masa vaporilor,

$$\frac{m_g}{m} = \frac{\lambda_v}{\lambda_g + \lambda_v} = 86\%; b) m = m_g \frac{\lambda_g + \lambda_v}{\lambda_v} = 20,6 \text{ g.}$$

$$2.7.21. v = [c_g (T_0 - T_1) + c_a (T - T_0) + \lambda_a + \lambda_v]^{\frac{1}{2}} = 2456 \text{ ms}^{-1}.$$

$$2.7.22. v = [4c(T_i - T) + 4\lambda - 2gh]^{\frac{1}{2}} = 387,39 \text{ ms}^{-1}.$$

$$2.7.23. a) \frac{m_x}{m} = \frac{1}{4\lambda} (v_1^2 - v_2^2) - \frac{c}{\lambda} (T_2 - T_1) = 12\%; b) \frac{M_x}{M} = 52\%.$$

$$2.7.24. m_x = \frac{mv^2}{4[c(T_1 - T) + \lambda_v]} = 3,8 \text{ kg.}$$

$$2.7.25. m_x = \frac{mgl(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\lambda} = 27 \cdot 10^{-3} \text{ g (presupunem că lucrul}$$

mecanic al forțelor de frecare se disipă).

$$2.8.1. q = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ C.}$$

2.8.2.  $F_{AB} = F_{BA}$  în acord cu legea acțiunii și reacțiunii.

$$2.8.3. d(2 - \sqrt{2}) = 0,12 \text{ m.}$$

$$2.8.4. q/m = 8,6 \cdot 10^{-11} \text{ C/kg.}$$

$$2.8.5. q_3 = \frac{r_{13}}{r_{12}} r_{23} (4\pi\epsilon_0 F_{13} F_{23} / F_{12})^{1/2}.$$

2.8.6. a)  $F = q^2 / 4\pi\epsilon_0 r^2$ ,  $G = mg$ ,  $r = 2l \sin(\alpha/2)$ . La echilibru  $F = G \tan(\alpha/2)$  (fig. 2.8.6, R). Rezultă  $q = 2l \sin(\alpha/2) \sqrt{4\pi\epsilon_0 mg \tan(\alpha/2)} \approx 9,34 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ .

b) Condiția de echilibru a sferelor devine  $F' = (G - F_A) \tan(\beta/2)$ , unde  $F' = q^2 / 4\pi\epsilon_0 \epsilon_r [2l \sin(\beta/2)]^2$  și  $F_A = \rho_0 V g = \frac{\rho_0}{\rho} mg$  este forța arhimedică (în sens contrar greutății  $G = mg$ ). Se obține:

$$\sin^2(\beta/2) \tan(\beta/2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{q^2}{4l^2 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) mg} \quad (1)$$

relație care pentru cazul sistemului situat în aer devine

$$\sin^2(\alpha/2) \tan(\alpha/2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4l^2 mg} \quad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) se obține

$$\sin^2(\beta/2) \tan(\beta/2) = \frac{1}{\epsilon_r \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)} \sin^2(\alpha/2) \tan(\alpha/2) = 0,3 \quad (3)$$

sau

$$\frac{\tan^3(\beta/2)}{1 + \tan^2(\beta/2)} = 0,3,$$

ecuație cu o singură soluție reală  $\tan(\beta/2) \approx 0,8$ . Adică  $\beta \approx 77^\circ 19'$ .

c) Din relația (3) pentru  $\alpha = \beta$  se obține:

$$\epsilon_r \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 1; \rho = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} \rho_0 =$$

$$= 1,125 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

d) Din relația (3) se obține:  $\epsilon_r =$

$$= \frac{\sin^2(\alpha/2) \tan(\alpha/2)}{\sin^2(\alpha/2) \tan(\alpha/2)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\rho_0}{\rho}} = 4,6.$$

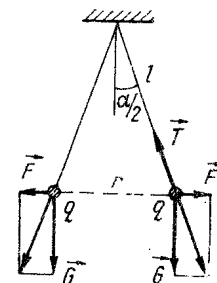


Fig. 2.8.6, R

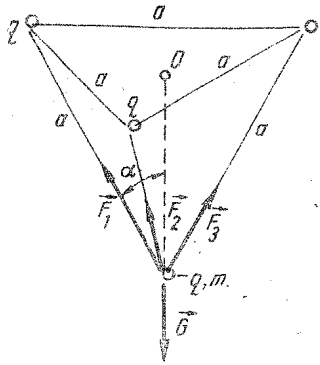


Fig. 2.8.7, R

$$e) \operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{G} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0(2l \sin \alpha)^2 mg}$$

După descreșterea sarcinii electrice:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{F'}{G} = \frac{(xq)^2}{4\pi\epsilon_0(2l \sin \beta)^2 mg}$$

$$x = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}} = 0,54.$$

Descreșterea sarcinii reprezintă 46% din sarcina inițială,  $q$ .

2.8.7. Din condiția de echilibru (fig. 2.8.7, R)  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{G} = 0$ , se obține, proiectând pe axa lui  $G$ :  $mg = 3 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cos \alpha$ ;  $m \simeq 25 \cdot 10^{-3}$  kg.

$$2.8.8. x = \frac{d}{1 + \sqrt{n}} = 0,5 \text{ m.}$$

$$2.8.9. E_1 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ V/m}; E_2 = 5,55 \text{ V/m}; V = 3,1 \cdot 10^4 \text{ V.}$$

$$2.8.10. E_A = 3 \cdot 10^5 \text{ V/m}; L_{AB} = 4,2 \text{ mJ.}$$

$$2.8.11. a) V_A = 17,64 \cdot 10^5 \text{ V}; V_B = 12,6 \cdot 10^5 \text{ V. b) } L_{AB} = 0,5 \text{ J.}$$

$$c) F_m = 1,25 \text{ N.}$$

$$2.8.12. L_{12} = \sqrt{F_1 F_2} l = 0,4 \text{ mJ.}$$

$$2.8.13. a) V_A = 2V - V' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{q}{l} \left( 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 29 \text{ V};$$

$$E_A = 2E \cos \pi/4 - E' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{q}{l^2} (\sqrt{2} - 1/2) = 101,25 \text{ V/m.}$$

b)  $L = q_0(V_A - V_0) = -5,64 \mu\text{J}$ . Valoarea negativă a lucrului mecanic arată că deplasarea corpului punctiform se face sub acțiune exterioară, împotriva forțelor cîmpului electric ( $V_A$  reprezintă potențialul în  $A$  pentru  $\epsilon_r = 1$ ).

$$2.8.14. U = \frac{L}{q} = \frac{F}{q} d \cos \alpha = Ed \cos \alpha; \text{ de unde } \alpha = \arccos \frac{U}{Ed} = 60^\circ.$$

$$2.8.15. a) A_1 \simeq 176 \text{ cm}^2; \alpha \simeq 53^\circ; b) L = 2,25 \text{ mJ.}$$

$$2.8.16. R = 90 \text{ m.}$$

2.8.17. O sferă conductoare electrizată produce în exterior un cîmp electric ca și un corp punctiform avînd aceeași sarcină electrică situat în centrul sferei. Deci pentru  $r > R$ ,  $E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ ,  $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$ . Din condițiile  $E_D = E_{\max} = E(R)$  și  $V_{\text{sferă}} = V(R)$ , rezultă  $V_{\text{sferă}} = RE_D = 300 \text{ kV}$ .

$$2.8.18. d = 0,1 \text{ m.}$$

2.8.19.  $VR = ER^2 = \frac{q}{4\pi\epsilon} = \text{const.}$  Potențialul primei suprafețe echipotențiale este  $V_1 = E_1 R_1 = 60 \text{ V}$ ;  $\text{const.} = E_1 R_1^2 = 0,6$ . Potențialul suprafeței următoare trebuie să fie  $V_2 = 40 \text{ V}$ . De unde  $R_2 = \frac{\text{const.}}{V_2} =$

$$= \frac{\text{const.}}{V_1 - 1 \cdot \Delta V}, R_3 = \frac{\text{const.}}{V_1 - 2 \cdot \Delta V}.$$

În general  $R_i = \frac{\text{const.}}{V_i} = \frac{0,6}{V_1 - (i-1)\Delta V}$ . Pentru  $i = 4$ ,  $R_4 = \infty$ . Deci mai pot fi construite încă două suprafețe echipotențiale cu razele  $R_2 = 1,5 \text{ cm}$  și  $R_3 = 3 \text{ cm}$ .

$$2.8.20. \text{Înainte de unire: } V = \frac{q}{4\pi\epsilon r}.$$

După unire volumul picăturii mari este  $\frac{4\pi R^3}{3} = N \frac{4\pi r^3}{3}$ , unde  $N = 1000$ .

Se obține  $R = rN^{1/3}$ . Potențialul picăturii mari va fi  $V' = \frac{Nq}{4\pi\epsilon r N^{1/3}}$ .

$$\text{Rezultă } \frac{V'}{V} = N^{2/3} = 100.$$

2.8.21. Sferele fiind la distanță mare una de alta, se poate neglija influența electrizării uneia asupra celeilalte, precum și influența firului de legătură electrizat, deoarece acesta fiind foarte subțire sarcina lui electrică are valoare foarte mică.

$$\text{Înainte de legarea sferelor, } V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_1}; V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R_2}.$$

$$\text{Rezultă: } q_1 + q_2 = 4\pi\epsilon_0 R_1 V_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2 V_2.$$

După legarea sferelor, sistemul fiind în echilibru electric potențialul sistemului este același în orice punct al lui, deci  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R_2}$ .

Potrivit legii conservării sarcinii electrice:  $q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$ , sau  $4\pi\epsilon_0 R_1 V_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2 V_2 = 4\pi\epsilon_0 R_1 V' + 4\pi\epsilon_0 R_2 V'$ .

$$\text{Obținem: } V' = \frac{R_1 V_1 + R_2 V_2}{R_1 + R_2} = 1285,7 \text{ V.}$$

2.8.22. După efectuarea contactului  $V'_1 = V'_2 = V'$  și  $q'_1 + q'_2 = q_1$ , de unde  $\frac{q'_1}{R_1} = \frac{q'_2}{R_2}$ .

$$\text{Obținem: } q'_2 = \frac{q_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{q_1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} \approx q_1, q'_1 \approx 0, \text{ deoarece } R_2 \gg R_1.$$

$$2.8.23. q'_1 = 0,35 \mu\text{C}; q'_2 = 47 \text{ nC.}$$

2.8.24. Cunoscînd potențialul în interiorul unui corp conductor, gol în interior, în cazul de față constant și egal cu potențialul conductorului, potențialul sferei 1 va fi:  $V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} + \frac{q_2}{R_2} + \frac{q_3}{R_3} \right]$ , unde  $q_{2i} = -10^{-9} \text{ C}$

reprezintă sarcina indusă de electrizarea  $q_1$  a sferei 1 pe fața internă a sferei 2,  $q_{2e} = (5/3 + 1)10^{-9}C$  este sarcina feței exterioare a sferei 2,  $q_{3i} = -\frac{8}{3}10^{-9}C$  este sarcina (indusă) a feței interioare a sferei 3. Rezultă:  $V_1 = 1050V$ ;  $V_2 = 600V$ , iar pe sfera 3, datorită legării la pământ,  $V_3 = 0$ .

**2.8.25.** a) Se consideră sferile conductoare  $A$  și  $B$ , cu  $R_A < R_B$ , izolate între ele. Sfera  $A$  are sarcina negativă  $-q$ . Datorită fenomenului de influență electrostatică, fața interioară a sferei  $B$  va avea sarcina  $+q$ . Dacă se leagă printr-un fir conductor sfera  $B$  la pământ, sarcina inițial negativă a feței exterioare a sferei  $B$  se anulează, sfera  $B$  fiind acum la potențial zero,  $V_B = 0$ , ea rămânând însă încărcată electric pe fața interioară,  $q_B \neq 0$ .

b) Sfera interioară este, acum, neelectrizată. Se electrizează sfera  $B$ ,  $q_B \neq 0$ . Potențialul sferei  $A$  este  $V_A = q_B/4\pi\epsilon_0 R_B$  fără ca ea să fie electrizată,  $q_A = 0$ .

**2.8.26.** În punctul  $P$ , exterior sferei mari, datorită efectului de ecran electric, potențialul este datorat numai electrizării prin influență a feței exterioare a sferei mari, egală și de semn contrar cu electrizarea sferei mici. Așadar,  $q = 4\pi\epsilon_0 r V_P = -5 \cdot 10^{-9}C$ . Electrizarea suprafeței exterioare este uniformă datorită simetriei sferice a corpului influențat și nu depinde de poziția corpului inductor (sfera metalică din interior).

**2.8.27.** La echilibru, din asemănarea triunghiurilor din figura 2.8.27,  $R \frac{x}{R} = \frac{F_e}{G}$ , unde  $F_e = qE$  este forța electrică de respingere a sferei în câmpul electric creat de inelul având sarcina  $Q$ . Considerăm inelul împărțit în  $n$  părți egale, foarte mici, corpuri punctiforme având fiecare sarcina  $Q/n$ , care creează câmpul de intensitate  $E_n = Q/4\pi\epsilon_0 l^2 n$ . Într-un punct pe axa inelului vectorul intensitate a câmpului electric poate fi descompus în două componente  $E_{2x}$ , de-a lungul axei și componenta radială  $E_r$ , normală pe axă. Cum componentele radiale sînt egale și uniform distribuite se anulează reciproc, „două cite două” cele de sens opus, intensitatea rezultantă va reprezenta un vector de-a lungul axei avînd modulul  $E = E_x = nE_n \cos \alpha = nE_n \frac{x}{l}$  sau  $E = Qx/4\pi\epsilon_0 l^3$ .

De unde rezultă:  $l = \left(\frac{qQR}{4\pi\epsilon_0 mg}\right)^{1/3} = 8,8 \cdot 10^{-2}m$ .

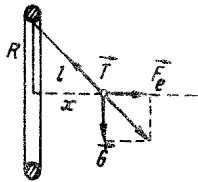


Fig. 2.8.27, R

Acest lucru reprezintă energia potențială a corpului punctiform, în punctul  $P$  în câmpul electric al sferei electrizate avînd potențialul  $V_0$ .

$$2.8.29. V = 9486,8V.$$

**2.8.30.** Energia potențială a sistemului va fi egală cu lucrul mecanic efectuat pentru a aduce corpurile de la infinit în virfurile triunghiului echilateral. Deoarece valoarea energiei potențiale a sistemului va fi

aceeași pentru orice proces care ar aduce sistemul în starea considerată, să presupunem următorul proces de formare a sistemului. Corpurile se aduc succesiv în virfurile  $A, B, C$  ale triunghiului. Plasarea corpului cu sarcina  $q$  în  $A$  nu necesită lucru mecanic, celelalte corpuri neacionînd asupra sa deoarece sînt la distanță mare. Corpul 2 trebuie deplasat în câmpul electric al primului, de la infinit în  $B$ , lucrul mecanic efectuat fiind  $q_2 V_1(B)$ . Al treilea corp se deplasează în câmpul primelor două, astfel încît lucrul mecanic cheltuit este  $q_3[V_1(C) + V_2(C)]$ . Energia potențială a sistemului rezultă:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1 q_2}{r_{AB}} + \frac{q_2 q_3}{r_{BC}} + \frac{q_3 q_1}{r_{CA}} \right) = \frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = 0,27J.$$

$$2.8.31. E_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{d} q_1 = 45mJ.$$

**2.8.32.** Legea conservării energiei în cazul sistemului fizic numit electron situat în câmp electrostatic are expresia:  $\frac{1}{2}mv_1^2 + eV_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + eV_2$ .

$$\text{Rezultă: } v = v_2 = \sqrt{\frac{2}{m}e(V_1 - V_2)} = 5,93 \cdot 10^5 \text{ m/s.}$$

**2.8.33.** Din relația:  $\frac{mv_0^2}{2} = e(V_{\min} - V_0)$  se obține  $d_{\min} = 3,18 \cdot 10^{-3}m = 3,18mm$ .

**2.8.34.** a) Din relația care exprimă legea conservării energiei rezultă că în punctul unde particula are viteza  $v_0$  potențialul este considerat egal cu zero ( $V_0 \rightarrow 0$ , adică  $d_0 \rightarrow \infty$ ).

Din:  $\frac{1}{2}mv_0^2 + qV_0 = \frac{1}{2}mv^2 + qV$ , considerînd  $V_0 = 0$  și  $v = 0$  obținem

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = q_0 \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d_{\min}}; d_{\min} = 2,21 \cdot 10^{-14}m.$$

$$b) F_{\max} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{d_{\min}^2} = \frac{mv_0^2}{2d_{\min}} = 15N.$$

$$2.8.35. L = q \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) = 81,92 \mu J.$$

**2.8.36.** a)  $q$  fiind sarcina electrică a picăturii, prin scăderea relațiilor de echilibru a forțelor:  $qE = 6\pi\eta r v_1 + \frac{4\pi}{3}r^3(\rho - \rho_0)g$  și  $qE = \frac{4\pi}{3}r^3(\rho - \rho_0)g = 6\pi\eta r v_2$ , obținem  $r = \frac{3}{2} \left[ \frac{\eta(v_2 - v_1)}{g(\rho - \rho_0)} \right]^{1/2} = 0,48 \mu m$ .

$$b) \text{Adunînd relațiile se obține } n = \frac{q}{|e|} = \frac{9\pi\eta(v_1 + v_2)}{2|e|E} \left[ \frac{\eta(v_2 - v_1)}{g(\rho - \rho_0)} \right]^{1/2} = 10.$$

$$c) v = \frac{v_2 - v_1}{2} = 2,63 \cdot 10^{-5} \text{ m/s.}$$

$$2.8.37. C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}} = 4\pi\epsilon_0 R.$$

$$2.8.38. a) \sigma = \frac{CV}{4\pi R^2} = \frac{\epsilon_0 V}{R} = 8,84 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2; b) E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{V}{R} = 10^5 \text{ V/m};$$

$$c) V_1 = \frac{R}{r} V = 10 \text{ V}, E_1 = \frac{R^2}{r^2} E = 10 \text{ V/m}; d) V_{max} = RE_{max} = 30 \text{ kV}.$$

$$2.8.39. C = \epsilon_r C_0 = 20 \text{ pF}.$$

$$2.8.40. C_{AB} = 1,6 \text{ pF}.$$

2.8.41. Din faptul că în câmpul electrostatic, tensiunea nu depinde de drum, sau, echivalent, tensiunea pe o curbă închisă este nulă:  $U_{10} - U_1 + U_{20} + U_2 = 0$ . Sarcina armăturilor este aceeași:  $q = C_1 U_1 = C_2 U_2$ .

$$\text{Rezultă: } U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} (U_{10} + U_{20}) = 7 \text{ V} \text{ și } U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (U_{10} + U_{20}) = 3 \text{ V}.$$

2.8.42. Sfera interioară fiind legată la pământ, potențialul ei este nul  $V_1 = 0$ . Apare deci o diferență de potențial între sfere, câmpul electric corespunzător acestei diferențe de potențial va induce sarcina electrică  $q'$  pe suprafața interioară și  $-q'$  pe suprafața exterioară a sferei (fig. 2.8.42, R).

$$a) V_1 = -\frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{R_2} - \frac{q'}{R_1} \right) = 0, \text{ de unde}$$

$$q' = \frac{R_1}{R_2} q = 5 \text{ nC}; b) \text{ Potențialul pe suprafața sferei exterioare este:}$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{R_2} - \frac{q'}{R_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_2 - R_1}{R_2^2} = 225 \text{ V}.$$

c) Sistemul de sfere conductoare este echivalent cu un ansamblu de două condensatoare legate în paralel: un condensator sferic de capacitate  $C_1$  format din cele două sfere și un condensator format de sfera mare și pământ, de capacitate  $C_2$ . O bornă a schemei echivalente este legată la pământ (fig. 2.8.42, R) Capacitatea sistemului este  $C_{AB} = C_1 + C_2$ . Astfel:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_2^2}{R_2 - R_1} = 44,44 \text{ pF}.$$

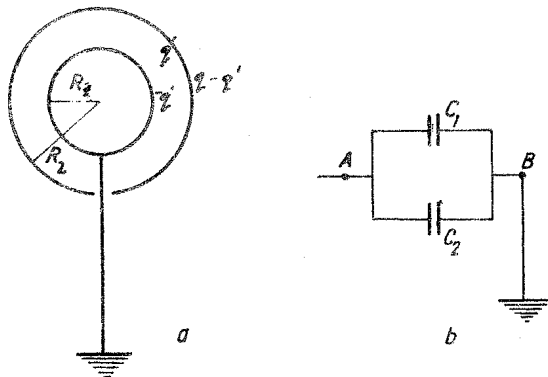


Fig. 2.8.42. R

2.8.43. Se consideră sistemul de condensatori încărcat. Punctele 1, 2 și 3 vor avea același potențial și pot fi deci unite. Pot fi unite și punctele 4, 5, 6 (fig. 2.8.43, R). Capacitatea celor trei secțiuni ale schemei echivalente este

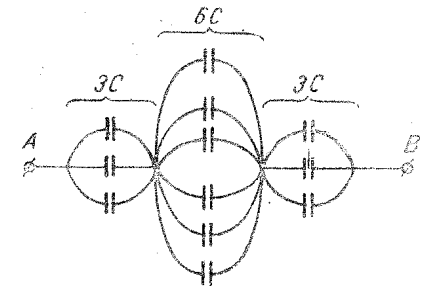


Fig. 2.8.43, R

$$3C, 6C \text{ și } 3C; \frac{1}{C_{AB}} = \frac{2}{3C} + \frac{1}{6C},$$

adică  $C_{AB} = 1,2C = 12 \text{ nF}$ .

2.8.44. Orice sistem de corpuri electrizate are energia potențială electrică,  $W_e$ , egală cu lucrul mecanic  $L$  necesar pentru a obține electrizarea sistemului. Energia  $W_e$  reprezintă energia câmpului electric determinat de corpul electrizat sau de sistemul de corpuri electrizate. În cazul electrizării sferei conductoare este necesară efectuarea unui lucru mecanic de către forțe din exterior (altele decât cele de natură electrică) pentru aducerea de la infinit a corpurilor punctiforme care să electrizeze sfera. Lucrul mecanic  $L_A$  necesar pentru deplasarea unui corp punctiform cu sarcina  $q'$  de la infinit într-un punct A de potențial  $V_A$  este  $L_A = q' V_A$ . Deoarece în timpul electrizării sferei cu sarcina  $q$  potențialul sferei nu este constant, ci crește de la 0 la  $V$ , se introduce în expresia lucrului mecanic  $L$  media aritmetică a potențialului sferei:

$$L = W_e = q \frac{0 + V}{2} = \frac{1}{2} qV.$$

Folosind relația pentru potențialul unei sfere conductoare, cu sarcina  $q$ ,  $V = q/4\pi\epsilon_0\epsilon_r R$ , se obține:  $W_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = 5 \text{ mJ}$ .

Pentru a stabili un câmp electric într-o regiune unde acesta nu există, este necesar un anumit lucru mecanic. Energia unui câmp electric este egală cu lucrul mecanic total ce trebuie efectuat din exterior (sau de forțele câmpului) pentru a electriză (sau neutraliza) corpurile inițial neutre (electrivate). Operația se efectuează foarte lent și izoterm pentru a avea mereu echilibru electrostatic (fără dezvoltare sau transfer de căldură).

$$2.8.45. R = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

2.8.46. Expresia  $W_e = \frac{1}{2} qV$  nu indică localizarea energiei. Ea e repartizată în câmpul electric, adică în afara corpurilor conductoare electrizate, așa cum rezultă din concepția de câmp și cum se verifică experimental.

În cazul unui condensator plan, tensiunea  $U$  dintre armături poate fi exprimată prin intensitatea  $E$  a câmpului uniform  $U = Ed$ , iar capacitatea  $C = \epsilon S/d$ . Înlocuind  $U$  și  $C$  în relația  $W_e = \frac{1}{2} CU^2$ , se obține energia câmpului electric dintre armăturile (plăcile) condensatorului plan.  $W_e = \frac{1}{2} \epsilon S d E^2 =$

$$W_e = \frac{1}{2} \epsilon S d E^2 =$$

= 0,44 mJ. Energia condensatorului este deci lucrul mecanic efectuat de forțele câmpului determinat de sursa de electrizare.

2.8.47. a) Diferența de potențial (tensiunea) dintre sfere este  $V_1 - V_2 = U = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$  unde  $q_1$  și  $q_2$  sînt sarcinile sferelor. Din legea

conservării sarcinilor,  $q_1 + q_2 = 0$ , se obține  $q_1 = -q_2 = 4\pi\epsilon_0 \frac{UR_1 R_2}{R_1 + R_2}$ .

$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{U^2 R_1^2 R_2^2}{(R_1 + R_2)^2 r^2} = 4,44 \cdot 10^{-8}$  N; b) diferența de potențial rămîne aceeași, dar capacitățile sferelor cresc de  $\epsilon_r$ ; conform relației

$q' = C'V = \epsilon_r C_0 V = \epsilon_r q$ , sarcinile cresc tot de  $\epsilon_r$  ori;  $q_1 = \epsilon_r q_1$  și  $q_2 = \epsilon_r q_2$ . Forța de interacție dintre sfere va fi:

$$F = \frac{q_1' q_2'}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r r^2} = \frac{\epsilon_r q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{\epsilon_r U^2 R_1^2 R_2^2}{(R_1 + R_2)^2 r^2} = 8,8 \cdot 10^{-7}$$
 N,

adică crește de  $\epsilon_r$  ori, iar dacă sferile ar fi fost deconectate de la sursă înainte de introducerea lor în petrol, forța ar fi scăzut de  $\epsilon_r$  ori.

2.8.48. Din legea conservării sarcinii electrice,  $q' + q_1 = q + q_1$ , se obține:

$$V'(C + C_x) = CV + C_x V_1, \text{ de unde rezultă: } C_x = \frac{C(V - V')}{V' - V_1} = 100 \text{ pF.}$$

Altă variantă de rezolvare: sarcina electrică a sferei este  $q = 4\pi\epsilon_0 R V$ , iar cea a corpului conductor  $q_1 = C_x V_1$ . Cele două corpuri conductoare legate prin firul conductor sînt echivalente cu două condensatoare în paralel, pămîntul constituind a doua armătură, la potențialul de referință zero. Deci:

$$V' = \frac{q + q_1}{C + C_x} \text{ și } C_x = 4\pi\epsilon_0 R \frac{V - V'}{V' - V_1} = 100 \text{ pF.}$$

2.8.49. La legarea în paralel  $C_p = C_1 = C_2 + C_3$ , la legarea în serie  $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$ . Din aceste ecuații se obține  $C_2 C_3 = \frac{C_s C_1}{C_1 - C_s} (C_p - C_1)$ .

Folosind notațiile  $s = C_2 + C_3$  și  $p = C_2 C_3$  se poate scrie:  $x^2 - sx + p = 0$ , care are rădăcinile  $x_{1,2} = C_2 = C_3 = 2\mu\text{F}$ .

Datorită fenomenului de influență  $q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = C_3 U_3$ ; de unde

$$U_2 = \frac{C_1 U_1}{C_2} = 45 \text{ V}, \quad U_3 = \frac{C_1 U_1}{C_3} = 45 \text{ V.}$$

Tensiunea sursei este  $U = U_1 + U_2 + U_3 = 120$  V.

2.8.50. Înainte de introducerea unuia din condensatori în ulei sarcina armăturilor condensatorilor este  $q = CU/2$ . După introducerea unuia din condensatori în ulei sarcina armăturilor fiecărui condensator este  $q_1 = CU_1 = \epsilon_r C U_2$  și  $U = U_1 + U_2$ . a) Rezultă tensiunile  $U_1 = U \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} = 40$  V

și  $U_2 = \frac{U}{\epsilon_r + 1} = 20$  V. Se observă că tensiunea sursei se distribuie cu

valori mai mari pe condensatorii cu capacitatea mai mică. b) După introducerea unuia din condensatori în ulei, sarcina armăturilor fiecărui condensator a variat, în sensul creșterii ei, cu

$$\Delta q = q_1 - q = \frac{C(\epsilon_r - 1)U}{2(\epsilon_r + 1)} = 1 \text{ nC.}$$

2.8.51. a)  $U_1 = 8$  V;  $U_2 = 16$  V; b)  $q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = 32 \mu\text{F}$ .

2.8.52.  $25 \text{ pF} < C < 550 \text{ pF}$ .

2.8.53.  $C_2 = 1 \mu\text{F}$ .

2.8.54. a)  $V_B = -800$  V; b)  $q_1 = 0,8$  mC,  $q_2 = 1,6$  mC,  $q_3 = 2,4$  mC.

2.8.55.  $U_{AB} = 64$  V.

2.8.56.  $V_a = 40$  V și  $V_c = -20$  V. Cum  $q = C_{ab}(V_a - V_b) = C_{ac}(V_a - V_c) = C_{bc}(V_b - V_c)$ , se obține din primele două egalități:

$$V_b = \frac{d_{ab}}{d_{ac}} (V_c - V_a) + V_a = -5 \text{ V.}$$

2.8.57. După introducerea plăcii dielectrice, condensatorul este echivalent cu doi condensatori cu aer  $C_{01}$  și  $C_{02}$  și unul cu dielectric  $C_d$  legați în serie, capacitatea sistemului rezultînd din relația

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{01}} + \frac{1}{C_{02}} + \frac{1}{C_d} = \frac{d_1}{\epsilon_0 S} + \frac{d_2}{\epsilon_0 S} + \frac{e}{\epsilon_0 \epsilon_r S} = \frac{1}{\epsilon_0 S} \left( d - e + \frac{e}{\epsilon_r} \right).$$

Capacitatea inițială a condensatorului fiind  $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ , atunci

$$C = \frac{C_0}{1 - \frac{e}{d} \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right)}; \quad C = \frac{6C_0}{5}, \text{ rezultă: } \epsilon_r = \frac{1}{1 - \frac{d}{e} \left( 1 - \frac{C_0}{C} \right)} = 3.$$

Capacitatea  $C$  a condensatorului cu placa dielectrică nu depinde de grosimea straturilor de aer  $d_1$  și  $d_2$  ci de suma lor ( $d - e$ ), astfel încît  $C$  nu se modifică dacă se deplasează placa mai aproape de o armătură sau de cealaltă.

2.8.58. a) Din relațiile:  $C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ ,  $E = \frac{U}{d}$  și  $\sigma = \frac{q}{S}$ , se obține

expresia intensității câmpului dintre armăturile condensatorului:  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ;

$U = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = 475$  V; b) Intensitatea câmpului determinat de una din armături va fi:  $E_+ = E_- = \frac{E}{2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ . Forța exercitată de o armătură asupra celei-

alte este:  $F = E_+ q = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0} \approx 1$  N (nu depinde de distanța dintre armături);

c)  $W = Q = \frac{1}{2} qU = \frac{1}{2} \sigma S U \approx 1$  mJ.

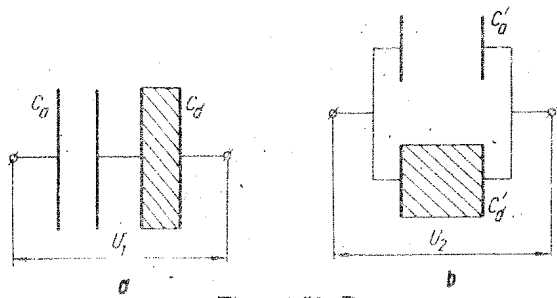


Fig. 2.8.59, R

2.8.59. a) În figura 2.8.59, R, *a*, *b* sînt date schemele echivalente. Capacitatea inițială a condensatorului este  $C = \epsilon_1 S/d$ , iar sarcina de pe armături  $q = CU$ ;  $C_1 = \frac{C_a C_d}{C_a + C_d} = \frac{\epsilon_0 S}{d \left( \frac{1}{\epsilon_{r1}} + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \right)} = \frac{2\epsilon_{r2} C}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}$ . Din

$C_1 = \frac{q}{U_1} = \frac{CU}{U_1} = \frac{2\epsilon_{r2} C}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}$ , pentru primul caz de așezare a dielectricului sticlă:  $U_1 = \frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}{2\epsilon_{r2}} U = 12 \text{ kV}$ . Pentru al doilea caz:

$$C_2 = C'_a + C'_d = \frac{\epsilon_0(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})S}{2d} = \frac{(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})S}{2\epsilon_{r1}}$$

Din:  $C_2 = \frac{q}{U_2} = \frac{CU}{U_2} = \frac{(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})C}{2\epsilon_{r1}}$ , rezultă:  $U_2 = \frac{2\epsilon_{r1} U}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} = 6,6 \text{ kV}$ ;

b)  $\frac{C_2}{C_1} = \frac{(\epsilon_{r2} + \epsilon_{r1})^2}{4\epsilon_{r1}\epsilon_{r2}} > 1$ , pentru că  $(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})^2$  este totdeauna mai mare decît  $4\epsilon_{r1}\epsilon_{r2}$  (afară de cazul banal  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$ , cînd  $C_1 = C_2 = C$ );

c) din relația  $C_a U_a = C_d U_d$  care corespunde cazului reprezentat în figura 2.8.59, R, *a* rezultă succesiv:  $\frac{C_a + C_d}{C_d} = \frac{U_1}{U_a}$ ;  $\frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}{\epsilon_{r2}} = \frac{U_1}{E_a \frac{d}{2}}$ ;

$E_a = \frac{2U_1}{d} \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} = 10^6 \text{ V/m}$ ; asemănător obținem:  $E_s = \frac{2U_1}{d} \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ . Pentru cazul reprezentat în figura 2.8.59, R, *b*,  $U_a = U_d = U_2$ ;

de unde  $E_a = E_d = \frac{U_2}{\frac{d}{2}} = 6,6 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ .

2.8.60. Înainte de conectarea în serie a condensatorilor:

$$q_1 = q = C_1 U_0; \quad q_2 = 2q; \quad W_i = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C_2} = \frac{3}{2} \frac{q^2}{C_1}$$

După conectarea în serie (fig. 2.8.60, R)  $q_2 = 2q'_1$  și  $q'_1 + q'_2 = q$ , atunci  $q'_1 = q/3$  și  $q'_2 = \frac{2}{3} q$ . Energia ansamblului de condensatori devine:

$W_f = \frac{1}{2} \frac{q_1'^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{q_2'^2}{C_2} = \frac{1}{6} \frac{q^2}{C_1}$ . Energia condensatorilor va scădea cu:

$\Delta W = W_f - W_i = -\frac{4}{3} \frac{q^2}{C_1} = -\frac{4}{3} C_1 U_0^2$ , energie electrică care se transformă în căldura  $Q$  disipată în sîrmele de conectare a condensatorilor;

$$Q = -\Delta W = \frac{4}{3} C_1 U_0^2 = 0,33 \text{ J}$$

2.8.61. Pentru condensatorul cu aer  $C = q/U_0$ , iar pentru cel cu petrol  $\epsilon_r C = q/U$ , de unde  $U = U_0/\epsilon_r$ . Energia condensatorilor înainte de conectare este:

$$W_i = \frac{1}{2} C U_0^2 + \frac{1}{2} \epsilon_r C \frac{U_0^2}{\epsilon_r^2} = \frac{1}{2} C U_0^2 \frac{\epsilon_r + 1}{\epsilon_r}$$

Prin legarea în paralel a condensatorilor are loc un transfer de sarcini electrice între armăturile condensatorilor datorită tensiunilor diferite dintre armături ( $U_0$  și  $U$ ), astfel încît energia condensatorilor va fi:

$W_f = \frac{(2q)^2}{2(C + \epsilon_r C)} = C U_0^2 \frac{2}{\epsilon_r + 1}$ . Energia condensatorilor va scădea cu

$\Delta W = W_f - W_i = -\frac{1}{2} C U_0^2 \frac{(\epsilon_r - 1)^2}{\epsilon_r(\epsilon_r + 1)}$ ;  $Q = -\Delta W = 60 \mu\text{J}$ .

2.8.62.  $L = 84 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ ;  $Q = 1,7 \text{ mJ}$ .

2.8.63. Din relațiile  $a_x = \frac{qE}{m}$  și  $a_y = g$ , se obține  $v_x = \frac{qE}{m} t$  și  $v_y = v_0 + gt$ . Dar  $v_y = v_x \text{ tg } \alpha$  (fig. 2.8.63, R), rezultă:

$$E = \frac{m(g + v_0/t)}{q} \text{ ctg } \alpha = 11,43 \text{ kV/m}$$

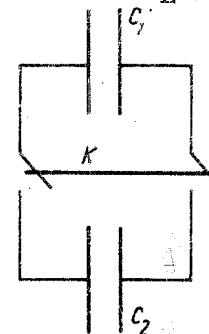


Fig. 2.8.60, R

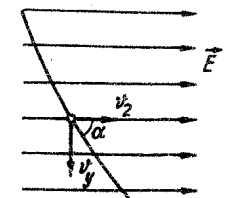


Fig. 2.8.63, R

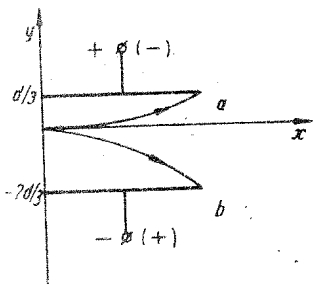


Fig. 2.8.64, R

2.8.64. Din relațiile  $x = v_0 t$  și  $y = \frac{1}{2} a_y t^2$ , unde  $a_y = \frac{qE}{m} = \frac{qU}{md}$ , se obține ecuația traiectoriei  $y = \frac{qU}{2mdv_0^2} x^2$ .

a) Pentru  $y = d/3$  și  $x = l$  (fig. 2.8.64, R) rezultă

$$U = \frac{2mdv_0^2}{ql^2} \frac{d}{3} = 15,16 \text{ V.}$$

b) Pentru  $y = -2d/3$  și  $x = l$  rezultă  $U = \frac{2mdv_0^2}{ql^2} \left(-\frac{2d}{3}\right) = -30,32 \text{ V.}$

$$2.8.65. \Delta y = \frac{|e| U l^2}{2md} \left(\frac{1}{v_{01}^2} - \frac{1}{v_{02}^2}\right) = 3,05 \text{ mm.}$$

2.8.66. a)  $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ;  $l = \frac{g T_1^2}{4\pi^2} \approx 0,25 \text{ m}$ ; b)  $mg' = mg - qE = mg - F_e$ ; de unde  $g' = g - \frac{F_e}{m}$ . Rezultă  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{F_e}{m}}}$ . Din expresiile pentru  $T_1$  și  $T_2$  se obține:  $F_e = \frac{(T_2^2 - T_1^2)mg}{T_2^2} = 4,49 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ ;

$$c) T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{F_e}{m}}} = 0,87 \text{ s.}$$

## Capitolul 9. CURENTUL ELECTRIC CONTINUU

$$2.9.1. U = 20 \text{ V.}$$

$$2.9.2. l = 165,4 \text{ m}; S = 0,28 \text{ mm}^2; D \approx 0,3 \text{ mm.}$$

$$2.9.3. t = \frac{1}{\alpha} \frac{\Delta R}{R_0} = 25,64^\circ\text{C.}$$

$$2.9.4. l_1/l_2 = 0,367.$$

$$2.9.5. R_{01} = R/6 = 100 \Omega; R_{02} = 5R/6 = 500 \Omega.$$

2.9.6. Din:  $E = (r + R_1)I_1$  și  $E = (r + R_2)I_2$ , se obține:

$$r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = 0,5 \Omega \text{ și } E = 1,5 \text{ V.}$$

2.9.7. Din  $I_1 R = E + E_0$  și  $I_2 R = E - E_0$ , unde  $R$  este rezistența totală a circuitului, se obține:  $E = \frac{I_1 + I_2}{I_1 - I_2} E_0 = 4,66 \text{ V.}$

$$2.9.8. E = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} E_0 = 0,857 \text{ V.}$$

2.9.9. Din  $I = U/R$  și  $I = \frac{E}{R + r}$  se obține:  $\frac{U}{R} = \frac{E}{R + r}$ ;

$$U = \frac{E}{R + r} R = 1,2 \text{ V.}$$

$$2.9.10. U = \frac{E}{\frac{rS}{\rho l} + 1} = 1,75 \text{ V.}$$

$$2.9.11. R = 1 \Omega; x = 3 \Omega; E = 2 \text{ V.}$$

$$2.9.12. r = 1 \Omega.$$

$$2.9.13. R = 0,5 \Omega; U_2 = 1 \text{ V.}$$

$$2.9.14. r = 2 \Omega; E = 6 \text{ V.}$$

2.9.15.  $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Tensiunea la borne este  $U = IR$ , deci:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,8 \text{ A}; I_2 = \frac{U}{R_2} = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1,2 \text{ A.}$$

2.9.16. a) Introducerea acestor instrumente în circuitele electrice nu trebuie să modifice valorile intensităților curenților și tensiunilor. Pentru aceasta ampermetrele ar trebui să aibă rezistența interioară practic nulă, iar voltmetrele—rezistența practic infinită. În realitate, aceste rezistențe au valori de care trebuie să se țină seama; de aceea calitatea acestor instrumente este apreciată și în funcție de puterea pe care o consumă în circuitele în care sînt introduse.

Pentru o bună fidelitate a măsurătorilor este necesar ca puterile nominale  $R_A I^2$  și  $U^2/R_V$ , unde  $I$  și  $U$  sînt valori limită superioare care pot fi măsurate de ampermetru sau voltmetru, să fie neglijabile față de puterea circuitului în care se efectuează măsurarea. Rezultă astfel că rezistența interioară a ampermetrului să fie neglijabilă față de rezistența circuitului în care se măsoară intensitatea curentului  $I$  și rezistența interioară a voltmetrului să fie foarte mare în raport cu rezistența porțiunii de circuit la capetele căreia se măsoară tensiunea  $U$ .

b) Voltmetrele obișnuite constau dintr-un instrument de măsurare a intensității curentului (microampermetru sau miliampermetru) în serie cu un rezistor de rezistență foarte mare. Funcționarea lor se bazează pe proporționalitatea tensiunii cu intensitatea curentului (sau cu pătratul intensității). Deci astfel de instrumente nu pot fi utilizate pentru verificarea legii lui Ohm întrucît introducerea acestora într-un circuit modifică valoarea intensității curentului  $I$  prin circuit și ca urmare și tensiunea  $U = RI$  la capetele porțiunii de circuit de rezistență  $R$ . Se poate utiliza însă, în acest caz, un voltmetru de tip electrostatic.

$$c) R_s = \frac{R_A}{\frac{I}{I_A} - 1} = \frac{R_A}{n - 1} = 5,005 \text{ m } \Omega; R_A = \frac{R_A}{n} = 5 \text{ m } \Omega. \text{ Raportul } I/I_A = n \text{ se numește factor de multiplicare.}$$

d)  $R_a = (U/U_V - 1)R_V = (m-1)R_V = 90 \text{ k}\Omega$ ;  $R_V = mR_V = 100 \text{ k}\Omega \cdot m$  se numește raport de multiplicare.

e)  $R_a = U/I_G = R_G = 975 \Omega$ ;  $R_s = \frac{R_G}{\frac{I}{I_G} - 1} = 0,025 \Omega$ .

f) Notînd cu  $R$  rezistența totală a circuitului, intensitatea curentului prin galvanometru va fi

$$I_G = I \frac{R_2}{R_2 + R_G} = \frac{E_0}{R} \frac{R_2}{R_2 + R_G} = 13,57 \cdot 10^{-5} \text{ A.}$$

Constanta galvanometrului va fi dată de raportul  $C = I_G/\alpha = 13,57 \text{ nA/div}$ .

g) Eroarea citirii va fi, indiferent unde se oprește acul pe cadranul gradat (scală)

$$\Delta I = 1,5\% \cdot 12 \text{ mA} = 0,18 \text{ mA.}$$

Rezultatul corect al măsurării va fi  $I = (5 \pm 0,18) \text{ mA}$ .

h)  $r = 10 \Omega$ ;  $P = 10^{-5} \text{ W}$ . Consumul propriu de energie al altor tipuri de instrumente de măsură este mult mai mare; în cazul instrumentelor de tip electrodinamic, un ampermetru cu scara de 5A sau a unui voltmetru cu scara de 100 V consumă  $2 \div 5 \text{ W}$ . Instrumentele electrodinamice sînt de aceeași clasă de precizie ( $0,2 \div 0,5$ ) ca și instrumentele magnetoelectrice, fiind folosite pentru măsurări de precizie, îndeosebi în curent alternativ.

2.9.17. a)  $R_s = 4,21 \cdot 10^{-2} \Omega$ ; b)  $R_a = 199,2 \Omega$ ; c)  $E = 8,01 \text{ V}$ ;  $r = 10,8 \Omega$ .

2.9.18. Curentul are sensul real de parcurgere a laturilor unei rețele de la puncte (noduri) de potențial mai mare către puncte (noduri) de potențial mai mic.

Rezultă, cu o notație ușor de înțeles, că tensiunea  $U_{AB}$  între oricare două puncte  $A$  și  $B$  ale unei rețele de curent continuu este dată de relația

$$U_{AB} = \sum_k (R_k I_k - E_k)_{A \rightarrow B}$$

Astfel, în cazul problemei, pe lanțul de laturi  $Ac$ ,  $cd$ ,  $dB$

$$U_{AB}^{(AcdB)} = R_1 I_1 + (-R_2 I_2) + R_3 I_3 = 32 \text{ V, iar pe latura } AEB$$

$$U_{AB}^{(AEB)} = -rI - (-E) = 32 \text{ V.}$$

Așadar, relația pentru  $U_{AB}$  se verifică. Această relație se va folosi des în rezolvările problemelor ce urmează.

2.9.19. Înainte de inversare intensitatea curentului prin circuit este:

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R + r_1 + r_2}, \text{ iar tensiunea la bornele } AB \text{ ale sursei } I \text{ este:}$$

$$U_1 = I r_1 - E_1,$$

de unde se mai poate scrie:  $I = \frac{U_1 + E_1}{r_1}$ . După inversarea bornelor sursei  $I$

$$I' = \frac{E_2 - E_1}{R + r_1 + r_2} \text{ sau } I' = \frac{U_1' - E_1}{r_1}.$$

Obținem:  $\frac{U_1 + E_1}{U_1' - E_1} = \frac{E_2 - E_1}{E_2 - E_1}$ ;  $U_1 = \frac{2E_1 E_2 + U_1'(E_2 - E_1)}{E_1 + E_2}$ ; pentru  $U_{10} = 3 \text{ V}$  dă  $U_1' = 5,4 \text{ V}$ , iar pentru  $U_{10} = -2 \text{ V}$  dă  $U_1' = 4,4 \text{ V}$ .

2.9.20.  $E = 122 \text{ V}$ ;  $I_{sc} = 610 \text{ A}$ ;  $U_{sc} = 0$ .

2.9.21.  $E = \frac{U_2 U_1}{U_2 - U_1} \approx 13,3 \text{ V}$ .

2.9.22.  $R = E \left( \frac{1}{I} - \frac{1}{I_{sc}} \right) = 23,7 \Omega$ .

2.9.23. a)  $I = 3 \text{ A}$ ; b)  $E = 18,6 \text{ V}$ ; c)  $I_{sc} = \frac{E}{r} = 93 \text{ A}$ ,  $U_{sc} = 0$ .

2.9.24.  $R = \frac{UE}{I_{sc}(E - U)} = 3,3 \Omega$ .

2.9.25. a)  $R_{12} = 4 \Omega$ ; b)  $\rho = 7,5 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$ ; c)  $x = U_{AC} \frac{S}{\rho} \frac{R_{12} + r}{E - U_{AC}} = 0,4 \text{ m}$ .

2.9.26. Din relațiile  $I = E/R + r$  și  $I' = (E + E_2)/(R + r + r_2)$  și impunerea condiției  $I' > I$ , se obține  $\frac{E_2}{r_2} > \frac{E}{R + r}$ , sau  $I_{sc2} > I$ .

2.9.27. Rețeaua din figura 2.9.27,  $R$  are  $N = 2$  noduri ( $A$  și  $B$ ) și  $L = 3$  laturi. Deci pe baza teoremei întâi se va scrie  $N - 1 = 2 - 1 = 1$  ecuație pentru nodul  $A$  (sau  $B$ ), iar pe baza teoremei a doua  $Q = L - N + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$  ecuații pentru ochiurile independente  $AE_1BE_2A$  și  $AE_2BE_3A$ .

Se aleg arbitrar sensurile curentilor prin laturi (reprezentate prin săgeți întrerupte) și sensul de parcurgere a ochiurilor prin săgeți curbilini. Se obțin ecuațiile:

pentru nodul  $A$ :  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ;  
 pentru ochiul I:  $R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 - E_2$ ;  
 pentru ochiul II:  $-R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 + E_3$ .

(Întrucît în datele problemei nu s-au dat valorile rezistențelor interioare  $r$  ale surselor se presupune că acestea au valori neglijabile față de valorile pentru rezistențele  $R$  ale rezistorilor din laturile respective.)

Înlocuind numeric, se obține:

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 - I_3 &= 0 \\ 2I_1 + 4I_2 &= 1 \\ -4I_2 + 2I_3 &= 5. \end{aligned}$$

Rezolvînd sistemul, se obține:  $I_1 = 1,3 \text{ A}$ ;  $I_2 = -0,4 \text{ A}$ ;  $I_3 = 1,7 \text{ A}$ . Intensitățile  $I_1$  și  $I_3$  sînt pozitive, deci sensul real al curentilor din aceste laturi coincide cu sensul de referință ales arbitrar;  $I_2$  este negativ, ceea ce înseamnă că sensul real al curentului din latura 2 este opus celui convențional. Sensurile reale ale curentilor sînt reprezentate în figura 2.9.27,  $R$  prin săgeți continue.

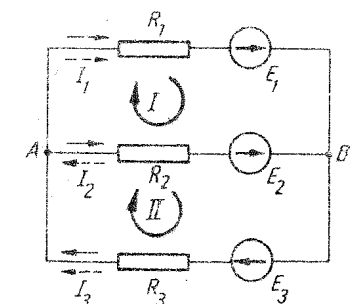


Fig. 2.9.27, R



$$2.9.28. U_1 \approx 4 \text{ V}; U_2 \approx 0,8 \text{ V}; U_3 \approx 36 \text{ mV}.$$

$$2.9.29. I_1 = I_2 \approx 0,44 \text{ A}; I_3 \approx 0,87 \text{ A}; I_4 \approx 2,57 \text{ A}; I_5 \approx 2,18 \text{ A}; I_6 = 1,45 \text{ A}; I_7 = 3,63 \text{ A}.$$

$$2.9.30. I = \frac{r_2 E_1 + r_1 E_2}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = 10 \text{ A}; I_1 = \frac{(r_2 + R)E_1 - RE_2}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = -4 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{(r_1 + R)E_2 - RE_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = 14 \text{ A}.$$

$$a) U = U_{AD} = RI = \frac{R(r_2 E_1 + r_1 E_2)}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = 20 \text{ V};$$

$$b) U_0 = U \Big|_{R \rightarrow \infty} = \frac{r_2 E_1 + r_1 E_2}{\frac{r_1 r_2}{R} + r_1 + r_2} \Big|_{R \rightarrow \infty} \approx \frac{r_2 E_1 + r_1 E_2}{r_1 + r_2} \approx 32 \text{ V};$$

$$c) I_{sc} = I \Big|_{R=0} = \frac{r_2 E_1 + r_1 E_2}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \Big|_{R=0} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} = 26,66 \text{ A}.$$

d) Impunând condiția  $I = 0$  rezultă  $E_1/r_1 = -E_2/r_2$ , adică una din surse trebuie să aibă polaritatea inversată, iar curenții lor de scurtcircuit trebuie să aibă aceeași intensitate  $I_{sc1} = I_{sc2}$ .

e) Împărțind în expresia pentru  $U$  (de la punctul a) numărătorul și numitorul prin produsul  $r_1 r_2 R$  se obține:

$$U = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R}}; \text{ generalizând pentru } n \text{ surse: } U = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{r_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i} + \frac{1}{R}}.$$

Intensitățile curenților prin surse sînt date de relația  $I_k = \frac{E_k - U}{r_k}$ ,

unde  $k = 1, 2, \dots, n$ . Intensitatea curentului prin rezistorul  $R$  va fi  $I = U/R$ .

f) Folosind relațiile de la punctul precedent,

$$I_1 = \frac{1}{r_1} \left( E_1 - \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R}} \right) \text{ și impunind condiția } I_1 = 0 \text{ pentru } R = R_0,$$

se obține:  $R_0 = r_2 \frac{E_1}{E_2 - E_1} = 0,4 \Omega$ . (Pentru ca să existe o soluție fizică a problemei se observă că e necesară condiția  $E_2 > E_1$ .)

$$2.9.31. \text{ Condiția } U' > U \text{ înseamnă că: } \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R}} > \frac{E_1}{r_1}.$$

Calculul intermediar  $E_1 r_1 r_2 + E_1 r_2 R + E_2 r_1^2 + E_2 r_1 R > E_1 r_1 r_2 + E_1 r_1 R + E_1 r_2 R$  duce la:  $E_2 > \frac{E_1 R}{r_1 + R} = U$ , adică  $E_2 > 6 \text{ V}$ .

2.9.32. Circuitul are  $N = 4$  noduri ( $A, B, C, D$ ) și  $L = 6$  laturi, deci pe baza teoremei întâi se vor scrie  $N - 1 = 3$  ecuații, pentru nodurile  $A, B, C$ , iar pe baza teoremei a doua  $1 - n + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$  ecuații pentru ochiurile independente ( $ACDEA; ABCA; BDCB$ ). Se alege arbitrar sensurile curenților prin laturi și sensul de parcurgere a ochiurilor. Se obțin deci ecuațiile

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 - I_5 &= 0; & I_1 - I_2 - I_5 &= 0; \\ I_2 - I_3 - I_6 &= 0; & I_2 - I_3 - I_6 &= 0; \\ I_5 + I_3 - I_4 &= 0; & I_5 + I_3 - I_4 &= 0; \\ rI_1 + R_5 I_5 + R_4 I_4 &= E; & \text{și prin înlocuire numerică: } & I_1 + 2I_5 + 2I_4 = 47; \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_5 I_5 &= 0; & & 4I_2 + 3I_3 - 2I_5 = 0; \\ R_6 I_6 - R_4 I_4 - R_3 I_3 &= 0; & & I_6 - 2I_4 - 3I_3 = 0. \end{aligned}$$

Relația a doua adunată cu a treia dă:  $I_2 + I_5 = I_4 + I_6$ ; deci  $I_1 = I_4 + I_6$ ;  $I_2 = I_4 + I_6 - I_5$ ;  $I_3 = I_4 - I_5$ . Substituind aceste relații în ultimele trei relații ale sistemului, se obține:  $3I_4 + 2I_5 + I_6 = 47$ ;  $7I_4 - 9I_5 + 4I_6 = 0$ ;  $-5I_4 + 3I_5 + I_6 = 0$ .

Rezolvarea acestui sistem prin metoda reducerii dă:

$$I_1 = 15 \text{ A}; I_2 = 6 \text{ A}; I_3 = -2 \text{ A}; I_4 = 7 \text{ A}; I_5 = 9 \text{ A}; I_6 = 8 \text{ A}.$$

Pentru verificare se poate scrie teorema a doua pentru un ochi nefolosit la scrierea ecuațiilor, de exemplu ochiul exterior  $ABDEA$ :

$$R_2 I_2 + R_6 I_6 + r I_1 = E.$$

$$2.9.33. I_1 = 1,28 \text{ A}; I_2 = 1,85 \text{ A}; I_3 = -0,57 \text{ A}; U_{a,b} = -42,46 \text{ V}.$$

$$2.9.34. E = \frac{2(U + n)}{2 - n} = 4 \text{ V}.$$

2.9.35. În primul caz:  $E = Ir + U_1 + U_2$ , unde  $Ir$  este căderea de tensiune interioară.

Cînd se leagă numai al doilea voltmetru;  $E = I_1 r + U_2$ ;  $U_2 = IR_2$ ;  $U_2 = I_1 R_2$ , unde  $R_2$  este rezistența voltmetrului al doilea. Obținem:

$$R_2 = \frac{U_2}{I}, \quad I_1 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_2 I}{U_2}.$$

Din prima relație rezultă:  $Ir = E - (U_1 + U_2)$ .

Vom obține  $E = \frac{U_2}{U_2} Ir + U_2$ ;  $E = \frac{U_2}{U_2} E - (U_1 + U_2) + U_2$ , de unde

$$\text{rezultă: } E = \frac{U_2 U_1}{U_2 - U_2} = 13,3(3) \text{ V}.$$

2.9.36. Pentru legarea în serie:  $P_1 = R_1 I^2$ ;  $P_2 = R_2 I^2$ ;  $P_1/P_2 = R_1/R_2 > 1$ . Pentru legarea în paralel:  $P_1 = U^2/R_1$ ;  $P_2 = U^2/R_2$ ;  $P_1/P_2 = R_2/R_1 < 1$ . Deci pentru legarea în paralel a conductorilor  $P_2 > P_1$ .

2.9.37. Intensitatea curentului debitat de sursă este:  $I = \frac{E}{R + r}$ .

Puterea transmisă de sursă circuitului exterior este:

$$P = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}, \text{ sau } PR^2 + (2Pr - E^2)R + Pr^2 = 0 \text{ cu}$$

$$R = \frac{E^2 - 2Pr \pm E\sqrt{E^2 - 4Pr}}{2P}.$$

Se observă că  $R$  are sens fizic dacă  $R \geq 0$  și dacă  $E^2 - 4Pr \geq 0$ , sau  $P \leq E^2/4r$ . Rezultă că  $P_{max} = E^2/4r$ . Din prima și ultima relație, pentru ca  $P = P_{max}$  trebuie să se verifice egalitatea  $E^2R/(R+r)^2 = E^2/4r$ , ceea ce impune egalitatea  $R = r$ . Astfel:  $P_{max} = E^2/4R$ .

Puterea debitată de sursă este:  $P_s = EI = E^2/2r$ , randamentul în cazul transferului maxim de putere este:  $\eta = P_{max}/P_s = 0,5$ .

**2.9.38.** Rezistențele  $R_1$  și  $R_2$  sînt rădăcinile ecuației  $PR^2 + (2Pr - E^2)R + Pr^2 = 0$ , din problema precedentă. Folosind relațiile dintre rădăcini și coeficienți,  $R_1R_2 = r^2$ , rezultă:  $R_2 = \frac{r^2}{R_1} = 6,25 \Omega$ .

**2.9.39.** a)  $P_X = U_X^2/X$ ;  $U_X = \frac{R_2X}{R_2+X} I = \frac{R_2X}{R_2+X} \frac{E}{(R_1+r) + \frac{R_2X}{R_2+X}} = \frac{60X}{X+10}$ .  $X^2 - 25X + 100 = 0$ ;  $X = \begin{cases} 5 \Omega \\ 20 \Omega \end{cases}$ . b) Puterea dezvoltată de sursă este mai mare pentru  $X_1 = 5 \Omega$  și are valoarea  $P_{s_1} = EI_1 = 600 \text{ W}$ .

**2.9.40.** Puterea disipată în rezistor este  $P = UI$ . Cum  $U = E - Ir$  și  $I = \frac{E-U}{r}$ , se obține pentru  $P$  expresia  $P = \frac{EU - U^2}{r}$ , de unde

$U = \frac{E}{2} \pm \sqrt{\frac{E^2}{4} - Pr} = 5 \pm 4$ . Deci  $U_1 = 9 \text{ V}$  și  $U_2 = 1 \text{ V}$ . Aceeași putere poate fi deci disipată în rezistori avînd rezistențe diferite. Pentru  $U_1 \Rightarrow I_1 = 1 \text{ A}$  și  $R_1 = P/I_1^2 = 9 \Omega$ . Pentru  $U_2 \Rightarrow I_2 = 9 \text{ A}$  și  $R_2 = 1/9 \Omega$ .

**2.9.41.** a) Din  $P = \frac{E^2R_1}{(R_1+r)^2} = \frac{E^2R_2}{(R_2+r)^2}$  se obține  $r = \sqrt{R_1R_2} = 10 \Omega$  și  $E = (\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2})P = 60 \text{ V}$ ; b)  $\eta_1 = \frac{R_1}{R_1+r} = 33,3\%$ ;  $\eta_2 = \frac{R_2}{R_2+r} = 66,6\%$ ;  $\eta_{max} = 50\%$  (pentru  $R = r$ ).

**2.9.42.** Sînt posibile două alcătuirii mixte ale bateriei de acumulatori și anume: a)  $N/n$  grupe a câte  $n$  acumulatori legați în serie, grupele fiind dispuse în paralel. Intensitatea curentului prin circuitul exterior va fi în acest

caz:  $I_1 = \frac{nE}{R + \frac{nr}{N}} = \frac{E}{\frac{R}{n} + \frac{nr}{N}}$ ;  $I_1$  prezintă valoare maximă cînd  $\left(\frac{R}{n} + \frac{nr}{N}\right)$

are valoare minimă. O funcție  $y = ax + \frac{b}{x}$  prezintă valoare minimă pentru  $x = x_0 = \sqrt{\frac{b}{a}}$ , adică atunci cînd ecuația pătratică  $ax^2 - yx + b = 0$  are rădăcini egale.

Deci  $I_1 = I_{1max}$  pentru  $n = \sqrt{\frac{RN}{r}} = 4$  acumulatori.

$$I_{1max} = \frac{E}{\frac{R}{\sqrt{\frac{RN}{r}}} + \sqrt{\frac{RN}{r}} \frac{r}{N}} = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{N}{Rr}} = 20 \text{ A};$$

b)  $N/n$  grupe a câte  $n$  acumulatori legați în paralel, grupele fiind dispuse în serie;  $I_2 = \frac{\frac{N}{n} E}{R + \frac{r}{n} \frac{N}{n}} = \frac{NE}{nR + \frac{rN}{n}}$ .

Curentul prin circuitul exterior va avea în acest caz intensitatea maximă pentru  $n = \sqrt{rN/R} = 6$  acumulatori legați în paralel în cele  $N/n$  grupe dispuse în serie;  $I_{2max} = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{N}{Rr}} = 20 \text{ A} = I_{1max}$ . Puterea disipată în circuitul exterior este în ambele cazuri  $P = RI_{max}^2 = 80 \text{ W}$ .

**2.9.43.** Din punctul de vedere al puterii transmise, este mai avantajoasă dispunerea surselor în paralel. Într-adevăr, pentru legarea serie:  $P_s = = RI^2 = R \left( \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2 + R} \right)^2 \approx 13,4 \text{ W}$ ; pentru legarea paralel:  $P_p = \frac{U^2}{R} =$

$$= \frac{1}{R} \left( \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}} \right)^2 = 31,25 \text{ W}.$$

$$2.9.44. E_2 = E_1 \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = 2 \text{ V}.$$

$$2.9.45. D = \sqrt{\frac{8t\rho P}{n(1-n)\pi U_0^2}} = 3,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

$$2.9.46. a) R_1 = 44 \Omega; b) \alpha = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ grad}^{-1}.$$

$$2.9.47. m = 6,43 \text{ kg}.$$

$$2.9.48. \text{ Din relațiile } I = q/t \text{ și } m = \frac{1}{F} \frac{A}{n} It, \text{ se deduce: } t = \frac{q}{I} = \frac{mFn}{IA} \approx 4,3 \cdot 10^4 \text{ s} \approx 12 \text{ h}.$$

$$2.9.49. \text{ Din } m = Kit \text{ și } m = Sh\rho, \text{ se obține } t = Sh\rho/KI; t = 9\text{h}50'43''; \text{ catod}.$$

$$2.9.50. m_2 = m_1 \frac{A_2 n_1}{A_1 n_2} = 60 \text{ g}.$$

$$2.9.51. \Delta I = I - I_A = \frac{m}{Kt} - I_A = 40 \text{ mA}.$$

2.10.1. a)  $F_1 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ N}$ ; b)  $F_2 = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ N}$ .

2.10.2.  $I = 4,9 \text{ A}$ .

2.10.3.  $\Phi = 0,86 \mu\text{Wb}$ .

2.10.4.  $B = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

2.10.5.  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$ ;  $B_1 = B_2 = B_3 = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{2\pi a}$ ;  $B = (B_1 + B_2) \cos \pi/3 + B_3 = 2B_1 \Rightarrow B = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{\pi a} = 6,93 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  (fig. 2.10.5, R).

2.10.6. a)  $B_1 = \frac{\mu_0 I}{\pi d} = 2,39 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ ; b)  $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

2.10.7. Numai dispunerea conductorilor în ordinea 1, 2, 3 asigură relația  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = 0$  sau  $B_1 + B_3 = B_2$ , care să determine o dreaptă în punctele căreia  $B = 0$ ;  $\frac{\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{2\mu_0 I}{2\pi(2a - x)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a - x)}$ ;  $x = 2 \text{ cm}$ , adică dreapta se află la 2 cm de conductorul parcurs de curentul de intensitate  $I_1$ .

2.10.8. Forță de respingere:  $f = 5 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ .

2.10.9. Forțele  $\vec{F}_3$  și  $\vec{F}_4$  sînt egale și de sens contrar (fig. 2.10.9, R), suma lor vectorială este nulă. Forța de atracție rezultantă este:

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} I I' b \left( \frac{1}{c} - \frac{1}{c+a} \right) = 3 \cdot 10^{-5} \text{ N}.$$

Forța  $F$  devine o forță de respingere dacă se inversează unul dintre sensurile curenților.

2.10.10.  $I = \left( \frac{USB}{\pi \rho \mu_0} \right)^{1/2} = 10 \text{ A}$ .

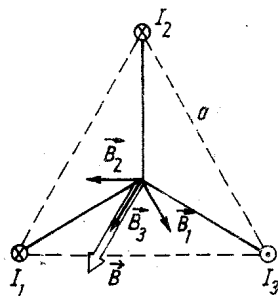


Fig. 2.10.5, R

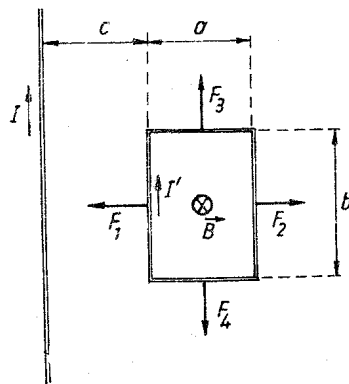


Fig. 2.10.9, R

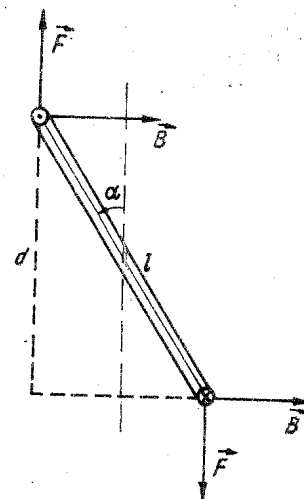


Fig. 2.10.11, R

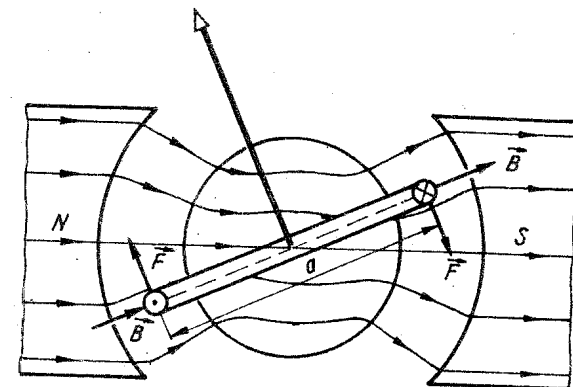


Fig. 2.10.13, R

2.10.11. În figura 2.10.11, R este reprezentată bobina-cadru, văzută în lungul axului de rotație, rotită cu unghiul  $\alpha = 30^\circ$ . Rezultă:  $M(\pi/6) = F \cdot d = = Fl \sin \alpha = BNIS \sin \alpha = \pm 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}$ . (Se consideră semnul + sau - după cum inducția cîmpului magnetic  $B_0$  al bobinei în poziția sa inițială are același sens sau - respectiv - sens opus cu inducția  $B$  a cîmpului magnetic exterior.) Pentru poziția inițială ( $\alpha = 0^\circ$ ),  $M(0) = 0$ .

2.10.12. a)  $F = BIl \sin \alpha = 0,3 \text{ N}$ . b) Lucrul mecanic necesar pentru mișcarea conductorului este  $L = Fs$ , unde  $s$  este spațiul parcurs,  $s = vt$ . Puterea cheltuită va fi:  $P = L/t = Fv = BIlv \sin \alpha = 0,06 \text{ W}$ .

2.10.13. a) Forța electromagnetică care acționează asupra fiecărei laturi active (fig. 2.10.13, R) este  $F = BNIb$ , iar momentul cuplului electromagnetic  $M = Fa$ . La echilibru  $M = M_a$ , de unde:  $\alpha = \frac{BNIba}{k} = 60^\circ$ . b) Sensibilitatea aparatului este:  $K = \frac{NBba}{k} = 6 \cdot 10^4 \text{ grad/A} = 3 \cdot 10^4 \text{ div/A}$ . Constanta aparatului este:  $C = \frac{1}{K} = 3,33 \cdot 10^{-5} \text{ A/div}$ .

2.10.14. a) Forța exercitată asupra protonului este forța Lorentz  $\vec{F}_L = q(\vec{v}_0 \times \vec{B})$  cu  $F_L = qv_\perp B$ , unde  $v_\perp = v_0 \sin \alpha$  este componenta vitezei protonului perpendiculară pe liniile de inducție magnetică (fig. 2.10.14, R). Forța  $\vec{F}_L$  este permanent orientată perpendicular pe  $\vec{B}$ ; prin urmare, com-

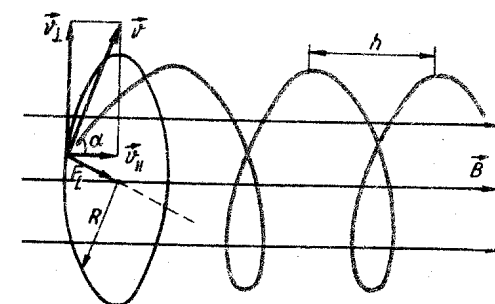


Fig. 2.10.14, R

ponenta  $v_{||} = v_0 \cos \alpha$  a vitezei protonului, paralelă cu liniile de cimp, nu este modificată. În planul perpendicular pe  $\vec{B}$  proiecția mișcării protonului reprezintă un cerc a cărui rază  $R$  se determină din condiția ca forța exercitată de cimp să fie egală cu forța centripetă  $qvB = mv^2/R$ . Se obține:  $R = \frac{mv_0}{qB} \sin \alpha = 0,09$  m. b) Perioada mișcării de rotație este  $T = 2\pi R/v_{\perp} = 2\pi m/qB$ . Traectoria protonului este elicoidală deoarece există și o componentă paralelă  $v_{||}$  a vitezei. Pasul elicoidei este  $h = v_{||}T$ ; sau  $h = 2\pi R \operatorname{ctg} \alpha = 3,2$  m. Pentru  $\alpha = 0$ ,  $F_L = 0$ , mișcarea particulei rămâne rectilinie și uniformă. Pentru  $\alpha = \pi/2$ ,  $F_L = qv_0B$ , particula descrie o traectorie circulară într-un plan perpendicular pe  $\vec{B}$ .

2.10.15.  $R = 0,07$  m;  $h = 0,79$  m.

2.10.16. Fiind accelerate sub aceeași tensiune, particulele au energiile cinetice, la sfârșitul procesului de accelerare, respectiv,  $W_{\alpha} = qU$ ,  $W_p = q_p U$ ;

deci  $m_{\alpha}v_{\alpha}^2/2 = 2m_p v_p^2/2$ . Rezultă:  $\frac{R_{\alpha}}{R_p} = \frac{m_{\alpha}v_{\alpha}}{2m_p v_p} = \sqrt{\frac{m_{\alpha}}{2m_p}} = 1,41$ .

2.10.17. Egalind forța de deviație magnetică  $F_L = qvB$  cu forța gravitațională  $G = mg$ , rezultă:  $v = \frac{mg}{qB} = 4,45 \cdot 10^{-4}$  m/s.

2.10.18. Devierea  $x_1$  a fascicului la ieșirea din cimpul magnetic față de direcția sa inițială este:  $x_1 = PK = R - \sqrt{R^2 - l^2}$ .

Abaterea  $x_2$  se determină din proporția  $x_2/l = PM/PC$ ;  $x_2 = L \frac{l}{\sqrt{R^2 - l^2}}$ .

Distanța  $D = x_1 + x_2$  este dată de relația:  $D = R - \sqrt{R^2 - l^2} + L \frac{l}{\sqrt{R^2 - l^2}}$ .

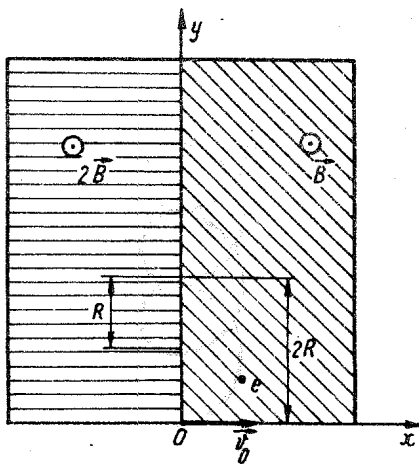


Fig. 2.10.19, R

Raza traectoriei fascicului electronic în cimp se determină din egalitatea  $F_{centr.} = F_L$ ,  $R = mv/|e|B$ , iar viteza se obține din relația  $mv^2/2 =$

$= |e|U$ . Astfel:  $R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|e|}} =$

$= 0,1$  m. Prin înlocuirea numerice în relația pentru  $D$ , se obține:

$D = R - \sqrt{R^2 - l^2} + L \frac{l}{\sqrt{R^2 - l^2}} =$

$= 0,1534$  m.

2.10.19. Traectoria electronului care străbate succesiv cele două cimpuri de inducție  $B$  și  $2B$  va fi o „spirală”, ca în figura 2.10.19, R. Se constată o periodicitate în parcurgerea spiralei după descrierea unui semicerc mare de

diametru  $2R$  și a unui semicerc mic, de diametru  $R$ . Pe direcția  $Oy$  spațiul va fi  $d_y = 2R - R$ , iar timpul  $t = T_1/2 + T_2/2$ , unde  $T_1$  și  $T_2$  sînt perioadele mișcării de-a lungul traectoriilor circulare.  $T = 2\pi m/|e|B$ , deci

$t = \frac{3}{2} \frac{m}{|e|B}$  și  $v_y = \frac{d_y}{t} = \frac{2}{3} \frac{R|e|B}{\pi m}$ . Deoarece  $v_0 = R\omega_0 = R \frac{|e|B}{m}$ ,

rezultă:  $v_y = \frac{2}{3\pi} v_0 = 2 \cdot 10^6$  m/s.

## Capitolul 11. INDUCȚIA ELECTROMAGNETICĂ

$$2.11.1. e = - \frac{(B_2 - B_1)S}{\Delta t} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ V.}$$

$$2.11.2. \Phi_0 = \frac{e\Delta t}{N} = 10^{-3} \text{ Wb.}$$

$$2.11.3. e = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ V.}$$

$$2.11.4. e = 5 \text{ mV.}$$

2.11.5.  $e = -\Delta\Phi/\Delta t$ ; fluxul magnetic inițial  $\Phi_1$  prin bobină este  $\Phi_1 = \Phi_0 N \cos \alpha = BSN \cos \alpha$ , unde  $\Phi_0$  este fluxul magnetic printr-o spirală a bobinei, situată perpendicular pe liniile de cimp. Prin dispariția cimpului magnetic, fluxul magnetic prin bobină devine nul:  $\Phi_1 = e\Delta t = BSN \cos \alpha$ .

Din  $(e/R) = i = q/\Delta t$ . Astfel:  $qR = BSN \cos \alpha$ ;  $q = \frac{BSN \cos \alpha}{R} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ C.}$

2.11.6. În cazul tensiunii electromotoare induse într-un conductor deplasat cu viteză constantă într-un cimp magnetic uniform, perpendicular pe liniile de cimp, variația fluxului magnetic poate fi exprimată în funcție de variația ariei circuitului,  $\Delta S$ , în timpul  $\Delta t$ .  $\Delta\Phi = B\Delta S \approx B \frac{1}{2} R \cdot R \Delta\alpha$ .

Rezultă:  $U_{AB} = |e| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{1}{2} BR^2 \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{1}{2} BR^2 \omega = \pi BR^2 n = 1,57 \text{ mV.}$

$$2.11.7. U = 0,625 \text{ V.}$$

$$2.11.8. e_1 = 600 \text{ V; } e_2 = -400 \text{ V.}$$

$$2.11.9. I = \frac{E \pm e}{R + r}; e = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}; \Delta\Phi = B\Delta S; S = lv\Delta t; \Delta\Phi = Blv\Delta t;$$

$$e = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -Blv; I = \frac{E \mp Blv}{R + r}; I_1 = 0,4 \text{ A; } I_2 = 1,2 \text{ A; } I' = \frac{E}{R + r}$$

$$= 0,8 \text{ A; } \frac{I_1}{I'} = \frac{1}{2}; \frac{I_2}{I'} = 1,5.$$

2.11.10. Conductorul va fi supus unei forțe electromagnetice:  $\vec{F}_{em} = I\vec{l} \times \vec{B} = IlB\vec{u}_y$ .

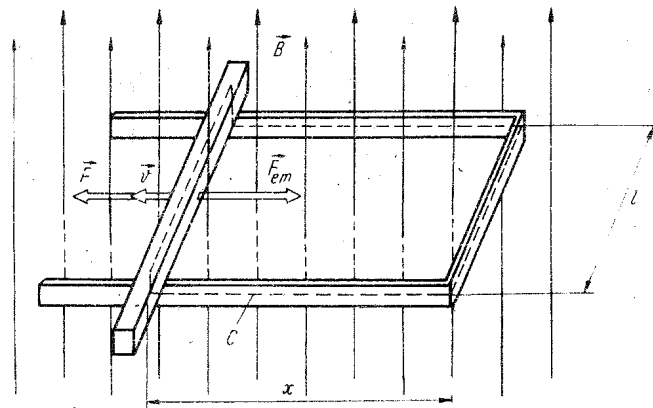


Fig. 2.11.10, R

În această expresie, vectorul  $\vec{l}$  are sensul curentului indus  $I$ , iar  $\vec{u}_v$  este vectorul unitate al vectorului vitezei  $\vec{v}$ , adică  $\vec{u}_v = \vec{v}/v$ . Conform regulii lui Lentz, dacă bara se mișcă uniform în sensul care corespunde creșterii fluxului magnetic  $\Phi$  prin conturul  $C$  (fig. 2.11.10, R), intensitatea curentului continuu va rezulta negativă ( $I < 0$ ), iar  $\vec{F}_{em}$  va fi de sens opus forței exterioare  $\vec{F}$ . Punind condiția ca lucrul mecanic efectuat din exterior, în unitatea de timp, să fie egal cu puterea dezvoltată prin efect Joule în circuitul de contur  $C$ , se poate determina expresia t.e.m. induse  $e$ .

Puterea mecanică efectuată din exterior este:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = -\vec{F}_{em} \cdot \vec{v} = -IlBv > 0; \quad (I < 0)$$

deoarece în cazul unei mișcări uniforme:  $\vec{F} + \vec{F}_{em} = \vec{F} + IlB\vec{u}_v = 0$ .

Puterea dezvoltată în circuit prin efect Joule este:  $P_J = RI^2 = eI$ .

Din conservarea puterilor ( $P = P_J$ ), rezultă:  $-IBlv = eI$ ;

$$e = -Blv = -Bl \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{\Delta(Blx)}{\Delta t}$$

Fluxul magnetic al inducției cîmpului magnetic exterior prin conturul  $C$  este însă  $\Phi = Blx$ ; rezultă expresia cantitativă a legii inducției electromagnetice dedusă pe considerente energetice pentru cazul particular al experimentului descris,  $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ .

2.11.11 a) Atribuind un sens de parcurgere pentru cercul mare al circuitului, sens asociat după regula burghiului sensului lui  $\vec{B}$ , rezultă  $\Phi_1 = BS_1 = \pi r_1^2 B$ , respectiv  $\Phi_2 = BS_2 = \pi r_2^2 B$ . Fluxul magnetic total prin suprafața delimitată de circuit este  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \pi(r_1^2 - r_2^2)B$ . Tensiunea electromotoare  $e$  indusă în circuitul din figura 2.11.11, a este

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\pi(r_1^2 - r_2^2) \frac{\Delta B}{\Delta t} = -5,89 \text{ mV.}$$

Semnul minus arată că sensul t.e.m.  $e$  este invers sensului arbitrar ales în circuitul buclă.

Exprimînd rezistența circuitului prin relația  $R_1 + R_2 = 2\pi(r_1 + r_2)R_l$ , unde  $R_l$  reprezintă rezistența sîrmei pe unitatea de lungime, intensitatea curentului prin circuit este:

$$I = \frac{e}{R_1 + R_2} = -\frac{r_1 - r_2}{2R_l} \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Tensiunea între punctele de încrucișare  $CD$  are expresia  $U_{CD} = e_1 - R_1 I = -\pi r_1 r_2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = -1,57 \text{ mV.}$

b) Pentru circuitul din figura 2.11.11, b  $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\pi(r_1^2 + r_2^2) \frac{\Delta B}{\Delta t} = -6,68 \text{ mV}$ ;  $I = \frac{e}{R_1 + R_2} = -\frac{r_1^2 + r_2^2}{2(r_1 + r_2)R_l} \frac{\Delta B}{\Delta t}$ ;  $U_{CD} = e_1 - R_1 I = -\frac{\pi r_2(r_1^2 + r_2^2)}{r_1 + r_2} \frac{\Delta B}{\Delta t} = -1,335 \text{ mV.}$

c)  $e = -6,68 \text{ mV}$ ;  $U_{CD} = -1,335 \text{ mV.}$

2.11.12. a) Schema electrică echivalentă a sistemului este dată în figura 2.11.12, R. T.e.m.  $E$  a sursei echivalente este  $E = e = \omega B D^2 / 8$  iar rezistența ei interioară este  $r/2$ . Se obține  $Q = R \left( \frac{\pi n B D^2}{r + 4R} \right)^2 = 1,97 \mu\text{J.}$

b) Căldura degajată are aceeași valoare ca la punctul a).

2.11.13.  $I = 0,12 \text{ A.}$

2.11.14. Acul voltmetrului va rămîne nedeviat. Rezolvarea de tipul:

$$e = -\frac{\Delta\Phi_{total}}{\Delta t} = -\frac{\Delta(N\Phi)}{\Delta t} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \text{ este incorectă.}$$

Conform legii lui Faraday,  $e = \left( -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right)_{B \text{ variabil}} + \left( -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right)_{\text{mișcare în cîmp}}$

dar, în acest caz, nu există nici  $B$  variabil și nici porțiuni ale sîrmei în mișcare în cîmp; deci  $e = 0$ .

2.11.15.  $L = \mu_0 \frac{R^2 D^4}{64l\rho^2} = 0,14 \text{ mH.}$

2.11.16. (a)  $L = 0,13 \text{ H}$ ; (b)  $N = 325 \text{ spire.}$

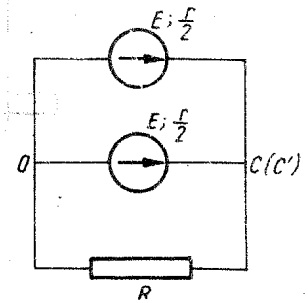


Fig 2.11.12, R

PROBLEME DE SINTEZĂ

ENUNȚURI

3.1. O monedă este așezată pe un disc de pick-up care se rotește uniform, rămânând în repaus față de disc.

- a) Care este direcția și sensul forței de frecare exercitată asupra monedei?
- b) Cum se modifică direcția forței de frecare dacă se întrerupe alimentarea pick-up-ului?

3.2. Un satelit de masă  $m = 1,0$  t este plasat pe o orbită circulară în jurul Pământului la o altitudine egală cu raza Pământului  $h = R = 6\ 400$  km. Ce lucru mecanic efectuează forța de greutate a satelitului într-o semiperioadă de revoluție în jurul Pământului?

3.3. Pe o sanie de masă  $M = 10$  kg este așezat un corp de masă  $m = 20$  kg. Coeficientul de frecare la alunecare între sanie și zăpadă este  $\mu = 0,10$ . De corpul  $m$  este prins un fir de care se trage orizontal. Care este valoarea minimă posibilă a coeficientului de frecare la alunecare dintre corp și sanie  $\mu_{min}$ , știind că sania alunecă rectiliniu uniform, iar corpul de pe sanie nu alunecă față de sanie?

3.4. Un om trage o ladă de masă  $m = 20$  kg, așezată pe un plan orizontal, cu o forță  $F = 98$  N, care formează un unghi  $\alpha$  cu orizontala. Variind acest unghi, omul constată că pentru  $\alpha = 30^\circ$  corpul alunecă uniform pe plan.

- a) Să se afle coeficientul de frecare la alunecare  $\mu$  dintre corp și planul orizontal.
- b) Ce masă minimă trebuie să aibă omul pentru a putea trage lada uniform (sub unghiul  $\alpha = 30^\circ$ ), dacă coeficientul de frecare la alunecare dintre om și planul orizontal este același cu cel dintre ladă și plan?

3.5. Se dă sistemul din figura 3.5:  $m_1 = 6,0$  kg,  $m_2 = 4,0$  kg,  $F_1 = 60$  N,  $F_2 = 28$  N,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu = 0,20$ ,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Inițial sistemul este în repaus și forțele intră simultan în acțiune, dar după timpul  $t_1 = 4,0$  s forța  $F_1$  dispăre. Să se afle:

- a) timpul după care sistemul revine în poziția inițială;
- b) tensiunea din fir în acest timp.

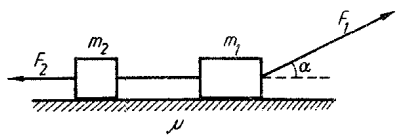


Fig. 3.5

3.6. Se dă drumul unui corp să alunecă pe un jgheab inclinat, continuat cu o buclă circulară verticală, de la înălțimea minimă de la care corpul nu părăsește suprafața buclei. Din buclă se taie un segment simetric față de verticala  $OC$ , corespunzător unghiului  $\alpha$

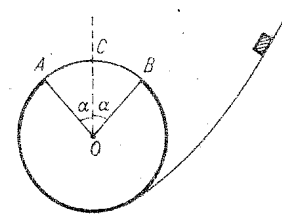


Fig. 3.6

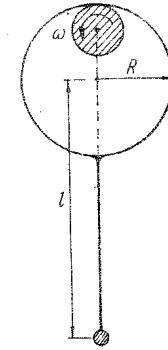


Fig. 3.8

centru  $2\alpha$  ( $\alpha < 90^\circ$ ), astfel încât, părăsind jgheabul în  $A$ , corpul să revină în  $B$  și să-și continue mișcarea pe jgheab (ca și cum jgheabul ar fi fost întreg, fig. 3.6). Să se afle unghiul  $\alpha$  (se neglijează frecările).

3.7. O scară uniformă este sprijinită de un perete. Cunoscând coeficienții de frecare la alunecare dintre scară și podea  $\mu_1 = 0,40$  și dintre scară și perete,  $\mu_2 = 0,50$ , să se afle unghiul  $\alpha$  dintre scară și podea, maxim posibil pentru ca scara să alunece.

3.8. Un pendul este format dintr-un inel subțire de rază  $R = 4,0$  cm de care este sudată o tijă subțire avînd la capăt un corp punctiform greu a cărui distanță pînă la centrul inelului este  $l = 10,0$  cm, ca în figura 3.8. Masa inelului și a tijei sînt neglijabile. Se așază inelul peste un cilindru orizontal care se rotește. Unghiul de frecare la alunecare dintre inel și cilindru este  $\varphi = 30^\circ$ . Să se afle:

- a) unghiul  $\alpha$  de deviere (față de verticală) a tijei pendulului, la echilibru;
- b) unghiul  $\beta$  dintre verticală și raza inelului dusă spre punctul de contact cu cilindrul.

3.9. Pe un plan inclinat poate aluneca cu frecare un corp de masă  $m = 3,0$  kg. Variind înclinarea planului inclinat s-a constatat că numai pentru unghiul de înclinare  $\varphi = 30^\circ$  corpul alunecă uniform în jos pe planul inclinat. Fixînd acum înclinarea acestui plan la unghiul  $\alpha = 60^\circ$ , se leagă corpul de masă  $m$  printr-un fir trecut peste un scripete ideal fix, de un alt corp de masă  $M = 1,0$  kg, ca în figura 3.9.

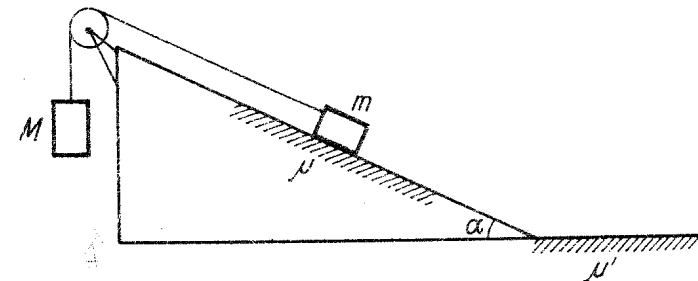


Fig. 3.9

- a) Cu ce accelerație se mișcă sistemul lăsat liber?  
 b) Se dezleagă corpul  $M$  și se trage de fir în jos cu o forță egală cu greutatea  $Mg$  a corpului  $M$  dezlegat. Cu ce accelerație se va mișca acum corpul  $m$ ?  
 c) Se dezleagă corpul  $m$  și se lasă să alunece liber, în jos pe plan inclinat, fără viteză inițială, pornind de la o înălțime  $h = 3,0$  m, după care corpul intră pe planul orizontal pe care se oprește datorită frecării cu acesta, cu coeficientul  $\mu' = 0,20$ . Să se reprezinte grafic viteza și accelerația corpului în funcție de timp, de la pornire până la oprire.  
 d) Care este lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe tot parcursul mișcării corpului în cazul precedent?

**3.10.** De-a lungul unui plan inclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$  și de lungime  $l = 1,00$  m este lansat de jos în sus un corp de masă  $m_1 = 0,60$  kg cu viteză inițială  $v_{01} = 3,0$  m/s. Simultan se lasă să alunece liber din virful planului un al doilea corp de masă  $m_2 = 0,40$  kg. Coeficientul de frecare la alunecare între corpuri și plan este  $\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ ,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Prin ciocnire corpurile se cuplează

(ciocnire plastică). Să se calculeze căldura totală degajată, atât prin frecare în timpul mișcării până la ciocnire, cât și prin ciocnire.

**3.11.** Se dă un plan inclinat de lungime  $l = 17$  m și de unghi  $\alpha = 30^\circ$  față de orizontală. Din virful planului este lansat, de-a lungul planului în jos, un corp de masă  $m_1 = 5,0$  kg cu viteză inițială  $v_{01} = 1,00$  m/s. După un timp  $\Delta t$  este lansat de la baza planului, în sus de-a lungul planului, un corp de masă  $m_2 = 6,0$  kg, cu viteză inițială  $v_{02} = 22$  m/s. Coeficientul de frecare la alunecare între corpuri și plan este  $\mu = 0,40 \cdot \sqrt{3}$ ,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Să se afle:

- a) căldura degajată prin ciocnirea plastică a celor două corpuri;  
 b) ce înălțime maximă, măsurată de la virful planului inclinat, atinge sistemul de corpuri după ciocnire.

**3.12.** Un corp cu masa  $m_1 = 8,0$  kg este lăsat să alunece pe un plan inclinat cu lungimea  $L = 30$  m și înclinația  $\alpha = 30^\circ$ . În același moment este lansat în sus de-a lungul planului inclinat, cu viteză  $v_{02} = 72$  km/h un corp cu masa  $m_2 = 2,0$  kg ca în figura 3.12. Coeficientul de frecare al acestor corpuri cu planul inclinat este  $\mu_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ . La o distanță  $d = 8,5$  m de baza

planului inclinat se află un pendul (balistic) cu lungimea  $l = 4,9$  m și masa bilei  $m_3 = 10,0$  kg. Care va fi unghiul maxim,  $\beta$ , de deviere al pendulului față de verticală, dacă în urma ciocnirii plastice a celor două corpuri, corpul rezultat prin lipirea acestora se deplasează pe planul orizontal cu coeficientul de frecare  $\mu_2 = 0,50$  și ciocnește perfect elastic pendulul ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>)?

**3.13.** Două stele se rotesc cu vitezele constante  $v_1$  și  $v_2$  în jurul centrului comun de masă. Perioada lor de mișcare este  $T$ . Să se calculeze masele stelelor  $m_{1,2}$  și distanța  $d$  dintre ele. Se dă constanta gravitațională.

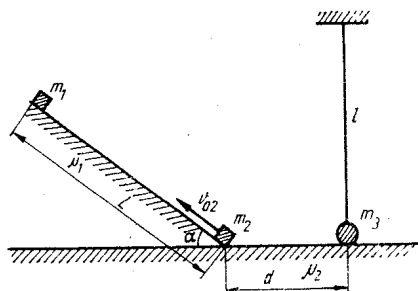


Fig. 3.12

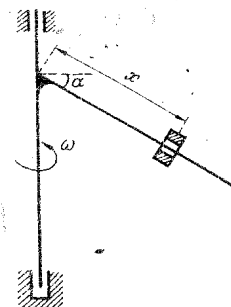


Fig. 3.14

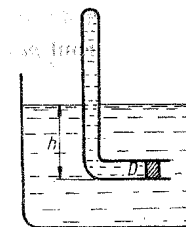


Fig. 3.19

**3.14.** O tijă inclinată cu unghiul  $\alpha$  față de orizontală se rotește cu viteză unghiulară  $\omega$  în jurul unui ax vertical trecând prin capătul superior al tijei ca în figura 3.14. De-a lungul tijei, alunecă liber un manșon cu unghiul de frecare la alunecare  $\varphi$ . Pentru ce valori ale distanței  $x$  manșonul se va găsi în repaus față de tijă?

**3.15.** O bilă de lemn de masă  $M$  este suspendată printr-un fir de lungime  $l$  (dimensiunile bilei sînt mici față de lungimea firului). Un glonț de masă  $m$  lovește orizontal bila și rămîne infipt în ea. Unghiul de deviație maximă a firului este  $\alpha$  (pendul balistic). Să se afle viteza inițială a glonțului și tensiunea din fir imediat după ciocnire.

**3.16.** Un balon folosit la sondarea atmosferei are volumul  $V = 100$  m<sup>3</sup> și este umplut cu heliu ( $\mu_{He} = 4$  kg/kmol). Balonul trebuie să ridice aparate de măsură, avînd masa  $M = 10$  kg, la înălțimea  $h$  unde densitatea aerului este de două ori mai mică decît la suprafața pămîntului. Materialul din care este confecționat învelișul este nedeformabil, iar umplerea balonului cu heliu s-a făcut la temperatura  $T = 300$  K și presiunea  $p = 1 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Să se afle masa  $m$  a materialului din care este confecționat învelișul balonului. Se dau  $\mu_{aer} = 29$  kg/kmol,  $R = 8,3 \cdot 10^3$  J/kmol K,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

**3.17.** Un pahar, avînd diametrul  $D = 4$  cm este așezat cu gura în jos pe o suprafață de cauciuc, plană. În momentul așezării paharului, aerul din pahar este încălzit la temperatura  $t = 80^\circ\text{C}$ . Să se afle forța cu care paharul acționează asupra suprafeței plane, cunoscînd că temperatura aerului din cameră este  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ , iar presiunea atmosferică  $p_0 = 1 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>.

**3.18.** Într-un vas închis, de volum  $V = 1 \cdot 10^{-1}$  m<sup>3</sup> se află apă. La temperatura  $t = 30^\circ\text{C}$  apa din vas are volumul  $V_a = 1 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>. Să se afle presiunea din vas, presupunînd că brusc forțele de interacție dintre molecule încetează să acționeze.

**3.19.** Un tub închis la un capăt și îndoit ca în figura 3.19 are volumul  $V_1 = 4 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>. În tub se află aer la presiunea  $p_1 = 10^5$  N/m<sup>2</sup>, închis cu ajutorul unui piston de diametru  $D = 4 \cdot 10^{-2}$  m, care se poate mișca fără frecare.

a) La ce adîncime  $h$  trebuie cufundat tubul într-un vas cu apă pentru ca pistonul să se deplaseze pe distanța  $l = 4$  cm ( $\rho_{apa} = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>)?

b) Să se afle căldura  $Q$  ce trebuie transmisă aerului din tub pentru ca pistonul să revină în poziția inițială. Se cunosc  $c_{p\text{ aer}} = 1006 \text{ J/kg K}$ ,  $\mu_{\text{aer}} = 28,9 \text{ kg/kmol}$  și  $R = 8,31 \cdot 10^3 \text{ J/kmol K}$ .

c) Să se afle lucrul mecanic  $L$  efectuat de aer în transformarea de la punctul b.

d) Prin ce transformare simplă aerul poate fi adus din starea 3 în starea inițială?

e) Să se reprezinte grafic cele trei transformări ale aerului din tub, folosind coordonatele  $p$  și  $V$ ;  $p$  și  $T$ ;  $V$  și  $T$ .

**3.20.** Un mol de gaz ideal trece din starea de echilibru 1 în starea de echilibru 2 pe trei căi distincte, reprezentate grafic în figura 3.20. Cunoscând căldura molară izocoră a gazului  $C_V = 3/2 R$  și considerând toate procesele evasistatice, să se calculeze pentru fiecare dintre cele trei transformări:

- lucrul mecanic efectuat de gaz;
- căldura absorbită de gaz;
- variația energiei interne a gazului.

**3.21.** Un corp de masă  $m = 10 \text{ kg}$  cade liber de la înălțimea  $h = 6 \text{ m}$  și se ciocnește la suprafața pământului cu un alt corp de masă mult mai mare decât a primului. După ciocnire, corpul se ridică la înălțimea  $h_1 = 3 \text{ m}$ . Să se afle:

- căldura  $Q$  degajată în urma ciocnirii;
- viteza termică a moleculelor de azot ( $\mu = 28 \text{ kg/kmol}$ ) închis într-un vas de volum constant  $V = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ , la temperatura  $T_1 = 500 \text{ K}$  și presiunea  $p_1 = 10^5 \text{ N/m}^2$ , dacă gazul absoarbe în întregime căldura  $Q$ . Pentru azot  $C_V = 5/2 R$ ;
- lucrul mecanic efectuat de gaz în urma încălzirii;
- variația energiei interne a gazului.

**3.22.** Într-un cilindru cu piston mobil, fără frecări, se află aer la presiunea  $p_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$  și volumul  $V_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ . Gazul din cilindru este supus unei transformări ciclice, formată din:

- o încălzire izocoră până când presiunea devine  $p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ;
- o destindere izobară până când volumul devine  $V_2 = 2 V_1$ ;
- o răcire izocoră până când presiunea devine  $p_4 = p_1$ ;
- o comprimare izobară până în starea inițială.

Cunoscând masa molară a aerului  $\mu = 29 \text{ kg/kmol}$  și  $C_V = 5/2 R$ , să se afle:

- masa aerului  $m$  din vas;
- temperaturile  $T_2$ ,  $T_3$  și  $T_4$  ale aerului la sfârșitul fiecărei transformări simple;
- lucrul mecanic efectuat; căldura schimbată și variația energiei interne a gazului în fiecare dintre cele patru transformări simple;

d) de câte ori randamentul unei mașini termice care ar funcționa după acest ciclu este mai mic decât randamentul unui ciclu Carnot, realizat între temperatura maximă și minimă atinsă.

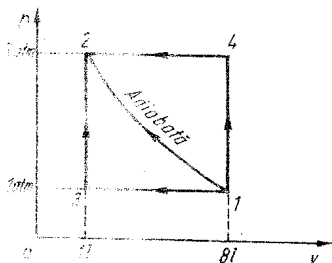


Fig. 3.20

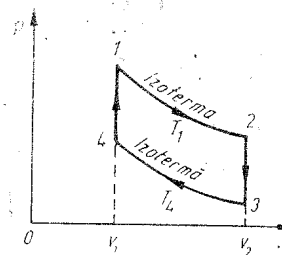


Fig. 3.24

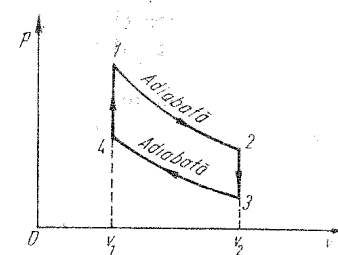


Fig. 3.25

**3.23.** O mașină termică ideală ce funcționează după un ciclu Carnot este utilizată pentru a ridica uniform cu viteza  $v = 2 \text{ m/s}$  un corp de masă  $m = 2 \cdot 10^3 \text{ kg}$  pe un plan înclinat de unghi  $\alpha = 30^\circ$ , coeficientul de frecare între corp și plan fiind  $\mu = 1/\sqrt{3}$ . Diferența de temperatură între cele două surse de căldură este  $\Delta T = 480 \text{ K}$ , iar randamentul mașinii termice este  $\eta = 0,6$ . Să se afle:

- puterea  $P$  a mașinii necesară ridicării corpului pe planul înclinat;
- temperatura  $T_1$  a sursei calde și temperatura  $T_2$  a sursei reci;
- căldura  $Q_1$  cedată sursei reci în timpul  $t = 3 \text{ s}$ ;
- densitatea substanței de lucru (azot,  $\mu_1 = 28 \text{ kg/kmol}$ ) la evacuarea din mașină, la temperatura  $T_2$  și presiunea atmosferică normală.

**3.24.** Un motor termic, având substanța de lucru aerul, pentru care exponentul adiabatei este  $\gamma = 1,4$  și masa molară  $\mu = 29 \text{ kg/kmol}$ , funcționează după un ciclu format din două izoterme și două izocore (vezi fig. 3.24), având raportul de compresie  $\epsilon = V_2/V_1 = 4$  și raportul temperaturilor celor două izoterme  $\tau = T_1/T_4 = 3$ . Să se afle:

- randamentul motorului, funcție de  $\epsilon$  și  $\tau$ ;
- randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între două termostate având temperaturile  $T_1$  și  $T_4$ ;
- înălțimea  $h$  până la care ar putea fi ridicat un corp de masă  $m = 100 \text{ kg}$  cu ajutorul acestui motor dacă se consumă căldura  $Q_1 = 10 \text{ kJ}$ ;
- puterea dezvoltată de motor dacă durata unui ciclu este de  $t = 2 \text{ s}$ ;
- temperatura  $T_1$  a sursei calde dacă este cunoscut că viteza termică a moleculelor de aer evacuat după fiecare ciclu este  $v_T = 500 \text{ m/s}$ .

**3.25.** Motorul cu reacție funcționează după un ciclu format din două adiabate și două izocore (fig. 3.25). Considerând substanța de lucru aerul, pentru care  $\gamma = 1,4$  și  $\mu = 29 \text{ kg/kmol}$ . Să se determine:

- randamentul motorului cu reacție cunoscând raportul de compresie  $\epsilon = V_2/V_1 = 5$ ;
- căldura  $Q_1$  primită într-un ciclu dacă lucrul mecanic efectuat pe ciclu este  $L = 940 \text{ kJ}$ ;
- temperaturile termostatelor între care s-ar realiza un ciclu Carnot, avind randamentul de  $k = 1,5$  ori mai mare decât al motorului cu reacție, dacă diferența între temperaturile termostatelor este  $\Delta T = 710 \text{ K}$ .

**3.26.** Două bile mici identice, suspendate în același punct de cîte un fir de aceeași lungime, se resping datorită electricizării lor cu sarcini de același



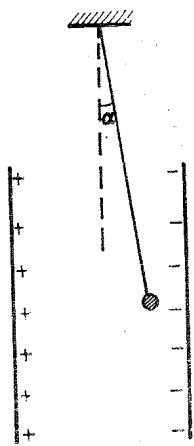


Fig. 3.28

semn. Bilele sînt introduse apoi într-un vas cu ulei de transformator. Cunoșcînd că pentru uleiul de transformator densitatea este  $\rho = 0,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  iar permitivitatea relativă este  $\epsilon_r = 2,2$ , să se afle care trebuie să fie densitatea materialului din care să fie făcute bilele pentru ca unghiul dintre firele lor de suspensie să fie același pentru bilele situate in aer sau in ulei.

3.27. Ce masă  $m$  are un corp care este atras gravitațional de P amint cu o forță  $F_g$  egală cu forță de interacție electrostatică  $F_e$  dintre două corpuri punctiforme a căror sarcină este  $q = 1 \text{ C}$ , situate in vid la distanță  $r = 500 \text{ m}$ , aceeași cu distanță dintre suprafața P amintului și corpul de masă  $m$ ? Masa P amintului este  $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , raza lui este  $R = 6370 \text{ km}$ , iar constanta atracției universale  $K = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}$ .

3.28. Un pendul electric cu masa  $m = 0,4 \text{ g}$  este plasat, aș a cum se arată in figura 3.28, in câmpul electric uniform al unui condensator plan, cu armăturile situate la distanță  $d = 1 \text{ mm}$  una de alta, conectat la o sursă cu tensiunea la borne  $U = 10 \text{ kV}$ . Unghiul dintre firul de suspensie și verticala locului este  $\alpha = 7^\circ 30'$ . Care este sarcina  $q$  a pendulului?

3.29. Două corpuri punctiforme, unul avind sarcina  $q > 0$ , celălalt sarcina  $q' = -0,8 \mu\text{C}$  sînt plasate in două puncte  $A$  și  $B$  la distanță  $r_1 = 0,8 \text{ m}$  unul de celălalt. Forță de interacție electrostatică dintre corpurile punctiforme este  $F_{AB} = 2,25 \cdot 10^{-2} \text{ N}$ . Se deplasează corpul punctiform cu sarcina  $q'$  pînă intr-un punct  $C$  situat la distanță  $r_2 = 1,1 \text{ m}$  de punctul  $A$  unde se află corpul punctiform cu sarcina  $q$ . Să se calculeze lucrul mecanic  $L_{BC}$  cheltuit pentru deplasarea corpului punctiform cu sarcina  $q'$  din punctul  $B$  in punctul  $C$ .

3.30. Un condensator cu aer este format din două plăci metalice, fiecare cu aria  $S = 10^{-2} \text{ m}^2$ , distanț ate la  $d = 1 \text{ cm}$ . Tensiunea in tre armături este  $U = 1000 \text{ V}$ . Să se determine:

- sarcina  $q$  de pe fiecare armătură;
- forță  $F$  exercitată in tre armături;
- condensatorul inc arcat se deconectează de la sursă, iar armăturile se depărtează la  $d_1 = 10 \text{ cm}$ . Care este tensiunea  $U_1$  dintre armături?
- Se readuc armăturile la distanță  $d$ . Se inlocuiește aerul cu un dielectric cu permitivitatea relativă  $\epsilon_r = 3$ . Care este acum tensiunea  $U_2$  și forță  $F_2$  de atracție dintre armături?

3.31. Un condensator cu capacitatea  $C_1 = 2 \mu\text{F}$  se incarcă sub tensiunea  $U = 1 \text{ kV}$ , apoi se deconectează de la sursă și se leagă la un condensator cu capacitatea  $C_2 = C_1/4$ . Să se calculeze energia  $\Delta W$  disipată prin conductorii de legătură.

3.32. Două sfere metalice de raze  $R_1 = 20 \text{ cm}$  și  $R_2 = 10 \text{ cm}$  și potențialele  $V_1 = 4000 \text{ V}$  respectiv  $V_2 = 1000 \text{ V}$  se unesc printr-un fir conductor. Să se calculeze energia  $\Delta W$  disipată prin firul conductor.

3.33. Un condensator cu aer este format din două plăci metalice, fiecare cu aria  $S = 100 \text{ cm}^2$ , distanț ate la  $d = 1 \text{ mm}$ .

a) Care este capacitatea  $C$  a condensatorului?

b) Se plasează in condensator, in plan median, o placă de ebonită cu grosimea  $d_1 = 0,4 \text{ mm}$  și permitivitatea relativă  $\epsilon_r = 3$ . Care este noua valoare  $C_1$  a capacității condensatorului?

c) Se inlocuiește lama de ebonită cu una metalică avind aceeași grosime. Care este acum capacitatea  $C_2$  a condensatorului?

d) Aplicăm condensatorului de la punctul a) tensiunea  $U = 300 \text{ V}$ . Să se calculeze forță  $F$  ce se exercită in tre armături.

3.34. O baterie de acumulatori cu t.e.m.  $E = 12 \text{ V}$  și rezistență interioară  $r = 0,5 \Omega$  alimentează un circuit format dintr-un rezistor  $R_1$  legat in serie cu doi rezistori avind rezistențele  $R_2 = 6 \Omega$ ,  $R_3 = 2 \Omega$ , dispuși in paralel. Intensitatea curentului prin circuit este  $I = 2 \text{ A}$ . Să se determine rezistență  $R_1$  și căldura  $Q$  disipată de rezistorii legați in paralel, timp de 10 minute.

3.35. O sursă cu t.e.m.  $E$  și rezistență interioară  $r = 1 \Omega$  debitează un curent de intensitate  $I$  intr-un circuit format din doi rezistori legați in serie, de rezistență  $R$  fiecare. Aceași sursă debitează un curent de intensitate dublă  $2I$  dacă cei doi rezistori sînt legați in paralel. Să se calculeze rezistență  $R$ .

3.36. In paralel cu un bec de 75 W se leagă un reșou de 600 W. Tensiunea rețelei este  $U = 220 \text{ V}$ , iar rezistență sirmelor conectate la rețea este  $r = 1 \Omega$ . Cu cît variază tensiunea la bornele becului,  $\Delta U$ , cînd se leagă in circuit reșoul?

3.37. Unui reostat cu cursor cu rezistență  $R = 5 \text{ k}\Omega$  i se aplică la borne tensiunea  $U = 120 \text{ V}$ . In tre un capăt al reostatului și cursor se leagă un voltmetru cu rezistență  $R_V = 15 \text{ k}\Omega$ . Ce tensiunea  $U_V$  indică voltmetrul cînd cursorul se află la mijlocul reostatului?

3.38. Un ampermetru cu rezistență de  $100 \Omega$  are scala de 100 de diviziuni și măsoară 10 A pentru o diviziune.

a) Cum se poate măsura cu acest ampermetru, astfel ca o diviziune să corespundă la 1 V?

b) Cum se poate extinde domeniul de măsurare a ampermetrului pentru a măsura curenți pînă la 1 A?

3.39. Se consideră circuitul din figura 3.39 cu  $E_1 = 4 \text{ V}$ ,  $E_2 = 3 \text{ V}$ ,  $E_3 = 2 \text{ V}$ ,  $r_1 = 1 \Omega$ ,  $r_2 = 1 \Omega$ ,  $r_3 = 0,5 \Omega$ ,  $R_1 = 1 \Omega$ ,  $R_2 = 3,5 \Omega$ ,  $R_3 = 1,5 \Omega$ . Să se calculeze tensiunea  $U_{AB}$  in tre noduri și puterile  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  disipate de rezistoare.

3.40. Un circuit este format din o sursă  $E = 18 \text{ V}$  și  $r = 2 \Omega$ , o sirm a de cupru cu lungimea  $l = 6,28 \text{ m}$  și diametrul secțiunii  $D = 0,2 \text{ mm}$ , un reostat și un ampermetru cu rezistență neglijabilă, toate in serie.

a) Care este tensiunea  $U$  la bornele sursei, dacă ampermetrul indică  $I = 1 \text{ A}$ ?

b) La capetele sirmei de cupru se leagă in paralel o altă sirm a de cupru, de aceeași lungime, dar de secțiune dublă. Ce rezistență  $R$  trebuie să aibă reostatul pentru ca ampermetrul să indice  $I = 1 \text{ A}$ ?

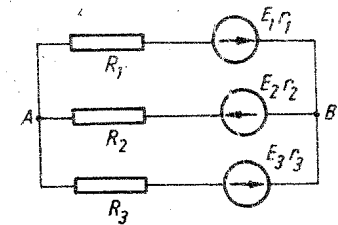


Fig. 3.39

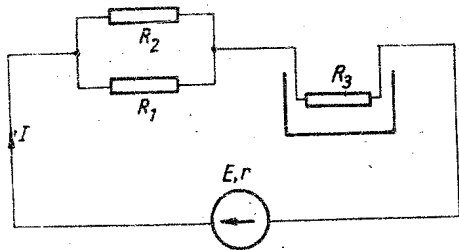


Fig. 3.41

c) Ce tensiune  $U'$  va indica un voltmetru legat între punctele de mijloc ale sirmelor ( $\rho_{Cu} = 18 \cdot 10^{-9} \Omega m$ ).

3.41. Se consideră circuitul din figura 3.41, în care  $E = 60 V$ ,  $r = 1,2 \Omega$ ,  $R_1 = 4 \Omega$ ,  $R_2 = 1 \Omega$ ,  $R_3 = 4 \Omega$ . Să se determine:

a) cantitatea de apă care se poate încălzi de la temperatura  $\theta_1 = 20^\circ C$  la temperatura  $\theta = 100^\circ C$  în timpul  $t = 1 h$ , dacă rezistorul  $R_3$  este plasat într-un fierbător cu randamentul  $\eta = 0,85$ ;

b) bilanțul puterilor din circuit.

3.42. Se dau două voltmetre identice cu rezistența  $R_V$ . Cînd un voltmetru este legat la bornele unei surse cu t.e.m.  $E$  și rezistența interioară  $r$ , indică tensiunea  $U_1 = 100 V$ . Cînd ambele voltmetre sînt legate în paralel la bornele sursei, fiecare voltmetru indică  $U_2 = 90 V$ . Să se calculeze t.e.m.  $E$  a sursei.

3.43. Se consideră circuitul din figura 3.43, cu  $R = 2 \Omega$ ,  $R_1 = 4 \Omega$ ,  $U_1 = 10 V$ ,  $U_2 = 6 V$ . Să se determine t.e.m.  $E$  și rezistența interioară  $r$  a celor două surse identice.

3.44. Se consideră circuitul din figura 3.44.

a) De cite ori se mărește puterea  $P_2$  furnizată de sursă cînd se trece comutatorul  $K$  din poziția 1 pe poziția 2?

b) dar puterea  $P'$  disipată în rezistorii de  $2 \Omega$ ?

3.45. Un circuit serie este format din o sursă de curent continuu, o bobină cu  $N = 316$  spire, lungimea  $l = 15,75 cm$ , diametrul unei spire  $D = 4 cm$ , rezistență  $R = 2 \Omega$ , două rezistoare cu rezistențele  $R_1 = 100 \Omega$  respectiv  $R_2 = 400 \Omega$  și un întrerupător. În paralel cu rezistorul  $R_2$  se află o baie de argintare. Prin închiderea circuitului, în baia de argintare, în timpul

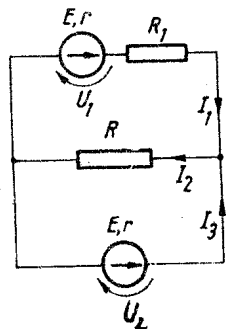


Fig. 3.43

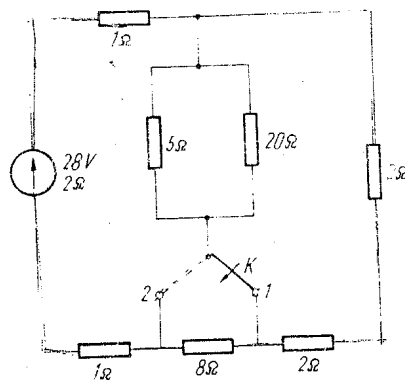


Fig. 3.44

$t = 26h48'20''$ , se depune cantitatea de argint avînd masa  $m = 107,887 g$ , iar în rezistorul  $R_2$  se disipă căldura  $Q = 38,6 MJ$ . Fluxul magnetic din bobină este  $\Phi = 2 mWb$ . Să se determine:

a) tensiunea  $U_1$  la bornele rezistorului  $R_1$ ;

b) rezistența  $R_a$  a băii de argintare;

c) echivalentul electrochimic  $K$  al argintului;

d) creșterea temperaturii uleiului ( $\Delta\theta$ ) de masă  $m = 860 g$ , cu căldura specifică  $c = 3350 J/kg \cdot \text{grad}$ , în care se introduce bobina timp de  $t' = 1 h$ . (Se presupune că toată căldura este absorbită de ulei.)

3.46. Circuitul format din două rezistoare de rezistență  $R_1$  și  $R_2$  din figura 3.46 este alimentat de la generatorul de curent continuu de t.e.m.  $E = 130 V$  și rezistența interioară  $r = 1 \Omega$ , aflat la distanța  $l = 100 m$ . Rezistența sirmelor de legătură din cupru ( $\rho_{Cu} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega m$ ) este  $R = 3,4 \Omega$ . Cunoșcînd faptul că intensitatea curentului prin sirmele de legătură este  $I = 5 A$  și că rezistența  $R_1 = 64,8 \Omega$ , să se determine:

a) tensiunea  $U$  la bornele sursei;

b) căderea de tensiune  $U'$  pe sirmele de legătură;

c) secțiunea sirmei de cupru;

d) rezistența  $R_2$ ;

e) puterea  $P$  dezvoltată pe circuitul de utilizare alcătuit din cele două rezistoare  $R_1$  și  $R_2$ .

3.47. De la o rețea de alimentare cu tensiunea la borne  $U = 11 kV$  trebuie să se transmită la distanța  $l = 2 km$  puterea  $P = 500 kW$ , cu o pierdere de tensiune  $U'$  pe linia bifilară de transport a energiei, egală cu 1% din tensiunea  $U$ . Să se calculeze diametrul minim  $D$  al sirmei de cupru ( $\rho = 1,75 \cdot 10^{-8} \Omega m$ ) pentru realizarea liniei de transport.

3.48. Un receptor de energie electrică cu puterea  $P = 1,2 kW$  este conectat prin intermediul unor conductori de rezistență neglijabilă la o sursă de curent continuu cu t.e.m.  $E = 120 V$  și rezistența interioară  $r$ .

a) Dacă receptorul are rezistența variabilă, să se determine rezistența interioară  $r$  a sursei cunoscînd faptul că puterea receptorului, dată mai sus, se obține pentru o singură valoare a rezistenței acestuia.

b) Care este rezistența receptorului  $R$  și puterea  $P_p$  pierdută pe circuit în această situație?

3.49. La bornele unei baterii formate din  $n = 880$  elemente galvanice legate în serie, fiecare element avînd t.e.m.  $E = 1,5 V$  și rezistența interioară  $r = 0,185 \Omega$ , se leagă un conductor de cupru cu aria secțiunii transversale  $S = 1 mm^2$ . Știînd că tensiunea la borne a bateriei este  $\bar{U} = 220 V$ , să se calculeze viteza medie  $v$  a mișcării ordonate a electronilor în conductorul de cupru. Se consideră că fiecare atom de cupru dă un singur electron de conducție. Masa atomică a cuprului este  $A = 63,6 u$ , densitatea cuprului  $d = 8,9 \cdot 10^3 kg/m^3$ , numărul lui Avogadro  $N_A = 6,02 \cdot 10^{26} kmol^{-1}$ , sarcina electronului  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ .

3.50. Un circuit electric de curent continuu format dintr-o bobină și un rezistor cu rezistența  $R = 30 \Omega$ , conectate în serie, este alimentat de o

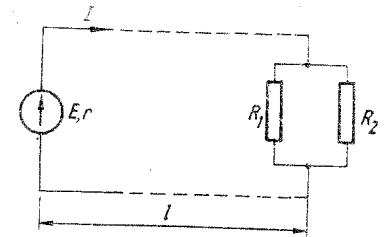


Fig. 3.46

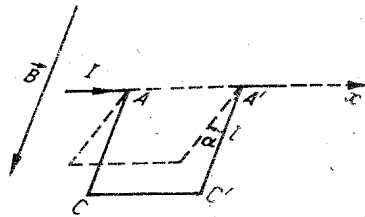


Fig. 3.51

unui electron ce ar pătrunde perpendicular pe direcția cîmpului magnetic, cu viteza  $v = 3.2 \cdot 10^6$  m/s. Se dau:  $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg,  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7}$  H/m,  $\mu_r = 1$ .

**3.51.** Un conductor de cupru cu aria secțiunii transversale  $S = 2$  mm<sup>2</sup>, îndoit în formă de U, cu laturile egale cu  $l$ , ca în figura 3.51, se poate roti în jurul axei orizontale  $AA'$ . Conductorul este situat într-un cîmp magnetic uniform, vertical. Când prin conductor trece curentul de intensitate  $I = 10$  A, acesta este deviat cu un unghi  $\alpha = 15^\circ$ . Să se determine inducția magnetică  $B$ . (Densitatea cuprului este  $d = 8900$  kg/m<sup>3</sup>.)

**3.52.** O spiră circulară cu raza  $r = 20$  cm și rezistența  $R = 0,04 \Omega$  este plasată într-un cîmp uniform de inducție  $B = 2$  mT. Poziția inițială a spirei este paralelă cu liniile de cîmp. Ce sarcină electrică trece prin spiră la rotirea ei cu unghiul  $\alpha = 60^\circ$ ?

sursă cu t.e.m.  $E = 120$  V și rezistența interioară  $r = 10 \Omega$ . Bateria debitează un curent de intensitate  $I = 2$  A. Se cer:

- tensiunea la bornele rezistorului  $U_R$  și tensiunea la bornele bobinei  $U_b$ ;
- energia totală  $W_s$  dezvoltată de sursă în  $t = 2$  h;
- randamentul  $\eta$  a bateriei;
- numărul de spire pe unitatea de lungime  $n$  a bobinei astfel încît cîmpul magnetic din bobină să imprime o traiectorie circulară de rază  $R_0 = 0,32$  cm

## RĂSPUNSURI

**3.1.** a) Forța de frecare este centripetă; b) devine oblică înapoi față de rază.

**3.2.** Zero, forța fiind permanent perpendiculară pe traiectorie (viteză).

$$3.3. \mu_{\min} = \mu \frac{m + M}{m} = 0,15.$$

$$3.4. a) \mu = \frac{F \cos \alpha}{mg - F \sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,578; b) M > F \frac{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}{\mu g} = 10 \text{ kg.}$$

$$3.5. F_1 \cos \alpha - \mu(m_1 g - F_1 \sin \alpha) - \mu m_2 g - F_2 = (m_1 + m_2) a_1, a_1 = 1,00 \text{ m/s}^2, d_1 = a_1 t_1^2 / 2 = 8,0 \text{ m}, v_1 = a_1 t_1 = 4,0 \text{ m/s}, T_1 - \mu m_2 g - F_2 = m_2 a_1, T_1 = 40,0 \text{ N}; -F_2 - \mu(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2) a_2, a_2 = -4,8 \text{ m/s}^2, t_2 = -v_1 / a_2 = 0,83 \text{ s}, d_2 = -v_1^2 / 2a_2 = 1,66 \text{ m}, -T_2 - \mu m_1 g = m_1 a_2, T_2 = 16,8 \text{ N}; F_2 - \mu(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2) a_3, a_3 = 0,80 \text{ m/s}^2, d_1 + d_2 = a_3 t_3^2 / 2, t_3 = 4,9 \text{ s}, T_3 - \mu m_1 g = m_1 a_3, T_3 = 16,8 \text{ N}; t = t_1 + t_2 + t_3 = 9,73 \text{ s.}$$

$$3.6. h = 5R/2, v_0^2 = 2g(h - R - R \cos \alpha), 2R \sin \alpha = b = \frac{2}{g} v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha, \alpha = 60^\circ.$$

$$3.7. \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 - \mu_1 \mu_2}{2\mu_1} = 1, \alpha = 45^\circ.$$

$$3.8. a) \sin \alpha = \frac{R}{l} \sin \varphi, \alpha = 11^\circ 30'; b) \beta = \varphi;$$

figura 3.8, R.

$$3.9. \mu = \operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3}/3 = 0,573; a) a = g \frac{m}{m + M} \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} - g \frac{M}{m + M} = 1,79 \text{ m/s}^2; b) a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - g \frac{M}{m} = 2,39 \text{ m/s}^2;$$

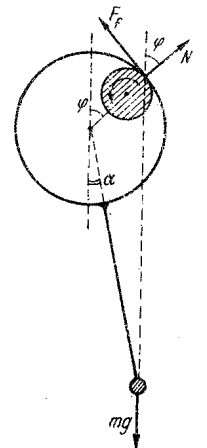


Fig. 3.8, R

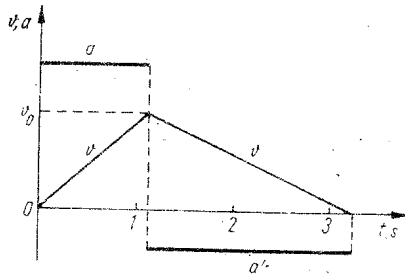


Fig. 3.9, R

$$\begin{aligned}
 c) \quad a &= g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = g \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos\varphi} \\
 &= 5,66 \text{ m/s}^2, \quad a' = -\mu'g = -1,96 \text{ m/s}^2; \\
 v_0 &= \sqrt{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)h/\sin\alpha} = 6,26 \text{ m/s}; \\
 t &= \sqrt{\frac{2h}{\sin\alpha \cdot g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} = 1,1 \text{ s}, \quad t' = \\
 &= v_0/\mu'g = 3,2 \text{ s}; \quad d) \quad L = -mgh = -88 \text{ J}; \\
 &\text{v. figura 3.9, R.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.10. \quad a_1 &= -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = - \\
 &= -7,5 \text{ m/s}^2, \quad a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = \\
 &= 2,5 \text{ m/s}^2, \quad t_u = -v_{01}/a_1 = 0,40 \text{ s}, \quad s_u = -v_{01}^2/2a_1 = 0,60 \text{ m}, \quad m_2 \text{ coboară} \\
 &\text{cu } s_2 = a_2 t_u^2/2 = 0,20 \text{ m} \text{ și are } v_2 = a_2 t_u = 1,00 \text{ m/s}; \text{ din acest moment } m_1 \\
 &\text{se întoarce și întâlnirea are loc după } t: \\
 l - s_u + a_2 t^2/2 &= s_2 + v_2 t + a_2 t^2/2, \quad t = 0,20 \text{ s}, \quad s_c = s_u - a_2 t^2/2 = 0,55 \text{ m}; \\
 v_1' &= a_2 t = 0,50 \text{ m/s}, \quad v_2' = v_2 + a_2 t = 1,50 \text{ m/s}, \quad v'' = \frac{m_1 v_1' + m_2 v_2'}{m_1 + m_2} = 0,9 \text{ m/s}; \\
 Q &= m_1 v_0^2/2 + m_2 g l_2 \sin\alpha - (m_1 + m_2) v''^2/2 - (m_1 + m_2) g \cdot s_c \sin\alpha \cong 1,5 \text{ J.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.11. \quad a_1 &= g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = -1,0 \text{ m/s}^2, \quad t_1 = -v_{01}/a_1 = 1,0 \text{ s}, \\
 s_1 &= -v_{01}^2/2a_1 = 0,50 \text{ m}; \quad a_2 = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = -11 \text{ m/s}^2, \quad \text{corpul} \\
 m_2 &\text{ parcurge în } t_1 = 1,0 \text{ s} \text{ distanța } v_{02} t_1 + a_2 t_1^2/2 < 16,5 \text{ m} = l - s_1, \text{ deci } \Delta t \\
 &\text{poate fi oricare;}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_2 &= \sqrt{v_{02}^2 + 2a_2(l - s_1)} = 11 \text{ m/s}, \quad v' = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 6,0 \text{ m/s}, \quad Q = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_2^2 = 165 \text{ J}, \quad v_0^2 = v'^2 + 2a_2 s_1 = 25 \text{ m}^2/\text{s}^2, \quad h_m = \\
 &= \frac{1}{2g} v_0^2 \sin^2\alpha = 0,31 \text{ m.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.12. \quad a_c &= g(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha) = 2,5 \text{ m/s}^2, \quad a_u = -g(\sin\alpha + \mu_1 \cos\alpha) = \\
 &= -7,5 \text{ m/s}^2, \quad \text{condiția de întâlnire: } \frac{1}{2} a_c t^2 + v_{02} t + \frac{1}{2} a_u t^2 = L \text{ sau } t^2 - 8t + \\
 &+ 12 = 0, \quad t_{1,2} = 2 \text{ s și } 6 \text{ s}; \text{ corespunde } t = 2 \text{ s, deoarece } t_{u2} = -v_{02}/a_u = 2,67 \text{ s}; \\
 v_1 &= a_c t = 5,0 \text{ m/s}, \quad v_2 = v_{02} + a_u t = 5,0 \text{ m/s} \text{ la distanța } s_2 = v_{02} t + a_u t^2/2 = \\
 &= 25 \text{ m}; \quad v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 3,0 \text{ m/s};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{la baza planului } v_0 &= \sqrt{v^2 + 2a_c s_2} \text{ și la pendul } v' = \sqrt{v_0^2 - 2\mu_2 g d} = \\
 &= \sqrt{v^2 + 2a_c s_2 - 2\mu_2 g d} = 7,0 \text{ m/s}; \quad v_3 = v' \frac{2(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2 + m_3} = 7,0 \text{ m/s};
 \end{aligned}$$

$$h = v_3^2/2g = l - l \cos\beta, \quad \cos\beta = 1 - v_3^2/2lg = 1/2, \quad \beta = 60^\circ.$$

$$\begin{aligned}
 3.13. \quad Km_1 m_2/d^2 &= m_1 2\pi v_1/T = m_2 2\pi v_2/T, \quad d = r_1 + r_2 = Tv_1/2\pi + \\
 &+ Tv_2/2\pi, \\
 m_{1,2} &= \frac{1}{K} \frac{T}{2\pi} v_{2,1}(v_1 + v_2)^2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.14. \quad x &\leq \frac{g \operatorname{tg}(\varphi - \alpha)}{\omega^2 \cos\alpha} \text{ dacă } \varphi \geq \alpha \text{ sau } x \geq -\frac{g \operatorname{tg}(\varphi + \alpha)}{\omega^2 \cos\alpha} \\
 &\text{dacă } \varphi + \alpha > 90^\circ.
 \end{aligned}$$

$$3.15. \quad v = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \frac{M + m}{m} \sqrt{lg}, \quad T = (M + m)g(3 - 2 \cos\alpha).$$

$$3.16. \quad m = \frac{pv}{RT} \left( \frac{1}{2} \mu_a - \mu_{He} \right) - M = 30,5 \text{ kg}$$

$$3.17. \quad F_{max} = \frac{\pi D^2 \Delta T p_0}{4 T_0} \cong 26 \text{ N.}$$

$$3.18. \quad p = \frac{\rho R T V_a}{\mu V} \cong 1,39 \cdot 10^2 \text{ N/m}^2.$$

$$\begin{aligned}
 3.19. \quad a) \quad h &= \frac{p_1 \frac{\pi D^2}{4} l^2 + \frac{1}{2} \rho g D \left( V_1 - \frac{\pi D^2}{4} l \right)}{\rho g \left( V_1 - \frac{\pi D^2}{4} l \right)} \cong 12,5 \text{ cm};
 \end{aligned}$$

$$b) \quad Q = \frac{p_1 M}{R} \frac{\pi D^2}{4} l c_p \cong 17,6 \text{ J}; \quad c) \quad L = \left[ p_1 + \rho g \left( h - \frac{1}{2} D \right) \right] \frac{\pi D^2}{4} l \cong 5,1 \text{ J};$$

d) printr-o transformare izocoră; e) figura 3.19, R, a, b, c.

$$\begin{aligned}
 3.20. \quad a) \quad L_{132} &= p_1(V_2 - V_1) = -7 \cdot 10^2 \text{ J}; \quad L_{142} = p_2(V_2 - V_1) = -22,4 \cdot 10^2 \text{ J}; \\
 L_{12} &= C_v/R (p_1 V_1 - p_2 V_2) = -36,9 \cdot 10^2 \text{ J.} \quad b) \quad Q_{132} = p_3 V_3 - 5/2 p_1 V_1 + \\
 &+ 3/2 p_2 V_2 = -14,2 \cdot 10^2 \text{ J}; \quad Q_{142} = -p_4 V_4 - 3/2 p_1 V_1 + 5/2 p_2 V_2 = \\
 &= -29,6 \cdot 10^2 \text{ J}; \quad Q_{12} = 0.
 \end{aligned}$$

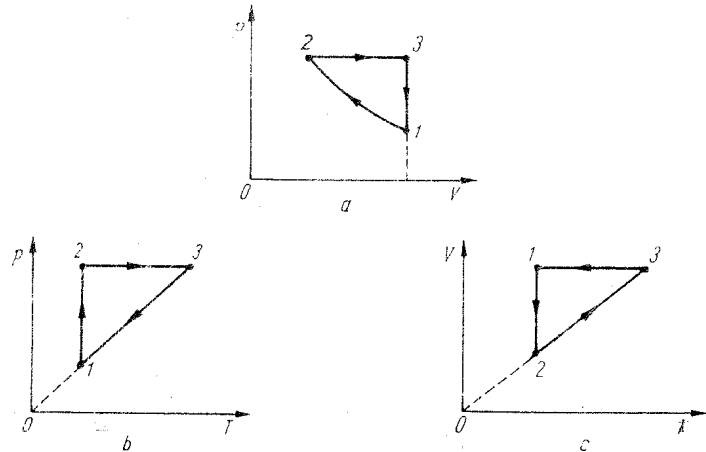


Fig. 3.19, R

$$c) \Delta U_{132} = Q_{132} - L_{132} = -7,2 \cdot 10^2 \text{ J}; \Delta U_{142} = Q_{142} - L_{142} = -7,2 \cdot 10^2 \text{ J}; \\ \Delta U_{12} = C_V (p_2 V_2 - p_1 V_1) = -7,2 \cdot 10^2 \text{ J}.$$

$$3.21. a) Q = mg(h - h_1) = 300 \text{ J}; b) v_T = \sqrt{\frac{3R}{\mu} T_1 \left(1 + \frac{QR}{C_V p_1 V_1}\right)} = \\ = 732 \text{ m/s}; c) L = 0, \Delta U = Q = 300 \text{ J}.$$

$$3.22. a) m = \frac{p_1 V_1 \mu}{RT_1} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}; b) T_4 = T_3 p_1/p_2 = 600 \text{ K};$$

$$c) L_{12} = 0; \Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = 1,25 \text{ kJ}; Q_{12} = \Delta U_{12}; L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = 1 \text{ kJ}; \\ Q_{23} = \nu (C_V + R) (T_3 - T_2) = 3,5 \text{ kJ}; \Delta U_{23} = 2,5 \text{ kJ}; L_{34} = 0; Q_{34} = \nu C_V (T_4 - T_3) = -2,5 \text{ kJ}; \Delta U_{34} = Q_{34}; L_{41} = p_1 V_1 = \\ = -0,5 \text{ kJ}; Q_{41} = \nu C_p (T_1 - T_4) = -1,75 \text{ kJ}; \Delta U_{41} = Q_{41} - L_{41} = \\ = -1,25 \text{ kJ}.$$

$$d) L = p_1 V_1 = 0,5 \text{ kJ}; Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = 4,75 \text{ kJ}.$$

$$e) \eta/\eta_c = \frac{L T_3}{Q_1 (T_3 - T_1)} = 0,14.$$

$$3.23. a) P = mgv(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 40 \text{ kW}; b) T_1 = \frac{\Delta T}{\eta} = 800 \text{ K}.$$

$$c) Q_1 = Pt/\eta = 200 \text{ kJ}; Q_2 = Q_1(1 - \eta) = 80 \text{ kJ}; d) \rho = \frac{P\mu}{RT_2} = \\ = 1,23 \text{ kg/m}^3.$$

$$3.24. a) \eta = \frac{(\tau - 1) \ln \epsilon}{\tau - 1 + \tau \ln \epsilon} = 0,32 (32\%); b) \eta_c = 1 - (T_4/T_1) = \\ = 0,66 (66\%); c) h = \frac{\eta Q_1}{mg} = 3,2 \text{ m}; d) P = \eta Q_1/t = 1,6 \text{ kW}; e) T_1 = \\ = \tau \frac{v_7^2 \mu}{3R} = 740 \text{ K}.$$

$$3.25. a) \eta = 1 - \frac{1}{\epsilon^{\gamma-1}} = 0,47 (47\%); b) Q_1 = L/\eta = 2 \text{ MJ};$$

$$c) T_1 = \frac{\Delta T}{k\eta} = 1000 \text{ K}, T_2 = \Delta T \left(\frac{1 - k\eta}{k\eta}\right) = 290 \text{ K}.$$

$$3.26. \rho_b = \frac{\rho \epsilon_r}{\epsilon_r - 1} = 1,65 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

$$3.27. m = 3662,8 \text{ kg}.$$

$$3.28. q = \frac{mgd}{U} \arctg 7^\circ 30' = 32,33 \text{ nC}.$$

$$3.29. L_{BC} = -F_{AB} r_1^2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = -4,9 \text{ mJ}.$$

$$3.30. a) q = \frac{\epsilon_0 S U}{d} = 8,85 \text{ nC}; b) F = -\frac{qU}{2d} = 4,425 \cdot 10^{-4} \text{ N};$$

$$c) U_1 = \frac{d_1}{d} U = 10 \text{ kV}; d) U_2 = 250 \text{ V}; F_2 = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ N}.$$

$$3.31. \Delta W = -0,2 \text{ J}.$$

$$3.32. \Delta W = 2\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (V_1 - V_2)^2 = 33 \mu\text{J}.$$

$$3.33. a) C = 88 \text{ pF}; b) C_1 = 120 \text{ pF}; c) C_2 = 146 \text{ pF}; d) F = \\ = \frac{\epsilon_0}{2} S \left(\frac{U}{d}\right)^2 = 0,398 \text{ N}.$$

$$3.34. R_1 = 4 \Omega; Q = 3,6 \text{ kJ}.$$

$$3.35. R = 1 \Omega.$$

$$3.36. \Delta U = 2,69 \text{ V}.$$

$$3.37. U_V = 55,42 \text{ V}.$$

$$3.38. a) R_a = 99900 \Omega; b) R_s = 0,1 \Omega.$$

$$3.39. U_{AB} = -1,8 \text{ V}; P_1 = 1,21 \text{ W}; P_2 = 5,04 \text{ V}; P_3 = 15 \text{ mW}.$$

$$3.40. a) U = 16 \text{ V}; b) R = 14,83 \Omega; c) U' = 0 \text{ V}.$$

$$3.41. a) m = 0,878 \text{ kg}; b) P_s = 600 \text{ W}, P_R = 600 \text{ W}.$$

$$3.42. E = \frac{U_1 U_2}{2U_2 - U_1} = 112,5 \text{ V}.$$

$$3.43. I_1 = \frac{U_1 - U_2}{R_1} = 1 \text{ A}; I_3 = \frac{U_2 - RI_2}{R} = 2 \text{ A}; I_2 = I_1 + I_3 = \\ = 3 \text{ A}; r = \frac{I_1 R_1}{I_3 - I_1} = 4 \Omega; E = I_1 R_1 + I_1 r + I_2 R = 14 \text{ V}.$$

$$3.44. a) P_2 = 2P_1; b) P'_2 = P'_1.$$

$$3.45. a) U_1 = \frac{4R_1 \Phi l}{\mu_0 N^2 \pi D^2} = 200 \text{ V}; b) R_a = 400 \Omega; c) K = \\ = 1,118 \text{ mg/C}; d) \Delta \theta = 10^\circ \text{C}.$$

$$3.46. a) U = 125 \text{ V}; b) U' = 17 \text{ V}; c) S = 1 \text{ mm}^2; d) R_2 = \\ = 32,4 \Omega; e) P = 540 \text{ W}.$$

$$3.47. I = \frac{U'}{\rho \frac{2l}{S}} = \frac{P}{U - U'} \Rightarrow D = \frac{2 \cdot 10^2}{U} \left(\frac{2l\rho P}{99\pi}\right)^{1/2} \approx 6 \text{ mm}.$$

$$3.48. a) r = E^2/4P = 3 \Omega; b) R = r = 3 \Omega; I = E/2r = 20 \text{ A}; \\ P_p = rI^2 = 1,2 \text{ kW}.$$

$$3.49. v = \frac{I}{n_0 e S} = \frac{nE - U}{\rho \frac{N_A}{A} |e| S} = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}.$$

$$3.50. a) U = E - rI = 100 \text{ V}; U_R = RI = 60 \text{ V}; U_b = U - U_R = \\ = 40 \text{ V}; b) W_s = EIt = 1,7 \text{ MJ}; c) \eta = P_u/P_s = U/E = 0,83; d) B' = \\ = mv/|e| R_0 = 5,72 \text{ mT}; B = \mu_0 nI \Rightarrow n = 2275 \text{ spire/m}.$$

$$3.51. B = \frac{2Sdg}{I} \text{tg} \alpha = 9,3 \cdot 10^{-3} \text{ T}.$$

$$3.52. q = 3,14 \text{ mC}.$$

1. CONSTANTE FUNDAMENTALE

Viteza luminii în vid în sisteme de referință inerțiale:

$$c = 2,9979250 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

Sarcina elementară

$$e = 1,6021917 \cdot 10^{-19} \text{ C} \approx 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Permitivitatea vidului

$$\epsilon_0 = 8,8541853 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m.}$$

Permeabilitatea vidului

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \approx 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H/m.}$$

Masa de repaus a electronului

$$m_e = 9,109558 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \approx 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg.}$$

Constanta lui Planck

$$h = 6,626196 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s.}$$

Constanta lui Boltzmann

$$k = 1,380622 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \approx 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K.}$$

Numărul lui Avogadro

$$N_A = 6,022169 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1} \approx 6,02 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}.$$

Constanta universală a gazelor

$$R = kN_A = 8\,314,34 \text{ J/kmol} \cdot \text{K} \approx 8\,314 \text{ J/kmol} \cdot \text{K.}$$

Condiții normale ale gazelor înseamnă:

temperatură normală:  $0^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K} = T_0$ ,

presiune normală:  $101\,325 \text{ N/m}^2 = 760 \text{ torr} = 1 \text{ atm} = p_0$ .

Volumul molar al gazului ideal în condiții normale

$$V_0 = RT_0/p_0 = 22,4136 \text{ m}^3/\text{kmol} \approx 22,4 \text{ m}^3/\text{kmol.}$$

Numărul lui Loschmidt este numărul moleculelor de gaz ideal din  $1 \text{ m}^3$  în condiții normale:

$$L = p_0/kT_0 = N_A/V_0 = 2,68696 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3} \approx 2,69 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}.$$

Constanta gravitațională

$$K = 6,6732 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2 \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2.$$

2. CÎTEVA DATE ASUPRA PĂMÎNTULUI

Presiunea atmosferică normală	101 325 N/m <sup>2</sup>
Densitatea aerului uscat în condiții normale	1,2928 kg/m <sup>3</sup>
Accelerația gravitațională normală	9,80665 m/s <sup>2</sup>
Accelerația gravitațională la nivelul mării și paralela 45°	9,80616 m/s <sup>2</sup>
Raza ecuatorială a Pământului	6 378 km
Raza polară a Pământului	6 357 km
Volumul Pământului	$1,087 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$
Raza medie a Pământului	6371 km
Densitatea medie a Pământului	5 522 kg/m <sup>3</sup>
Masa Pământului	$5,983 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Viteza orbitală medie a Pământului	29,770 m/s
Viteza unghiulară medie de rotație a Pământului	$7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$
Cîmpul magnetic terestru B	$5,7 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
Momentul dipolar magnetic al Pământului	$8,1 \cdot 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$

Densitatea fluxului de energie solară pe suprafața Pământului

$$1340 \text{ W/m}^2$$

Distanța medie pînă la Soare

$$149,46 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Perioada rotației proprii

$$23 \text{ h } 56 \text{ min}$$

Înclinarea ecuatorului față de orbită

$$23^\circ 27'$$

Distanța pînă la Lună

$$384,4 \cdot 10^3 \text{ km}$$

3. MULTIPLI ȘI SUBMULTIPLI

Multipli		unități	Submultipli		unități
deca-	da-	10	deci-	d-	10 <sup>-1</sup>
hecto-	h-	10 <sup>2</sup>	centi-	c-	10 <sup>-2</sup>
kilo-	k-	10 <sup>3</sup>	mili-	m-	10 <sup>-3</sup>
mega-	M-	10 <sup>6</sup>	micro-	μ-	10 <sup>-6</sup>
giga-	G-	10 <sup>9</sup>	nano-	n-	10 <sup>-9</sup>
tera-	T-	10 <sup>12</sup>	pico-	p-	10 <sup>-12</sup>
peta-	P-	10 <sup>15</sup>	femto-	f-	10 <sup>-15</sup>
exa-	E-	10 <sup>18</sup>	ato-	a-	10 <sup>-18</sup>

4. ALFABETUL GRECESC

alfa	A α	niu	N ν
beta	B β	xi	Ξ ξ
gama	Γ γ	omicron	Ο ο
delta	Δ δ	pi	Π π
epsilon	Ε ε	ro	Ρ ρ
zeta	Z ζ	sigma	Σ σ, ς
eta	H η	tau	Τ τ
teta	Θ θ, ϑ	ypsilon	Υ υ
iota	I ι	fi	Φ φ
kapa	K κ	hi	Χ χ
lambda	Λ λ	psi	Ψ ψ
miu	M μ	omega	Ω ω

5. DENSITĂȚILE UNOR SUBSTANȚE (în kg/m<sup>3</sup>)

Solide (la temperatura camerei: 17–23°C; ultimele două cifre nu sînt peste tot exacte).

alamă 800	duraluminu 2 800	oțel moale 7 900
aluminu 2 700	fier 7 800	platină 21 450
argint 10 400	fontă 7 000–7 100	plumb 11 340
aur 19 300	gheață (0°C) 917	plută 200–250
constantan 8 900	nichel 8 800–8 900	sticlă 2 400–2 800
cositor 7 300	nichelină 8 800	wolfram (sîrmă) 19 300
cuarț cristalin 2 600	oțel carbon	zinc 7 000–7 100
cupru 8 890	(<1 % C) 7 800	

Lichide (la 15°C)

acetună 792	eter 720–736
alcool etilic 791	glicerină 1 260
alcool metilic 810	petrol 800
apă de mare 1 025–1 030	petrol lampant 780–800
benzen 850–880	sulfură de carbon 1 260
benzină 700–900	terebentină 850–870

Gaze (în condiții normale)

acetilenă	1,17	dioxid de carbon	1,9768
aer	1,2928	heliu	0,1785
amoniac	0,7708	hidrogen	0,0899
argon	1,783	metan	0,7167
azot	1,251	oxigen	1,429

### 6. PROPRIETĂȚILE ELASTICE ALE UNOR MATERIALE

Materialul la 18°C	Modul Young E, 10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>	Modul alunecare G, 10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>	Coef. Poisson μ	Modul de compresih. K, 10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>
aluminiu	7,05	2,62	0,345	7,58
argint	8,27	3,03	0,367	10,4
aur	7,8	2,7	0,44	21,7
cupru	12,98	4,833	0,343	13,76
fier	21,2	8,2	0,29	16,9
nichel	20,4	7,9	0,280	16,1
platina	16,8	6,1	0,377	22,8
plumb	1,62	0,562	0,441	4,6
zinc	9,0	3,6	0,25	6,0
oțel (1% C)	21,0	8,10	0,298	16,88
oțel moale	21,0	8,12	0,291	16,78
constantan				
(60% Cu + 40% Ni)	16,3	6,11	0,327	15,7
manganină	12,4	4,65	0,334	12,4
bronz (66% Cu)	~10	~3,5	~0,37	11,2
sticlă	~6	3,1	~0,25	3,75
cauciuc	~0,00032	~0,00010	~0,47	—
cuarț	7,3	3,1	0,17	3,7
fontă	~11,5	~4,4	~0,27	9,6

gheața (-2°C)  $E = 0,28 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>; stejar  $E = 1,3 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>;  
pin  $E = 0,9 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>; mase plastice  $E \sim 0,2 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>.

### 7. VITEZA SUNETULUI ÎN SOLIDE (în m/s)

$c_l$  — viteza undelor longitudinale într-o bară,  $c_t$  — viteza undelor longitudinale în mediu nemărginit,  $c_t$  — viteza undelor transversale

	$c_l$	$c_t$	$c_t$
alamă	3 400	4 500	2 100
aluminiu	5 240	6 400	3 130
argint	2 800	3 700	1 694
cupru	3 600	4 700	—
fier	5 130	5 900	—
lemn	3 600—4 000	—	—
nichel	4 900	—	—
oțel	5 100	6 000	—
platină	2 800	3 960	—
sticlă (crown)	5 000	5 700	3 300
zinc	3 800	4 170	—
valori extreme: granit 6 000			
cauciuc vulcanizat (0° C) 54			

### 8. VITEZA SUNETULUI ÎN FLUIDE (în m/s)

		Lichide	
apă	0°C	1 407	alcoool etilic 20°C 1 177
mercur	20°C	1 451	petrol 25°C 1 225
		gaze (0°C)	
aer (uscat)		331,46	NH <sub>3</sub> 415
CO <sub>2</sub>		260	N <sub>2</sub> 333,64
H <sub>2</sub>		1 286	CH <sub>4</sub> 430
O <sub>2</sub>		315	

### 9. CĂLDURILE SPECIFICE ALE UNOR SUBSTANȚE (în J/kg.K)

a) solide		b) lichide		
Alamă	380	Gheață (zăpadă)	2 090	
Aluminiu	920	Nichel	460	
Argint	250	Oțel	470	
Cositor	280	Platină	125	
Cupru	380	Plumb	120	
Fontă	550	Zinc	400	
c) gaze		Eter		2 330
Amoniac	2 100	Fier lichid	830	
Azot	1 000	Glicerină	2 430	
Aer	1 000	Sulfură de carbon	1 005	
Bioxid de carbon	830	Ulei mineral	2 093	
		Heliu		5 200
		Hidrogen		14 300
		Oxigen		920
		Vapori de apă		2 200

### 10. PUTEREA CALORICĂ A UNOR COMBUSTIBILI (în MJ/kg)

a) solide		b) lichide		
cărbune brun	9,3	alcoool	27	
cocs	30,3	benzină	46	
mangal	29,7	păcură (diesel)	42	
hulă	30	petrol lampant	45	
lemn uscat	8,3			
turbă	15			
c) gaze		gaz de furnal		3,7
gaz de cocs	16,4	gaz natural	35,5	
gaz de generator	5,5			

### 11. COEFICIENTUL DE DILATARE LINEARĂ (în 10<sup>-5</sup> K<sup>-1</sup>)

Alamă	1,9	Fontă	1,0
Aluminiu	2,3	Gheață	5,1
Argint	2,05	Nichel	1,28
Aur	1,4	Platină	0,9
Cositor	2,1	Sticlă	0,9
Cupru	1,7	Zinc	2,9
Fier (oțel)	1,2		

12. COEFICIENTUL DE DILATARE VOLUMICĂ A LICHIDELOR (în  $10^{-3}K^{-1}$ )

Acetonă .....	1,2	60—80°C .....	0,587
Alcool etilic .....	1,1	80—100°C .....	0,702
Alcool metilic .....	1,2	Benzină .....	1
Apă 0—4°C .....	0,033	Glicerină .....	0,5
5—10°C .....	0,053	Mercur .....	0,18
10—20°C .....	0,15	Toluen .....	1,07
20—40°C .....	0,302	Ulei mineral .....	0,6
40—60°C .....	0,458		

13. COEFICIENTUL DE TENSIUNE SUPERFICIALĂ (în N/m)

Acetonă .....	0,024	Glicerină .....	0,059
Alcool etilic .....	0,022	Mercur .....	0,470
Apă .....	0,072	Soluție de săpun .....	0,04
Benzină .....	0,029	Ulei mineral .....	0,033
Eter etilic .....	0,017		

14. CĂLDURA LATENTĂ DE VAPORIZARE (în  $10^5 J/kg$ , la temperatura de fierbere)

Substanța	T, K.	( $10^5 J/kg$ )
Acetonă	329,2	5,2
Aer	81	2,1
Alcool etilic	351	8,57
Amoniac	239,6	13,7
Apă	373	22,6
Apă grea	374,43	20,6
Benzină	423	3
Eter etilic	308	3,52
Fier	3 323	0,58
Freon —12	243,2	16,8
Glicerină	629,58	2,72
Mercur	530	2,85

15. CĂLDURA LATENTĂ DE TOPIRE (în  $10^4 J/kg$ )

Temperatura de topire Substanța	T°C	( $10^4 J/kg$ )
Aluminiu	659	38
Apă (gheață)	0	33,5
Apă grea	3,82	31,6
Argint	9,60	8,8
Aur	1 064	6,6
Cositor	232	5,8
Cupru	1 083	18
Fier	1 530	27
Fontă cenușie	1 150	9,7
Mercur	—39	1,25
Naftalină	80	15,1
Plumb	327	2,5
Sulf	112,8	5,5
Wolfram	3 410	2,6
Zinc	419	11,8

BIBLIOGRAFIE

1. Druică-Zeletin, I., Popescu, A.; *Culegere de probleme de mecanică și acustică pentru examenele de bacalaureat și admitere în învățământul superior*, Editura tehnică, București, 1979.
2. Atanasiu, M.; Drobetă, V.; *Fizică pentru admitere în facultate*, vol. I și II, Editura Albatros, București, 1974.
3. Crețu T.I.; Angheliescu, D.; Vieroseanu, I.; *Probleme de fizică pentru admitere în învățământul superior*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
4. Hristev, A.; *Probleme de căldură, fizică moleculară și termodinamică pentru examenele de bacalaureat și admitere în învățământul superior*, Editura tehnică, București, 1974.
5. Preda, M.; Cristea, P.; *Probleme de electricitate pentru examenele de bacalaureat și admitere în învățământul superior*, Editura tehnică, București, 1978.
6. Ionescu, G.; Fochianu, V.; Gălin, C.; *Probleme de fizică date la concursurile de admitere în învățământul superior pentru ingineri și subingineri*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1978.
7. Bukhovtsev, B.; Hrivchenkov, V.; Myakieshev, G.; Shalov, V.; *Problems in Elementary Physics*, Mir Publishers, Moscow, 1978.
8. Buzatu, C.; *Culegere de probleme de fizică*, Editura tehnică, București, 1961.
9. Țițeica, G.; *Probleme de mecanică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977.
10. Kiss, E.; Kiss, V.; *Culegere — Probleme de fizică*, Societatea de științe fizice și chimice din R.S.R., 1979.
11. Hollyday, D.; Resnick, R.; *Fizica vol. I*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975.
12. Gherman, O. și colectiv; *Probleme de fizică pentru liceu*, Editura „Scrisul Românesc”, Craiova, 1975.
13. Constantinescu, L. și colectiv; *Probleme de fizică pentru liceu*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1972.
14. Saharov, D.I.; *Culegere de probleme*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975.



CUPRINS

Partea I (clasa a IX-a). Mecanică și acustică

ENUNȚURI

Capitolul 1. Mișcarea și repausul .....	3
Capitolul 2. Principiile mecanicii Newtoniene .....	4
Capitolul 3. Mișcarea punctului material sub acțiunea unor tipuri de forțe .....	9
Mișcarea rectilinie uniformă .....	11
Mișcarea rectilinie uniformă variată .....	13
Mișcarea corpurilor sub acțiunea greutateții .....	19
Forțele de frecare .....	25
Mișcarea circulară uniformă .....	30
Forțele elastice .....	32
Legea atracției universale. Câmpul gravitațional .....	33
Sateliți artificiali .....	35
Capitolul 4. Energia mecanică .....	43
Capitolul 5. Impulsul mecanic .....	52
Capitolul 6. Momentul forței. Momentul cinetic .....	55
Capitolul 7. Cinematica și dinamica rigidului .....	58
Capitolul 8. Echilibrul mecanic al corpurilor .....	65
Capitolul 9. Mecanica fluidelor .....	65
Statica fluidelor .....	69
Dinamica fluidelor .....	72
Capitolul 10. Unde elastice. Noțiuni de acustică .....	82
RĂSPUNSURI .....	

Partea a II-a (clasa a X-a). Fenomene termice, electrice și magnetice

ENUNȚURI

Capitolul 1. Noțiuni despre structura corpurilor .....	127
Capitolul 2. Legile gazului ideal .....	128
Transformarea izotermă .....	128
Transformarea izobară .....	134
Transformarea izocoră .....	132
Transformarea generală. Ecuația termică de stare .....	133
Capitolul 3. Principiile termodinamicii. Coeficienți calorici .....	137
Capitolul 4. Teoria cinetico-moleculară .....	144
Capitolul 5. Dilatarea corpurilor .....	146
Capitolul 6. Fenomene superficiale .....	148
Capitolul 7. Transformări de fază .....	149
Capitolul 8. Câmpul electrostatic .....	152
Capitolul 9. Curentul electric staționar .....	161
Capitolul 10. Câmpul magnetic al curentului electric. Acțiunea câmpului magnetic asupra particulelor electrizate în mișcare .....	169
Capitolul 11. Inducția electromagnetică .....	172
RĂSPUNSURI .....	176

Partea a III-a. Probleme de sinteză

ENUNȚURI .....	218
RĂSPUNSURI .....	229
ANEXE .....	234

